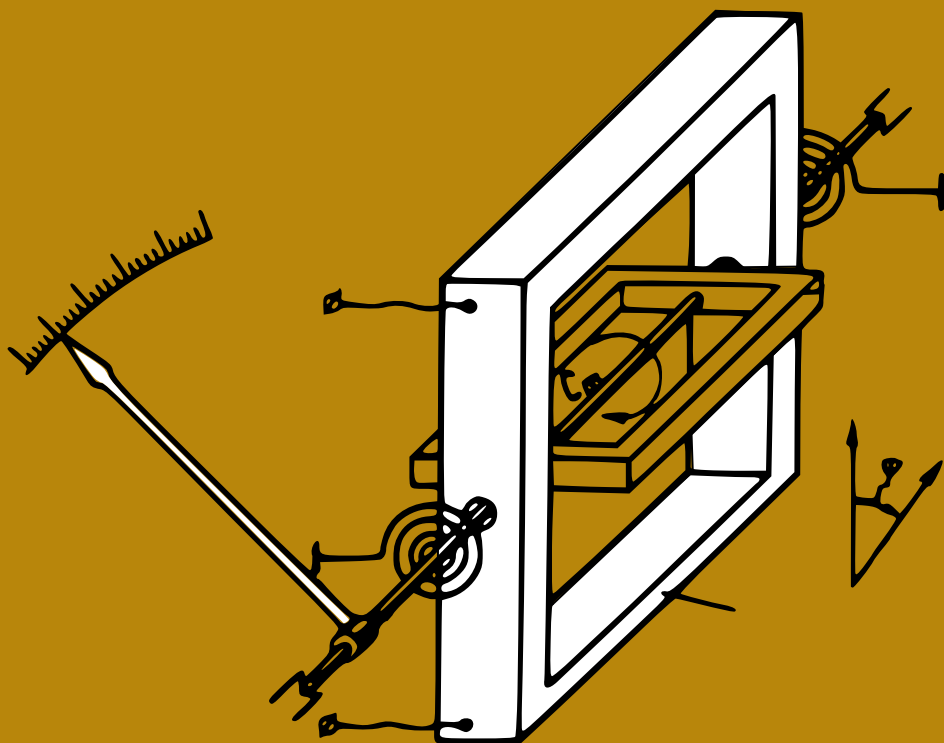


*A. Blajkine, B. Frolov, A. Teplinski,
V. Bessekerski, E. Fabrikant, E. Sivérine,
G. Barabanov*

ELECTRO- TECHNIQUE GÉNÉRALE



Éditions Mir Moscou

ОБЩАЯ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

Под редакцией А. Т. БЛАЖКИНА

**ИЗДАТЕЛЬСТВО «ЭНЕРГИЯ»
ЛЕНИНГРАД**

A. Blajkine, B. Frolov, A. Teplinski,
V. Bessekerski, E. Fabrikant, E. Sivérine,
G. Barabanov

ÉLECTROTECHNIQUE GÉNÉRALE

sous la direction
de A. BLAJKINE

ÉDITIONS MIR • MOSCOU

Traduit du russe
par
V. GRANOVSKI et V. KOLIMÉEV

На французском языке

PRÉFACE

Ce livre constitue un cours d'électrotechnique destiné à l'usage des élèves ingénieurs qui, non spécialisés en électrotechnique, auront toutefois besoin de sérieuses connaissances dans ce domaine pour l'exercice de leur métier.

L'électrotechnique, en tant que science, étudie d'une part les phénomènes électriques et magnétiques et d'autre part, leurs applications pratiques.

L'industrie énergétique moderne est représentée principalement par des usines productrices d'énergie électrique. L'énergie électrique est produite aux centrales équipées d'alternateurs et de génératrices. Elle est transformée aux sous-stations à l'aide d'appareils électriques pour être ensuite transportée par des lignes de réseaux électriques et distribuée aux récepteurs.

La fabrication de machines électriques et de transformateurs occupe un important secteur industriel.

Les machines-outils et les mécanismes sont dans la plupart des cas à commande électrique, c'est-à-dire sont entraînés par des moteurs électriques.

La technique des mesures utilise largement les appareils et dispositifs électriques. Les mesures des grandeurs non électriques à l'aide d'appareils électriques font l'objet d'une discipline à part.

La radiotechnique et l'électronique qui constituent depuis longtemps des branches distinctes ont une base théorique commune avec l'électrotechnique et se sont développées au début comme des branches de cette dernière.

Les systèmes de commande automatique et de régulation sont le plus souvent des systèmes d'automatismes électriques équipés d'amplificateurs électroniques, de convertisseurs, de relais et d'autres appareils électriques et électromagnétiques.

Les calculatrices modernes effectuent des calculs complexes, résolvent des problèmes logiques compliqués et permettent la simulation de phénomènes physiques. Les principaux organes de ces machines sont réalisés à partir des appareils et dispositifs électriques, électromagnétiques et électroniques.

Cet emploi à une échelle industrielle des divers dispositifs et équipements électrotechniques et radiotechniques implique la considération des notions fondamentales du champ électromagnétique. L'étude de certains phénomènes, qui fait intervenir la théorie du champ électromagnétique, permet de sortir du cercle étroit de notions liées uniquement aux circuits électriques et de mieux comprendre le sens physique des phénomènes électriques et magnétiques.

Les chapitres I, II, III, IV, V, VII, VIII, XV, XVII, XVIII ainsi que les Annexes sont rédigés par *A. Blajkine* (le chapitre XVII en collaboration avec *G. Barabanov*), les chapitres VI, XIV, XVI, XIX par *B. Frolov* (le chapitre XVI en collaboration avec *E. Sivérine*), les chapitres IX, X par *A. Teplinski*, les chapitres XII, XIII par *E. Fabrikant*, le chapitre XI par *V. Bessekerski*.

On doit à *A. Blajkine* la révision complète de l'ouvrage.

PREMIERE PARTIE

PRINCIPES DE LA THÉORIE DES CHAMPS ET DES PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

CHAPITRE PREMIER

CHAMP ÉLECTRIQUE

1-1. Définitions et notions fondamentales

Les phénomènes électriques et magnétiques dans la nature dépendent réciproquement les uns des autres et sont liés étroitement entre eux. Il existe physiquement un champ électromagnétique unique.

On peut cependant parfois ne prendre en considération que le champ électrique, par exemple, dans le cas d'un champ électrostatique. On appelle champ électrostatique un champ de charges stationnaires, quasi immobiles. A vrai dire, on ne saurait considérer le champ électrostatique comme indépendant que sous certaines réserves qui seront précisées. Les charges engendrant le champ sont disposées dans des régions déterminées de l'espace, par exemple, à la surface des corps conducteurs. Les électrons, porteurs de charges négatives, qui gravitent généralement sur des orbites fermées à l'intérieur des atomes, peuvent également se déplacer d'un atome à l'autre dans les corps conducteurs. Le mouvement des électrons fait apparaître un champ magnétique. Mais en dehors des atomes, à une certaine distance de ces derniers, ce champ devient si faible qu'on peut le négliger. C'est pourquoi nous pouvons, avec une certaine approximation, nous borner à l'examen d'un seul aspect du champ électromagnétique, le champ électrique. Ceci est également valable, dans certains cas, pour un champ non électrostatique, par exemple, pour le cas d'un courant électrique parcourant les conducteurs.

Sans perdre de vue que le champ électrique est l'un des deux aspects d'un champ électromagnétique unique, nous pouvons le définir comme étant une forme particulière de la matière, qui se manifeste, entre autres phénomènes, par une force mécanique agissant sur les charges électriques.

Les cours de physique traitent de divers phénomènes dus au champ électrique. Le premier chapitre de cet ouvrage donne les définitions des grandeurs principales et les notions fondamentales caractérisant le champ électrique et permettant de procéder à la description quantitative des phénomènes importants au point de vue de la pratique. Ces notions sont considérées comme connues pour l'essentiel et l'étude de ce chapitre donné à titre de renseignement n'est pas obligatoire. Le paragraphe terminant ce chapitre est consacré à certaines applications pratiques de la théorie du champ électrique.

Les plus petits porteurs de charges électriques sont l'électron et le proton. La charge négative d'un corps est déterminée par un excès d'électrons, la charge positive par leur déficience.

A part la description purement qualitative du champ électrique il convient d'introduire quelques appréciations quantitatives, indispensables pour réaliser le calcul des phénomènes et processus dans le champ électrique les plus importants pour la technique.

Le champ électrostatique est un champ de potentiel. Sous certaines réserves on peut également considérer le champ des conducteurs parcourus par un courant électrique comme un champ de potentiel. Nous allons d'abord définir les notions fondamentales concernant le champ électrostatique.

La création d'un champ électrique nécessite la consommation d'une certaine quantité d'énergie, qui est répartie dans l'espace où le champ électrique se manifeste. Dans le champ apparaissent également des forces mécaniques agissant sur les corps placés dans ce champ.

Nous allons examiner le champ électrique dans les diélectriques (corps non conducteurs, matériaux isolants), c'est-à-dire dans les milieux où les électrons libres sont pratiquement absents et où les courants de conduction ne peuvent donc pas circuler.

Lorsqu'on introduit des diélectriques dans un champ, il y a une polarisation, c'est-à-dire que dans le diélectrique apparaissent des charges électriques, qui surviennent à cause de la modification de l'orientation des charges dans les particules élémentaires du diélectrique.

Les diélectriques possèdent une rigidité diélectrique déterminée. Lorsque le champ électrique accroît, la rigidité du diélectrique est perturbée, il y a rupture diélectrique.

1-2. Grandeurs fondamentales caractérisant un champ électrique

Intensité du champ électrique. Le champ électrique est caractérisé par la valeur de son intensité qui est le quotient de la force f agissant sur une charge relativement faible (charge test) positive $+q_0$ (fig. 1-1) par la grandeur de cette charge :

$$E = f/q_0. \quad (1-1)$$

L'intensité du champ électrique est une grandeur *vectorielle*, la direction et le sens du vecteur coïncidant avec ceux de la force qui s'exerce sur une charge positive.

La dimension de l'intensité du champ dans le système S.I. est déterminée par la dimension du quotient de la force f en newtons (N) par la charge en cou-

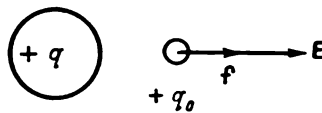


Fig. 1-1. Force exercée sur une charge placée dans un champ électrique

lombs (C). La dimension de la force est déterminée par la dimension du quotient du travail A en joules (J) par le trajet l en mètres (m) :

$$[E] = [f/q] = [A/(l \cdot q)] = [J/(m \cdot C)] = [V \cdot A \cdot s / (m \cdot A \cdot s)] = [V/m].$$

On peut démontrer que l'intensité du champ peut être trouvée comme la tension u par unité de longueur dans la direction de la force qui s'exerce sur des charges positives :

$$E = du/dl. \quad (1-2)$$

Graphiquement on représente le champ électrique à l'aide des lignes du vecteur de l'intensité du champ électrique, qu'on appelle d'ordinaire *lignes de force électriques*. Ces lignes sont représentées de façon à ce qu'en chaque point du

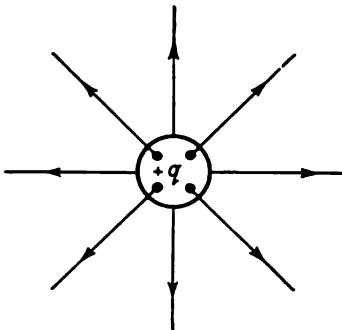


Fig. 1-2. Champ électrique d'une sphère conductrice chargée

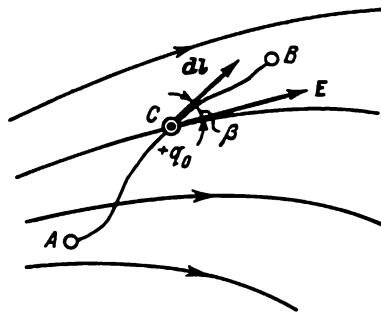


Fig. 1-3. Détermination du travail effectué dans un champ lorsque la charge électrique est déplacée

champ le vecteur de l'intensité soit tangent à la ligne de force, tandis que la densité, c'est-à-dire le nombre de lignes traversant une surface unitaire perpendiculaire à celles-ci, soit égale à l'intensité du champ à l'échelle adoptée. L'image graphique d'un champ représenté par des lignes de force est purement géométrique. Selon les conceptions de Faraday un champ est rempli de *tubes de champ* qui adhèrent étroitement les uns aux autres, tandis que les lignes du champ sont les lignes axiales de ces tubes. Ce sont des images purement formelles, mais en s'y basant on peut se représenter l'image du champ, trouver les forces qui s'exercent sur les corps dans un champ électrique et résoudre d'autres problèmes.

A titre d'exemple on peut prendre le champ électrique d'une sphère conductrice unique (fig. 1-2), à l'intérieur de laquelle le champ est absent, car dans le cas contraire la présence d'un champ à l'intérieur aurait provoqué une modification permanente de la répartition des charges. En cas de répartition uniforme de la charge à la surface de la sphère, plus précisément dans une très fine couche présupersficielle, le champ électrique au voisinage de la sphère sera le même

que celui de la charge ponctuelle q , placée au centre de la sphère. En appliquant la loi de Coulomb pour une force f agissant sur une charge test $+q_0$ se trouvant à une distance R du centre de la sphère, on obtient l'intensité du champ électrique :

$$E = \frac{f}{q_0} = k \frac{1}{q_0} \frac{qq_0}{R^2} = \frac{kq}{R^2},$$

k étant un coefficient déterminé par les propriétés du milieu.

Les vecteurs de l'intensité du champ électrique sont dirigés dans le sens des rayons partant du centre de la sphère, tandis que la valeur de l'intensité du champ est inversement proportionnelle à R^2 . Ceci correspond à la notion de lignes radiales ininterrompues du champ, qui commencent à la surface de la sphère et sont uniformément réparties sur les surfaces des sphères concentriques avec la sphère chargée, avec une densité proportionnelle à $1/R^2$.

Tension électrique et potentiel. La définition de la tension comme étant la cause d'un courant dans un circuit est une définition plutôt qualitative et quelque peu restreinte. Il convient de déterminer la tension entre les points A et B d'un champ électrique indépendamment du fait qu'un courant circule ou non dans l'espace donné.

Le travail A effectué dans un champ lorsque la charge test q_0 est déplacée du point A au point B (fig. 1-3) est donné par les expressions :

$$A = \int_A^B f \, dl \cos \beta = q_0 \int_A^B E \, dl \cos \beta = q_0 \int_A^B E \, dl, \quad (1-3)$$

β étant l'angle entre la direction de la force f et la direction du trajet élémentaire dl .

En divisant l'expression du travail A en joules ($V \cdot A \cdot s$) par la valeur de la charge q_0 en coulombs ($A \cdot s$) nous obtenons la *tension* u_{AB} ou la *différence de potentiel* entre les points A et B :

$$u_{AB} = \int_A^B E \, dl; \quad (1-4)$$

$$[u_{AB}] = [V \cdot A \cdot s / (A \cdot s)] = [V].$$

Le chemin entre A et B peut passer partiellement ou entièrement dans le vide, dans un diélectrique ou dans un conducteur.

La tension électrique est une grandeur physique déterminée par le champ électrique le long du trajet examiné et égale à la circulation de l'intensité du champ électrique le long de ce trajet.

Dans la plupart des cas le champ électrique est un champ potentiel, dont la définition sera donnée plus loin. Le champ électrostatique, le champ des conducteurs, parcourus par un courant invariable en dehors des sources de force électromotrice (F.E.M.), en l'absence d'un champ magnétique variable, sont des exemples de champ potentiel.

En partant de l'impossibilité de créer un moteur à mouvement perpétuel on démontre que pour un champ potentiel la tension le long de n'importe quel contour fermé est nulle :

$$\oint E \, dl = 0, \quad (1-5)$$

$\oint$ signifiant qu'on calcule l'intégrale le long d'un contour fermé.

On déduit de l'expression (1-5) deux conclusions importantes qui déterminent le caractère potentiel du champ.

Première conclusion : la tension entre les points d'un champ électrique ne dépend pas du chemin adopté pour le déplacement d'un point à un autre :

$$u_{AB} = \int_{AmB} E dl = \int_{AnB} E dl = \int_{AoB} E dl = \dots, \quad (1-6)$$

AmB , AnB , AoB , ... étant les divers chemins de déplacement.

Seconde conclusion : les tensions entre les points du champ électrique (A , B et C) et un point fixe de l'espace (P) sont exclusivement déterminées par les coordonnées de ces points (A , B et C) (fig. 1-4) :

$$u_{AP} = U(x_A, y_A, z_A); \quad u_{BP} = U(x_B, y_B, z_B); \dots$$

La fonction des coordonnées

$$U(x, y, z) \quad (1-7)$$

qui détermine les tensions du champ par rapport au point choisi ou par rapport au système de points, dont les potentiels sont pris égaux à zéro, est appelée *fonction potentielle* ou *potentiel* du champ électrique.

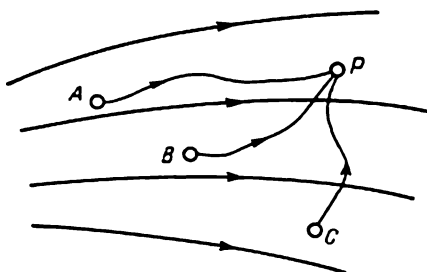


Fig. 1-4. Détermination des potentiels des points d'un champ électrique

En pratique on définit le potentiel par rapport à la Terre, dont le potentiel est pris égal à zéro, théoriquement, par rapport aux points éloignés à l'infini, où l'influence d'un champ électrique quelconque ne se manifeste pas.

Examinons le champ électrique de deux cylindres conducteurs chargés disposés parallèlement (fig. 1-5). Si on ne prend pas en considération une certaine irrégularité de la répartition des charges sur la circonférence des cylindres, on peut considérer que l'intensité du champ électrique en chaque point, par exemple au point A , est déterminée par la somme géométrique des vecteurs E_1 et E_2 des champs engendrés par les charges $+q$ et $-q$ qui se situent sur les axes des cylindres.

Après avoir défini la valeur et la direction des vecteurs de l'intensité du champ on est en état de construire l'image graphique du champ électrique, sur laquelle les vecteurs de l'intensité du champ sont dirigés selon les tangentes des lignes du champ.

Dans les directions perpendiculaires aux lignes du champ les produits scalaires $E dl$ sont nuls, c'est-à-dire que les lignes perpendiculaires aux lignes du champ seront des lignes *équipotentielles*. Ces lignes représentées sur la figure sont les traces de surfaces équipotentielles fermées. La figure représente les lignes équipotentielles des potentiels $U_1 = \pm \frac{2}{3} U$; $U_2 = \pm \frac{U}{3}$; les lignes $\pm U$ sont les surfaces des cylindres conducteurs.

Les plus fortes variations de potentiel se produisent le long des normales aux surfaces équipotentielles, le long des lignes du champ.

Les vecteurs du gradient de potentiel $\text{grad } U$ sont dirigés le long des normales aux surfaces équipotentielles et leur valeur est donnée par :

$$|\text{grad } U| = \left| \frac{\partial U}{\partial n} \right|, \quad (1-8)$$

où $\left| \frac{\partial U}{\partial n} \right|$ est la variation du potentiel U le long de la normale n .

D'autre part, le vecteur de l'intensité du champ électrique est orienté le long de l'élément de ligne $d\mathbf{l}$, sa valeur numérique étant égale à la tension

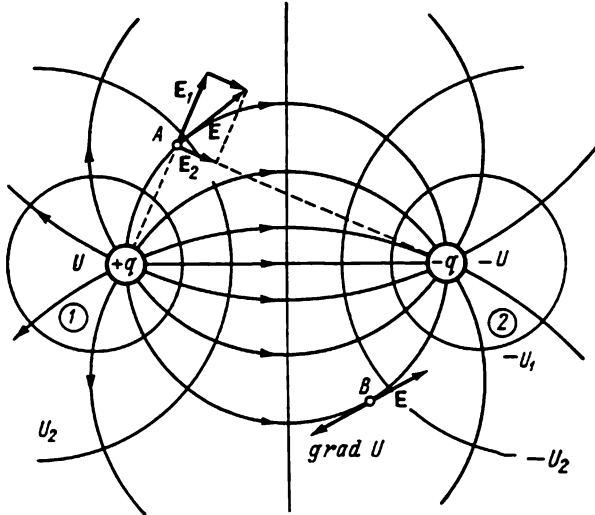


Fig. 1-5. Champ électrique de deux cylindres conducteurs identiques à charge de signe opposé

calculée pour une unité de longueur de la ligne (1-2). Le vecteur de l'élément de longueur $d\mathbf{l}$ est orienté le long de la normale à la surface équipotentielle, c'est pourquoi l'intensité du champ électrique est égale en valeur au gradient de potentiel. Les vecteurs du gradient de potentiel et de l'intensité du champ sont orientés en sens opposés; le vecteur du gradient est orienté dans le sens de l'accroissement du potentiel et le vecteur de l'intensité du champ électrique dans le sens du décroissement du potentiel (point B sur la fig. 1-5). Nous remarquerons que la notion de potentiel et de différence de potentiel, avec certaines restrictions, est fréquemment utilisée pour des champs non potentiels.

Théorème de Gauss. Le théorème de Gauss détermine la relation existant entre une charge électrique q , enveloppée par une surface fermée et le flux Ψ_c du vecteur de l'intensité du champ électrique à travers cette surface fermée.

Le flux de vecteur de l'intensité du champ électrique à travers une surface est déterminé par le nombre de lignes traversant cette surface. Par exemple sur la fig. 1-6 le flux de vecteur à travers la surface s est égal à trois unités. On peut, par analogie, concevoir la notion du flux de vecteur à travers une surface comme un flux de liquide, séparé en plusieurs veines, par exemple, comme sortant d'une pomme d'arrosoir.

Le flux de vecteur à travers une surface est déterminé par la somme des flux élémentaires à travers les éléments ds de la surface, c'est-à-dire par la somme des produits scalaires des vecteurs de l'intensité du champ électrique $\mathbf{E}$ par-

les vecteurs ds des surfaces élémentaires (l'orientation des vecteurs coïncide avec les normales aux surfaces élémentaires ds ;

$$\Psi_c = \int_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \quad (1-9)$$

En appliquant le théorème de Gauss, on obtient dans le système S.I.

$$\Psi_c = \oint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 4\pi k \sum q, \quad (1-10)$$

$\sum q$ étant la somme algébrique des charges à l'intérieur d'une surface fermée;

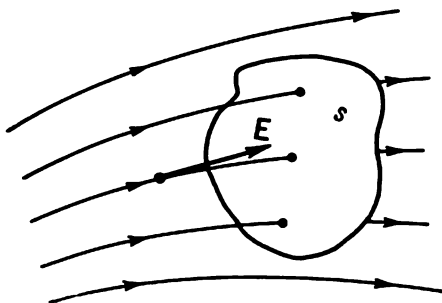


Fig. 1-6. Détermination du flux du vecteur de l'intensité du champ électrique à travers une surface

k le coefficient de la formule de Coulomb ; $\oint_s$ le signe de l'intégrale calculée pour la surface fermée s .

Ce théorème est aisément démontré pour une sphère conductrice unique avec une charge q :

$$\Psi_c = 4\pi k q. \quad (1-11)$$

1-3. Diélectriques dans un champ électrique

Les diélectriques ou matières isolantes se composent de molécules qui peuvent d'ordinaire être des dipôles électriques, c'est-à-dire peuvent posséder des charges de signes opposés écartées l'une de l'autre dans l'espace, ou être électriquement neutres, lorsque les centres de l'action électrique des électrons coïncident avec les centres d'action des noyaux d'atomes.

Sous l'action d'un champ électrique les dipôles tendent à s'orienter le long du champ, et dans des atomes électriquement neutres les noyaux positifs s'écartent dans une direction, tandis que les orbites des électrons s'écartent dans l'autre. *Dans un champ électrique il se produit une polarisation des diélectriques.*

Sur les surfaces d'un diélectrique polarisé apparaissent des charges, appelées charges électriques *liées*, qui réduisent l'intensité du champ électrique dans le diélectrique.

Déplacement électrique. On peut considérer que pour la plupart des diélectriques la polarisation est proportionnelle à l'intensité du champ. La valeur du vecteur du déplacement électrique $\mathbf{D}$ pour un milieu homogène isotrope est déterminée par le rapport entre la charge élémentaire dq déplacée sous l'action du champ à travers une surface élémentaire perpendiculaire ds et la valeur de cette surface élémentaire :

$$\mathbf{D} = dq/ds. \quad (1-12)$$

La direction et le sens du vecteur D coïncide dans un milieu homogène isotrope avec la direction du vecteur de l'intensité du champ électrique :

$$D = \epsilon E, \quad (1-13)$$

où ϵ est la constante diélectrique ou la permittivité.

Le déplacement électrique dans un diélectrique doit être considéré comme la somme du déplacement dans le vide $\epsilon_0 E$ et de celui dans le diélectrique P :

$$D = \epsilon_0 E + P, \quad (1-14)$$

ϵ_0 étant la permittivité du vide et P la mesure de la polarisation du diélectrique.

Selon le postulat de Maxwell, qui ne peut être démontré pour un cas généralisé, le flux du vecteur du déplacement électrique Ψ_D traversant une surface fermée dans n'importe quel milieu est égal à la somme algébrique des charges $\sum q$ renfermées dans cette surface :

$$\Psi_D = \oint_s D ds = \sum q. \quad (1-15)$$

Pour la surface fermée représentée sur la fig. 1-7 renfermant la charge $+q$ le flux du vecteur de l'intensité du champ électrique traversant cette surface est égal à $4\pi kq$, tandis que le flux du vecteur du déplacement électrique est

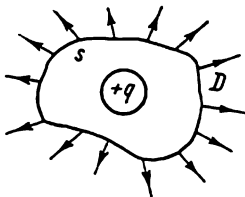


Fig. 1-7. Déplacement électrique à travers une surface fermée

égal à q . Dans un milieu homogène isotrope la configuration des lignes du vecteur du déplacement électrique est la même que celle du vecteur de l'intensité du champ. Les lignes du vecteur vont sans s'interrompre des charges d'un signe aux charges de signe opposé.

La dimension du déplacement électrique est

$$[D] = \left[\frac{q}{s} \right] = [C/m^2].$$

Permittivité. En divisant les deux parties de l'expression (1-15) par la permittivité on tombe sur :

$$\frac{\sum q}{\epsilon} = \frac{\oint D ds}{\epsilon} = \oint E ds = 4\pi k \sum q.$$

On en obtient la relation entre la permittivité ϵ et le coefficient k de la formule de Coulomb :

$$\epsilon = 1/(4\pi k). \quad (1-16)$$

La formule (1-13) donne pour un milieu homogène isotrope

$$\epsilon = D/E. \quad (1-17)$$

Ces expressions permettent de conclure que si on place un corps porteur d'une charge q dans des diélectriques différents, les intensités du champ électrique seront d'autant plus faibles que la permittivité du diélectrique est plus élevée. Pour une même intensité du champ électrique le déplacement est d'autant

plus élevé que la permittivité est plus grande et que le diélectrique est plus polarisé.

Le lien existant entre la polarisation et la permittivité d'une matière isolante peut être établi à l'aide de l'exemple de la fig. 1-8. Supposons que le flux du vecteur de l'intensité du champ électrique d'une sphère conductrice chargée placée dans un diélectrique à permittivité ϵ est égale à huit unités (fig. 1-8, a). Si on place cette sphère dans un milieu à permittivité 2ϵ , le flux du vecteur de l'intensité du champ électrique sera égal à quatre unités (fig. 1-8, b).

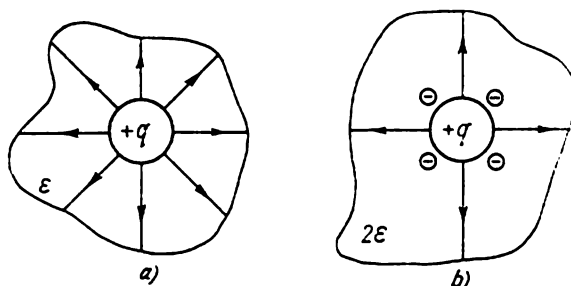


Fig. 1-8. Champ électrique d'une sphère conductrice chargée dans deux milieux : a, matière à permittivité ϵ ; b, matière à permittivité 2ϵ

La réduction du flux du vecteur de l'intensité du champ électrique est due à une plus grande susceptibilité d'être polarisé du second diélectrique, à l'apparition de charges électriques liées supplémentaires sur la surface du diélectrique adhérent à la sphère.

Par conséquent, la permittivité d'un diélectrique détermine sa susceptibilité d'être polarisé dans un champ électrique.

La permittivité absolue ϵ dans le système SI possède la dimension :

$$[\epsilon] = \frac{C/m^2}{V/m} = \frac{C}{V \cdot m} = \frac{F}{m} \text{ car } \frac{C}{V} = F.$$

Pour le vide, où le phénomène de la polarisation n'existe pas, la permittivité est la plus faible. Cette constante physique extrêmement importante, appelée *constante diélectrique du vide*, possède une valeur $\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

Tous les matériaux sont capables d'être polarisés, c'est pourquoi leur permittivité est supérieure à ϵ_0 . La *permittivité relative* ϵ_r ou simplement permittivité est donnée par le rapport

$$\epsilon_r = \epsilon / \epsilon_0. \quad (1-18)$$

Dans le système e.s.C.G.S. la permittivité du vide est égale à l'unité, alors la permittivité des diélectriques devient égale à ϵ_r .

Pour la plupart des diélectriques les permittivités sont faibles et ne dépendent pratiquement pas de l'intensité du champ. Seulement pour certains matériaux appelés *ferro-électriques* la permittivité (la constante diélectrique) peut être de l'ordre de grandeur de quelques milliers et dépend de l'intensité du champ.

Valeurs de la permittivité ϵ_r de certains matériaux :

Air	1,00059	Porcelaine	4,5 à 6,5
Huile de transformateur	2,2	Verre	6 à 10

1-4. Capacité

Lorsque la charge électrique d'un corps augmente, l'intensité du champ électrique dans l'espace environnant et le potentiel du corps chargé augmentent eux aussi. La propriété des corps physiques d'accumuler des charges est appelée *capacité*.

La capacité C d'un corps est déterminée par le rapport de sa charge électrique q à son potentiel U :

$$C = q/U. \quad (1-19)$$

On utilise très largement dans la technique les *condensateurs* qui se composent de deux corps conducteurs séparés par une couche de diélectrique.

La capacité d'un condensateur est déterminée par le rapport de la charge de l'une des armatures à la différence de potentiel entre elles.

L'unité de capacité dans le système S.I. est le farad:

$$[C] = [q/U] = [C/V] = [F].$$

Dans les dispositifs techniques on utilise d'ordinaire des capacités beaucoup plus faibles que le farad, aussi emploie-t-on le plus souvent le microfarad ($1\mu F = 10^{-6} F$) et le picofarad ($1pF = 10^{-12} F$).

Sphère unique chargée. On trouve le potentiel d'une sphère unique chargée en calculant l'intégrale du vecteur de l'intensité du champ électrique en allant de la surface de la sphère de rayon r jusqu'aux points éloignés à l'infini:

$$U = \int_r^{\infty} E dR = \int_r^{\infty} k \frac{q}{R^2} dR = \frac{kq}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon r},$$

où $E = kq/R^2$ est l'intensité du champ à la distance R .

On en déduit la capacité de la sphère:

$$C = q/U = 4\pi\epsilon r. \quad (1-20)$$

Condensateur plan. Un condensateur plan se compose de deux armatures planes séparées par une couche de diélectrique d'épaisseur uniforme. Les condensateurs plans en papier, par exemple, se composent de deux feuilles métalliques séparées par une bande de papier imprégné. Les feuilles métalliques et

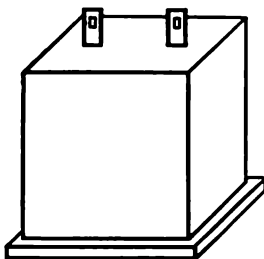


Fig. 1-9. Vue d'ensemble d'un condensateur au papier

la bande de papier sont enroulées en spirale et placées dans un boîtier. La fig. 1-9 représente une variante constructive d'un condensateur dont les bornes sont raccordées aux feuilles métalliques.

Les condensateurs électrolytiques dont la couche isolante est constituée de films (d'oxydes, etc.) obtenus par un traitement approprié possèdent une plus grande capacité. Cependant ces condensateurs ne peuvent être connectés qu'en respectant une polarité déterminée, pour que ces films conservent leurs propriétés.

Si on néglige l'inégalité du champ aux bords des armatures, ce qui est admissible lorsque la distance entre les armatures est faible, on peut exprimer la tension U entre les armatures par $U = aE$, a étant la distance entre les armatures et E , l'intensité du champ électrique.

Le flux du déplacement électrique uniforme D à travers la surface s égale à l'aire de l'armature (fig. 1-10) s'exprime par :

$$\Psi_D = q = \oint D ds = Ds = \epsilon Es = \epsilon \frac{U}{a} s,$$

et la capacité du condensateur par

$$C = q/U = \epsilon s/a, \text{ F}, \quad (1-21)$$

où $[\epsilon] = [\text{F/m}]$; $[s] = [\text{m}^2]$; $[a] = [\text{m}]$.

Condensateur cylindrique. Le condensateur se compose de deux cylindres coaxiaux séparés par une couche de diélectrique (fig. 1-11). Un exemple en est fourni par un câble avec un isolement entre le conducteur interne et le cylindre

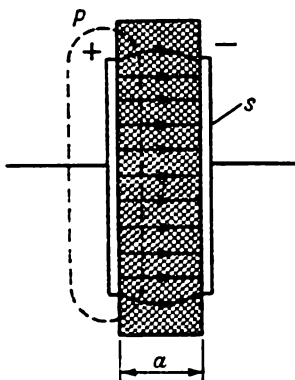


Fig. 1-10. Champ électrique d'un condensateur plan

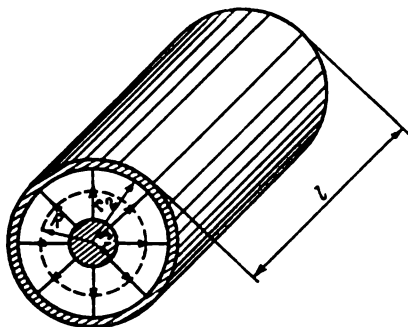


Fig. 1-11. Champ électrique d'un condensateur cylindrique

conducteur externe ou l'enveloppe. Déterminons la tension entre les cylindres en calculant l'intégrale du vecteur de l'intensité du champ électrique entre la surface du cylindre de rayon r_1 et la surface du cylindre de rayon r_2 . On déduit l'intensité du champ électrique à partir de l'expression du flux de déplacement électrique à travers la surface latérale d'un cylindre de rayon R et de longueur l (fig. 1-11) :

$$\Psi_D = q = 2\pi R l \epsilon E.$$

Alors la capacité du condensateur est

$$C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\int_{r_1}^{r_2} \frac{q}{2\pi R l \epsilon} dR} = \frac{2\pi l \epsilon}{\ln \frac{r_2}{r_1}}. \quad (1-22)$$

Deux cylindres parallèles. L'exemple d'un tel système est donné par une ligne électrique à deux conducteurs. En se rapportant à l'expression (1-22), on peut obtenir la capacité d'un système constitué par deux cylindres parallèles :

$$C = \frac{\pi l \epsilon}{\ln (r_2/r_1)}. \quad (1-23)$$

Capacité équivalente en cas de couplage en parallèle, en série et en cas de couplage mixte. Lorsque des condensateurs sont montés en parallèle, la capacité équivalente C est trouvée en partant de la condition que la charge totale q est égale à la somme des charges de tous les n condensateurs se trouvant branchés sur la tension u :

$$C = \sum_{h=1}^n C_h. \quad (1-24)$$

Pour un couplage en série on trouve la capacité équivalente en partant de la condition que la tension aux bornes des condensateurs est égale à la somme des tensions sur chacun d'eux, c'est-à-dire à la somme des rapports entre la charge (qui est identique pour tous les condensateurs) et les capacités:

$$C = \frac{1}{\sum_{h=1}^n (1/C_h)}. \quad (1-25)$$

Le couplage mixte peut être une combinaison quelconque de groupements des condensateurs. D'abord tout le couplage est réparti en groupes dans lesquels les condensateurs sont couplés exclusivement soit en parallèle soit en série. Chaque groupe est remplacé par un condensateur dont la capacité équivalente est calculée en utilisant soit l'expression (1-24), soit l'expression (1-25). Cette opération de répartition en groupes est menée jusqu'à ce qu'on obtienne un seul groupe avec un couplage du même type.

Utilisation des condensateurs. Les condensateurs sont très largement utilisés. Des batteries puissantes de condensateurs sont destinées à l'amélioration des facteurs de phase; les condensateurs à faible capacité sont utilisés en radio; on utilise également des condensateurs pour les dispositifs d'automatisme, etc. Au cours des calculs il faut prendre en considération la capacité des câbles et des lignes de transport d'énergie électrique; la capacité des électrodes des appareils électroniques et à semi-conducteurs joue également un rôle important. Il existe beaucoup d'autres cas où l'on ne saurait négliger la capacité.

Les condensateurs peuvent être réalisés plans, cylindriques, en pots, etc.

1-5. Energie du champ électrique et forces s'exerçant sur les corps chargés

L'énergie du champ électrique W_e d'une sphère conductrice chargée unique peut être déterminée par addition des travaux élémentaires dA qu'il faut effectuer pour le transfert des charges dq des points éloignés à l'infini jusqu'à la surface de la sphère, par exemple, jusqu'au point B (fig. 1-12).

En tenant compte de (1-3) on écrit:

$$W_e = \int_0^q dq \int_{\infty}^B E dl.$$

Vu que $\int_{\infty}^B E dl = u$ (u étant la valeur du potentiel pour la valeur donnée de la charge), et que $dq = C du$, on tombe sur:

$$W_e = \int_0^q u dq = \int_0^U C u du = \frac{CU^2}{2} = \frac{Uq}{2}, \quad (1-26)$$

U étant le potentiel du corps à la charge complète q .

Pour un système de n corps chargés l'énergie du champ électrique est donnée par :

$$W_{\epsilon} = \sum_{k=1}^n \frac{U_k q_k}{2}. \quad (1-27)$$

Pour un condensateur dont les armatures ont des charges q et des potentiels U_1 et U_2 on obtient :

$$W_{\epsilon} = \sum_{k=1}^n \frac{U_k q_k}{2} = \frac{q}{2} (U_1 - U_2) = \frac{Uq}{2} = \frac{CU^2}{2}, \quad (1-28)$$

$U = U_1 - U_2$ étant la différence de potentiel entre les armatures.

Par analogie avec le champ d'un condensateur plan on peut démontrer que l'énergie W'_{ϵ} dans une unité de volume d'un diélectrique homogène isotrope est donnée par

$$W'_{\epsilon} = ED/2 = eE^2/2 = D^2/(2\epsilon), [J/m^3].$$

Dans le cas général d'un milieu homogène et anisotrope l'énergie spécifique est égale à la moitié du produit scalaire des vecteurs D et E :

$$W'_{\epsilon} = \frac{ED}{2}. \quad (1-29)$$

L'énergie du champ électrique dans le volume V , souvent déterminée de façon purement formelle comme étant l'énergie des corps chargés, a pour expression :

$$W_{\epsilon} = \int_V \frac{ED}{2} dV. \quad (1-30)$$

L'énergie du champ électrique des condensateurs utilisés en pratique est relativement faible, mais son influence sur les phénomènes qui se déroulent dans les circuits électriques est dans certains cas extrêmement importante.

Les forces qui s'exercent sur les corps chargés peuvent être déterminées en utilisant les formules de Coulomb, à l'aide des expressions qui donnent les variations de l'énergie et par d'autres méthodes. Parmi toutes les méthodes, celle fondée sur des considérations énergétiques est la plus universelle.

Si l'énergie de n corps chargés est égale à W_{ϵ} , en cas de variation d'une coordonnée g de l'un des corps, les charges restant les mêmes, le travail effectué par la force f est dû à une diminution de l'énergie du champ :

$$dg + d_g W_{\epsilon} = 0 \text{ et } f = - (d_g W_{\epsilon})/dg = - \partial W_{\epsilon} / \partial g, \quad (1-31)$$

où $d_g W_{\epsilon} = \frac{\partial W_{\epsilon}}{\partial g}$ dg est la variation élémentaire de l'énergie du champ lors de la variation d'une seule coordonnée g .

Ceci a pour résultat que la force mécanique qui tend à modifier l'une des coordonnées du corps donné est égale à la diminution de l'énergie du champ électrique calculée par unité de longueur.

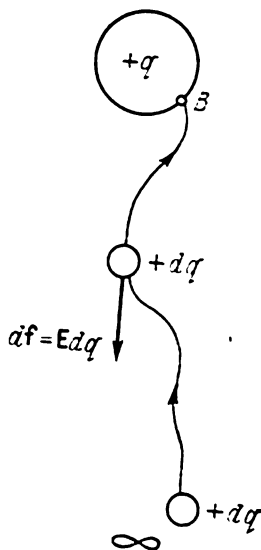


Fig. 1-12. Détermination de l'énergie du champ électrique d'un corps chargé unique

Si au cours de la variation supposée de la coordonnée g les potentiels des corps restent invariables, ce qui conditionne un apport (un enlèvement) d'énergie à partir des sources, l'expression de la force peut être écrite sous la forme:

$$f = \partial W_g / \partial g. \quad (1-32)$$

Nous remarquerons que les forces sont déterminées pour les corps immobiles ou se déplaçant lentement, c'est pourquoi le choix de l'expression pour la force est fait de manière à définir d'une façon commode cette force; les valeurs de la force que donnent les deux expressions doivent être identiques.

Les *coordonnées généralisées* peuvent être les distances, les angles de rotation, etc. Respectivement les forces généralisées peuvent être: la force mécanique en newtons (N), le couple moteur (N·m), etc.

1-6. Quelques propriétés des diélectriques

Les diélectriques sont surtout utilisés en qualité de matériaux isolants. Nous allons définir les notions très importantes de rigidité diélectrique et de résistance d'isolement des matériaux isolants.

Si l'on fait accroître la tension entre les électrodes, à une certaine valeur de la tension entre elles il se produit une décharge et les molécules ionisées du diélectrique forment un chemin pour le courant. D'ordinaire, après ceci la décharge se développe par le canal ionisé et si la puissance de la source d'énergie est suffisante, un arc électrique apparaît. La rigidité diélectrique du diélectrique est perturbée, l'isolement est percé.

La rigidité diélectrique d'un diélectrique gazeux est rapidement rétablie après le percement grâce à la recombinaison des ions et leur dissipation dans l'espace environnant. Dans le cas d'un diélectrique solide la rigidité diélectrique n'est pas rétablie, et la trace du canal de percement reste sous la forme d'une carbonisation locale ou de fêlures dans l'isolement.

Le *percement électrique* à l'état pur se produit dans les diélectriques gazeux. Les forces $f = Eq$ agissant dans le gaz sur les ions libres augmentent à mesure que l'intensité du champ accroît. Si ces forces deviennent suffisamment importantes pour qu'au cours de leur parcours libre les ions acquièrent l'énergie cinétique nécessaire pour l'ionisation des molécules neutres, une nouvelle paire d'ions apparaît au moment de la collision de chaque ion avec une molécule et le phénomène se développe en avalanche. Le percement se propage suivant des parcours que l'on appelle « streamers », puis sur la cathode apparaît une tache qui constitue une source d'électrons. Lorsque la puissance de la source d'énergie est suffisante, le processus se termine par la formation d'un arc électrique. Lorsque la pression accroît, la rigidité diélectrique des gaz augmente du fait que le libre parcours des ions est alors réduit.

Le *percement thermique* survient dans les diélectriques solides lorsqu'une tension importante est appliquée pendant un intervalle de temps suffisamment prolongé et lorsque le courant initial, dû à la présence d'une certaine quantité d'électrons libres, est suffisant pour l'échauffement local ou général progressif du diélectrique. Au cours de l'échauffement la résistance du diélectrique diminue, le courant et l'échauffement augmentent jusqu'au percement électrique. En cas de l'application de courte durée de la tension il peut se produire un percement électrique. Généralement la rigidité impulsioneille du diélectrique est de plusieurs fois plus élevée que la rigidité diélectrique en cas d'un percement thermique car dans ce dernier cas l'échauffement du diélectrique dure un certain temps.

Le percement des diélectriques liquides peut être dû à l'ébullition ou à l'échauffement partiels du liquide aux endroits de concentration des impuretés, mais pour les liquides purs on peut considérer que la théorie du percement électrique reste valable. Les diélectriques liquides, comme par exemple l'huile de transformateur, doivent être soigneusement débarrassés des impuretés et séchés.

Lorsque les électrodes comportent des angles vifs, des pointes ou autres rugosités, l'intensité du champ en ces endroits s'avère supérieure à celle des autres régions et peut même dépasser la valeur de la tension disruptive. Dans le

cas d'un diélectrique gazeux, dans des domaines de haute intensité du champ électrique il se produit une ionisation de gaz accompagnée d'une effluve ou décharge lumineuse et d'un crépitements caractéristique. Ce phénomène de décharge silencieuse est appelé dans la technique *décharge en couronne*. Au cours des décharges en couronne sur les électrodes ou les conducteurs il y a des pertes d'énergie.

La rigidité diélectrique d'un matériau isolant est déterminée par l'*intensité disruptive* du champ électrique ou le *gradient disruptif du potentiel* (kV/cm ou kV/mm).

On distingue la résistance d'isolement transversale et la résistance d'isolement superficielle des matériaux isolants.

La résistance transversale spécifique ρ_V est exprimée d'ordinaire en $\Omega \cdot \text{cm}$, la valeur numérique de ρ_V est égale à la résistance d'un cube dont les arêtes sont de 1 cm.

La résistance superficielle spécifique ρ_s est exprimée en ohms, elle est numériquement égale à la résistance qu'offre un carré plan, lorsque la longueur du trajet du courant est égale à la largeur d'écoulement.

La résistance d'une surface plane de longueur l et de largeur a est :

$$r_s = \rho_s \cdot l/a. \quad (1-32)$$

Les résistivités des matériaux isolants sont élevées, non inférieures à 10^8 - $10^7 \Omega \cdot \text{cm}$.

1-7. Application des notions fondamentales sur le champ électrique

Les définitions introduites de certains phénomènes et les caractéristiques quantitatives du champ électrique font partie de la base théorique sur laquelle repose la théorie du champ électromagnétique et des phénomènes électriques et magnétiques. Ces définitions et caractéristiques servent également à résoudre une série de problèmes pratiques: le calcul de la rigidité diélectrique de l'isolement, en particulier, de l'intensité du champ dans les vides au sein d'un isolant, la détermination du diamètre minimal nécessaire des conducteurs d'une ligne à haute tension, le calcul d'un voltmètre électrostatique, le calcul des trajectoires des particules chargées se déplaçant dans un champ électrique, la détermination des forces agissant sur des particules dans un filtre électrostatique, le calcul de la suspension électrostatique d'un gyroscope sphérique, etc.

Détermination de l'intensité du champ dans les vides au sein d'un isolant. L'isolement des machines électriques à haute tension est réalisé d'ordinaire en matériaux isolants imprégnés à rigidité diélectrique élevée. L'isolement des diverses sections de l'enroulement est réalisé couche après couche en imprégnant et compressant chaque couche. L'obtention d'un isolement monolithe sans inclusions d'air est une impérative, car dans celles-ci, comme nous allons en faire la démonstration, surviennent des décharges électriques, qui conduisent à la dégradation de l'isolement.

Soit l'isolement d'encoche de l'enroulement d'une machine électrique à tension maximale $u = 11\,000 \text{ V}$ réalisé en micanite (feuillet de mica collés au vernis) d'une épaisseur $\delta_1 = 2,5 \text{ mm}$. A cause d'un pressage défectueux le micanite comporte une couche d'air d'épaisseur $\delta_2 = 0,1 \text{ mm}$. Avec une certaine approximation on peut considérer que la surface de l'acier du circuit magnétique

dans l'encoche et celle du cuivre de l'enroulement constituent les armatures d'un condensateur. Par conséquent nous pouvons représenter l'image d'une partie d'un condensateur plan équivalent (fig. 1-13) avec des lignes des vecteurs D et E allant d'une armature à l'autre. La fig. 1-13 représente les lignes ininterrompues du vecteur

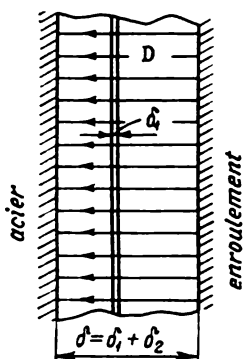


Fig. 1-13. Détermination de l'intensité du champ électrique dans les cavités de l'isolement

du déplacement électrique D allant, par exemple, de l'enroulement vers l'acier. Les intensités disruptives du champ électrique du mica et de l'air sont respectivement égales à $E_{1dis} = 250 \text{ kV/cm}$ et $E_{2dis} = 35 \text{ kV/cm}$, leur permittivité relative est $\epsilon_{1r} = 7,0$ et $\epsilon_{2r} \approx 1,0$.

Vu que les lignes du déplacement électriques sont ininterrompues, $D_1 = D_2 = D$ et les intensités du champ électrique E_1 dans le mica et E_2 dans l'air seront :

$$E_1 = \frac{D}{\epsilon_{1r}\epsilon_0}; \quad E_2 = \frac{D}{\epsilon_{2r}\epsilon_0}.$$

Etant donné que $\epsilon_{1r} = 7\epsilon_{2r}$, nous obtenons $E_2 = 7E_1$.

Dans un condensateur plan la tension u entre les armatures est égale à la somme des produits des intensités du champ par les longueurs des lignes dans les couches du diélectrique : $E_1(\delta_1 - \delta_2) + E_2\delta_2 = 2,4 \cdot E_1 + 7 \cdot 0,1E_1 = u$, d'où $E_1 = u/3,1 = 3,54 \text{ kV/mm}$ et $E_2 = 7E_1 = 24,8 \text{ kV/mm}$.

L'intensité du champ électrique E_1 dans le mica est sensiblement inférieure à l'intensité disruptive E_{1dis}

$$E_1 = 3,54 \text{ kV/mm} < E_{1dis} = 25 \text{ kV/mm};$$

l'intensité du champ électrique E_2 dans la couche d'air dépasse sensiblement l'intensité disruptive E_{2dis} :

$$E_2 = 25,4 \text{ kV/mm} > E_{2dis} = 3,5 \text{ kV/mm}.$$

Par conséquent, bien que la rigidité diélectrique de l'isolant soit suffisante des décharges électriques se produisent dans les inclusions d'air, des oxydes apparaissent et l'isolement est progressivement détruit. C'est pourquoi la présence de cavités, d'inclusions d'air dans l'isolant est inadmissible.

Calcul du plus petit diamètre des fils d'une ligne de transport d'énergie électrique. Dans ce cas l'intensité du champ électrique à la surface des conducteurs est élevée en comparaison de l'intensité du champ dans l'espace environnant, ce qui est mis en évidence par la fig. 1-2 pour une sphère chargée. Si l'intensité du champ à la surface des conducteurs d'une ligne de transport d'énergie électrique dépasse la valeur de l'intensité disruptive pour l'air une décharge en couronne apparaît à la surface des fils. La décharge en

couronne provoque des pertes d'énergie, c'est pourquoi le diamètre des fils doit être inférieur à une certaine grandeur. On choisit parfois pour les fils un diamètre supérieur à celui qui est nécessaire au point de vue des exigences de la perte de tension admissible.

Lorsque la hauteur de suspension des conducteurs d'une ligne de transport d'énergie électrique au-dessus du sol est assez grande, on peut ne tenir compte que du champ électrique entre les conducteurs, qui sont supposés parallèles.

Soit à déterminer le rapport entre la plus grande intensité du champ électrique $E_{\max}$ et la tension u entre des conducteurs parallèles. La tension u varie dans le cas d'un courant alternatif et il faut alors prendre en considération la valeur de l'amplitude de la tension. Le champ électrique de deux cylindres parallèles est représenté sur la fig. 1-5. En vertu de l'expression (1-22) on obtient :

$$E_{\max} = \frac{q}{2\pi l \epsilon r};$$

$$u = \frac{q}{2\pi l \epsilon} \ln \frac{a-r}{r} \approx \frac{q}{2\pi l \epsilon} \ln \frac{a}{r} = E_{\max} r \ln \frac{a}{r},$$

a étant la distance entre les centres des conducteurs, d'où il découle finalement :

$$E_{\max} = \frac{u}{r \ln(a/r)}.$$

La valeur de l'intensité du champ E_{cour} à laquelle commence une décharge en couronne diffère quelque peu de l'intensité disruptive du champ électrique (du gradient disruptif). L'expérience donne pour des conditions atmosphériques normales une valeur de E_{cour} se situant dans les limites entre 30 et 40 kV/cm. Pour $u = 220$ kV, $a = 1,5$ m et $r = 0,5$ cm on obtient :

$$E_{\max} = \frac{220}{0,5 \ln(150/0,5)} = 77,0 \text{ kV/cm} > E_{\text{cour}}.$$

On peut calculer le diamètre minimal nécessaire du fil $d = 2,2$ cm.

Calcul de la force qui s'exerce sur l'électrode mobile d'un voltmètre électrostatique. Dans un voltmètre électrostatique la tension est mesurée d'après la valeur du couple moteur M de la force d'interaction entre les plaques mobiles et fixes de l'appareil. Le couple moteur M est équilibré par le couple antagoniste M_α d'un ressort qui tend à empêcher le pivotement de l'équipage mobile de l'appareil.

Les voltmètres électrostatiques peuvent être conçus de diverses façons, une des exécutions possibles est représentée sur la fig. 1-14. L'une des plaques fixes a et la plaque mobile b sont branchées sur l'une des bornes de la source de tension u , l'autre plaque fixe c étant connectée à l'autre borne. La tringle D reliée à la plaque mobile tend à faire pivoter l'aiguille du voltmètre en surmontant le couple

antagoniste M_α du ressort non représenté sur le dessin. La force d'interaction entre les plaques fixes et la plaque mobile se compose de la force d'attraction entre les plaques à charges de signes opposés b et c et la force de répulsion entre les plaques à charges du même signe a et b .

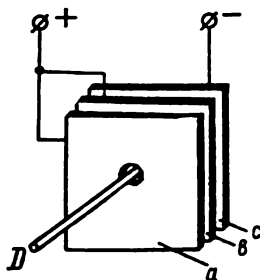


Fig. 1-14. Schéma de la construction d'un voltmètre électrostatique

On peut calculer l'énergie W_ϵ du champ électrique du condensateur constitué par les plaques fixes a et c et la plaque mobile b , en utilisant l'expression (1-28).

Compte tenu de ce qu'au cours de la mesure la tension reste invariable, nous allons déterminer le couple moteur M qui tend à faire pivoter l'équipage mobile :

$$M = \frac{\partial W_\epsilon}{\partial \alpha} = \frac{u^2}{2} \frac{\partial C}{\partial \alpha},$$

α étant l'angle de pivotement de l'équipage mobile.

Le couple antagoniste du ressort M_α est proportionnel à l'angle de torsion α :

$$M_\alpha = w_\alpha,$$

w étant le couple spécifique (le couple par unité d'angle).

A l'état stable de l'équipage mobile on a $M = M_\alpha$, d'où la tension mesurée u :

$$u = \sqrt{\frac{2w}{\partial C / \partial \alpha} \alpha}.$$

L'expression ci-dessus permet de conclure que l'échelle de l'appareil n'est pas uniforme. Si les variations de la capacité par unité d'angle de pivotement sont les mêmes dans toute la plage de modification de l'angle α , c'est-à-dire si $\partial C / \partial \alpha = \text{const}$, l'échelle est quadratique. Une configuration des armatures et la cinématique de l'appareil appropriées permettent d'obtenir une échelle à peu près uniforme.

Calcul des trajectoires des particules chargées en mouvement dans un champ électrique. Dans certains dispositifs et appareils techniques on utilise le phénomène de la déviation des charges électriques en mouvement par un champ électrique. Par exemple, pour observer les modifications d'une tension, on utilise la luminescence de l'écran du tube sous vide à rayons cathodiques d'un oscillographe cathodique à l'endroit d'impact d'un pinceau étroit d'électrons. Ces électrons se déplacent à une vitesse invariable dans une direction tout en s'écartant dans une direction perpendiculaire sous l'action du champ électrique des plaques, auxquelles est appliquée la tension à observer.

La fig. 1-15 fait voir que le pinceau étroit d'électrons se déplaçant dans le tube sous vide à partir de la cathode à la vitesse v passe

entre des plaques parallèles auxquelles est appliquée la tension observée u . La distance entre les plaques est égale à c , tandis que leur longueur est d . Le système de déviation du pinceau dans le sens vertical n'est pas représenté. Nous allons démontrer que la déviation a du pinceau sur l'écran par rapport au point médian est proportionnelle à la tension u .

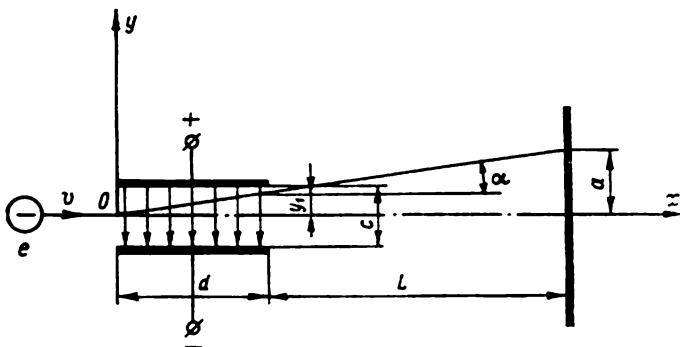


Fig. 1-15. Calcul de la déviation du pinceau électronique dans le champ électrique de deux plaques parallèles

En négligeant les distorsions du champ sur les bords des plaques déterminons la force f qui s'exerce sur un électron de charge e en mouvement entre les plaques :

$$f = Ee = \frac{u}{c} e.$$

Sous l'action de cette force l'électron acquiert une accélération dans le sens de l'axe de coordonnées Y :

$$w = f/m = u \, e/m,$$

m étant la masse de l'électron.

La déviation du pinceau d'électrons dans la direction de l'axe Y pendant le temps $t = d/v$, nécessaire au passage de l'électron entre les plaques, est :

$$y_1 = wt^2/2 = (ued^2)/(2 \, cmv^2).$$

En déterminant la valeur de la coordonnée y pour la valeur courante de x on trouve :

$$y = \frac{u}{2c} \frac{e}{m} \frac{1}{v^2} x^2.$$

La trajectoire des électrons dans l'espace entre les plaques est donc une parabole.

Lorsque les électrons sortent de l'espace entre les plaques, ils reprennent une trajectoire rectiligne faisant un angle α par rapport à l'axe X .

La tangente de l'angle α peut être calculée à partir du rapport entre la vitesse relativement faible $v_y = \frac{e}{m} E \frac{d}{v}$ dans le sens de l'axe Y lors de la sortie des plaques et la vitesse v :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{e}{m} E \frac{d}{v^2} = \frac{e}{m} \frac{u}{c} \frac{d}{v^2}.$$

La déviation du pinceau sur l'écran

$$\begin{aligned} a = y_1 + L \operatorname{tg} \alpha &= \frac{e}{m} \frac{u}{2c} \frac{d^2}{v^2} + \frac{e}{m} \frac{u}{c} \frac{d}{v^2} L = \\ &= \frac{e}{m} \frac{u}{c} \frac{d}{v^2} \left(\frac{d}{2} + L \right) \approx \frac{e}{m} \frac{u}{c} \frac{Ld}{v^2}. \end{aligned}$$

Cette dernière expression approximative est valable pour $L \gg d$.

Nous remarquerons que pour une tension assignée et une vitesse initiale connue des électrons on peut définir à partir de cette expression le rapport entre la charge de l'électron et sa masse. Les données des mesures indiquent $e/m = 1,76 \cdot 10^{11}$ C/kgf.

CHAPITRE II

CHAMP MAGNÉTIQUE

2-1. Définitions et notions fondamentales

Comme nous l'avons indiqué dans le premier chapitre (§ 1-1), il existe dans la nature le champ électromagnétique unique. Tout champ magnétique est provoqué par un courant électrique, et le courant électrique des charges en mouvement est dû à la présence d'un champ électrique. En examinant exclusivement le champ magnétique, nous laissons sans attention le champ électrique qui existe simultanément ou bien nous négligeons l'existence d'un champ très

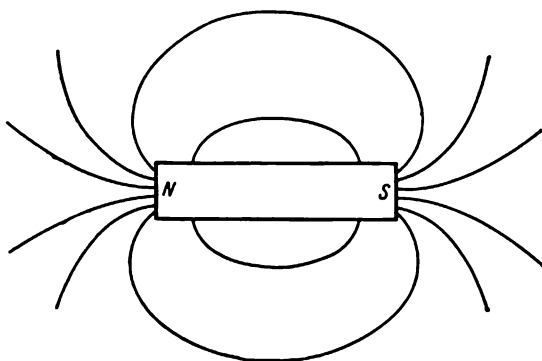


Fig. 2-1. Champ magnétique d'un aimant permanent

faible. Nous allons définir le champ magnétique comme une forme particulière de la matière, qui se manifeste en exerçant une force déterminée sur les aimants, les conducteurs parcourus par un courant et par d'autres phénomènes. Chacun a observé la répartition des grains de limaille le long de lignes d'une configuration déterminée autour d'un aimant (fig. 2-1). Pour réaliser cette expérience, on pose une feuille de carton saupoudrée de limaille de fer sur un aimant, puis on secoue légèrement le carton, et les grains de limaille se disposent en chaîne sur le carton selon les lignes représentées sur le dessin.

Les cours de physique sont consacrés aux divers phénomènes se produisant dans un champ magnétique. Le présent chapitre donne

les définitions et notions fondamentales caractérisant le champ magnétique et permettant de décrire et de définir quantitativement les phénomènes les plus importants au point de vue pratique.

Ces notions sont considérées comme étant en principe connues et le présent chapitre peut être utilisé comme complémentaire non obligatoire à étudier. Le dernier paragraphe de ce chapitre contient quelques exemples pratiques d'application de la théorie du champ magnétique.

Depuis la publication en 1600 par Gilbert des résultats de ses études sur les phénomènes magnétiques et jusqu'aux années 30 du XIX^e siècle il existait une notion de masses magnétiques analogue à la notion des charges électriques. La formule de Coulomb (1785) relative aux forces d'interaction entre les aimants fut établie pour des masses magnétiques attribuées à ces aimants. Les premières notions concernant l'existence d'un rapport entre les phénomènes magnétiques et le passage d'un courant apparaissent après les expériences d'Ersted (1819), qui observa l'action du courant électrique sur une aiguille aimantée, et les travaux d'Ampère (1820), qui démontra qu'un solénoïde parcouru par un courant est équivalent à un aimant. La découverte de l'induction magnétique par Faraday (1831), les travaux d'Ersted et d'Ampère ont permis à l'académicien Lenz de formuler la thèse de l'unité et de la réversibilité des phénomènes d'induction magnétique et de l'action des conducteurs parcourus par un courant sur une aiguille aimantée. C'est depuis que disparaît la notion de réalité des masses magnétiques, bien qu'on utilise encore longtemps en physique la notion de masses magnétiques fictives.

On appelle pôle nord le pôle d'un aimant qui se dirige vers le pôle nord de la Terre. Les lignes le long desquelles se disposent les grains de limaille de fer sur une feuille de papier doivent être considérées comme les lignes d'action des forces magnétiques de même que les lignes d'un champ électrique sont les lignes selon lesquelles s'exercent les forces appliquées aux charges électriques. Tout comme le champ électrique, le champ magnétique peut être représenté graphiquement à l'aide de lignes de force magnétiques orientées conventionnellement dans l'espace du pôle nord vers le pôle sud (fig. 2-1). C'est le long de ces lignes que se disposent les grains de limaille de fer et les aiguilles aimantées. Faraday considérait que les lignes magnétiques sont les axes des tubes du champ magnétique de même que les lignes du champ électrique représentent les lignes axiales des tubes du champ électrique.

Si on voulait séparer un pôle de l'autre, ceci, comme nous le savons, serait impossible. En résultat d'une division on obtient toujours des aimants à deux pôles. On peut en conclure que les pôles magnétiques sont inséparables l'un de l'autre, tandis que les lignes du champ magnétique doivent être ininterrompues en passant au sein d'un aimant du pôle sud vers le pôle nord et à l'extérieur du pôle nord vers le pôle sud (fig. 2-2).

Contrairement au champ électrique, le champ magnétique n'a pas de potentiel et est un champ rotationnel, sans sources (voir chapitre III). Ce n'est que d'une façon conventionnelle que l'on détermine la *différence de potentiel magnétique* (D.D.P. magnétique), la *force magnétomotrice* (F.M.M.) ou *force magnétisante* (F.M.) dans un champ magnétique.

L'ensemble des lignes magnétiques traversant une surface donnée, ou le flux du vecteur de l'induction magnétique, est appelé *flux magnétique* à travers cette surface. La grandeur vectorielle numériquement égale à la densité des lignes de force magnétique au point

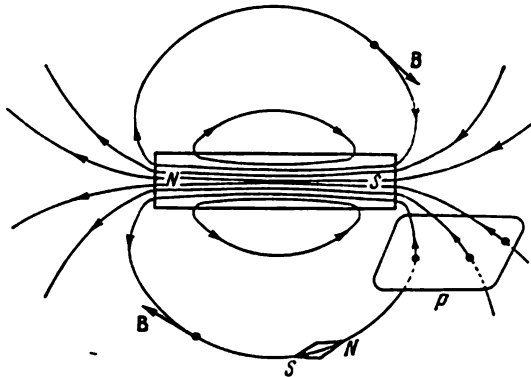


Fig. 2-2. Lignes fermées du champ magnétique d'un aimant permanent

donné du champ et dirigée le long des lignes du champ est appelée *induction magnétique*. De même que l'intensité d'un champ électrique, l'intensité d'un champ magnétique est trouvée comme étant la force magnétomotrice (F.M.M.) par unité de longueur d'une ligne de force magnétique. Cette définition apparaît en partant d'une notion de force agissant sur une masse magnétique nord unité.

Le *théorème d'Ampère* (loi du courant total), qui détermine l'interdépendance et la relation quantitative entre les phénomènes du passage d'un courant et l'apparition d'un champ magnétique est considéré comme obtenu en partant de résultats expérimentaux.

La *loi d'induction électromagnétique* découverte par Faraday (1831) détermine la F.E.M. induite dans les circuits électriques lors d'une variation du flux magnétique embrassé. La théorie des phénomènes électromagnétiques est basée sur ces deux lois obtenues en partant de résultats expérimentaux. Notons qu'en réalité le théorème d'Ampère a été déduit à partir de la loi de l'induction électromagnétique et de la loi de Coulomb.

L'*auto-induction* est le phénomène de la création d'une F.E.M. dans un circuit lorsque le courant dans ce circuit varie, et l'*induction mutuelle* consiste en l'apparition d'une F.E.M. dans des circuits

lorsque le courant qui parcourt d'autres circuits, possédant un couplage magnétique avec les circuits considérés, varie.

L'existence d'un champ magnétique est en rapport avec la présence de l'énergie d'un champ magnétique dans l'espace où ce champ existe. Sur des circuits électriques et des aimants placés dans un champ s'exercent des forces électromagnétiques, qui sont déterminées d'ordinaire d'après les variations de l'énergie du champ lors du déplacement de corps divers, tels que conducteurs parcourus par un courant ou aimants.

2-2. Flux magnétique et induction magnétique

Le *flux magnétique* ou le *flux du vecteur de l'induction magnétique* Φ à travers une surface donnée P (fig. 2-2) est déterminé par le nombre de lignes du champ traversant cette surface, de même que pour le vecteur de déplacement du champ électrique (§ 1-2). Dans le système S.I. le flux magnétique est exprimé en webers (Wb) dont la dimension s'exprime en V·s.

L'*induction magnétique* B , l'intensité du champ magnétique au point donné, est déterminée par le rapport du flux magnétique élémentaire $d\Phi$ à travers une surface élémentaire perpendiculaire ds à cette surface

$$B = d\Phi/ds. \quad (2-1)$$

L'induction magnétique est une *grandeur vectorielle*, les vecteurs sont orientés suivant les tangentes des lignes du champ (fig. 2-2). L'induction magnétique est numériquement égale à la quantité de lignes du vecteur de l'induction magnétique par unité de l'aire d'une surface perpendiculaire.

Dans le système S.I. l'induction magnétique est exprimée en teslas (T), dont la dimension s'exprime en Wb/m².

Le flux magnétique à travers une surface s se compose des flux à travers les surfaces élémentaires ds , dont chacun est égal au produit scalaire des vecteurs Bds (le vecteur ds coïncide avec la normale à la surface élémentaire ds):

$$\Phi = \int_s B ds. \quad (2-2)$$

En cas de répartition uniforme du champ sur tous les points d'une surface s , dont les éléments sont perpendiculaires aux lignes du vecteur, nous obtenons:

$$\Phi = Bs.$$

Les lignes du vecteur de l'induction magnétique sont ininterrompues, ne possèdent ni commencement ni fin, car il n'existe pas dans la nature de masses magnétiques unipolaires. C'est pourquoi il entre dans toute surface fermée s autant de lignes qu'il en sort. Mathématiquement ce principe de continuité s'exprime par:

$$\oint B ds = 0. \quad (2-3)$$

De même que pour la représentation des lignes du champ électrique on peut considérer que les lignes du champ magnétique sont les lignes axiales des tubes du champ, qui tendent à se rétrécir tout en se repoussant mutuellement.

2-3. Loi du courant total (théorème d'Ampère)

Le théorème d'Ampère détermine la relation qui existe entre le passage d'un courant et l'apparition d'un champ magnétique. C'est une des deux lois qui servent de base à la théorie des phénomènes électromagnétiques.

L'expérience montre, que lorsqu'une bobine avec un nombre de spires w est parcourue par un courant I (fig. 2-3), on peut écrire l'expression :

$$\oint \frac{\mathbf{B}}{\mu} d\mathbf{l} = Iw, \quad (2-4)$$

$\mathbf{B}$ étant le vecteur de l'induction magnétique; $d\mathbf{l}$ le vecteur d'un élément du contour $abca$; μ la perméabilité magnétique absolue qui caractérise les propriétés magnétiques de la matière traversée par le flux magnétique (dans le cas général μ peut prendre diverses valeurs en différents points du chemin $abca$).

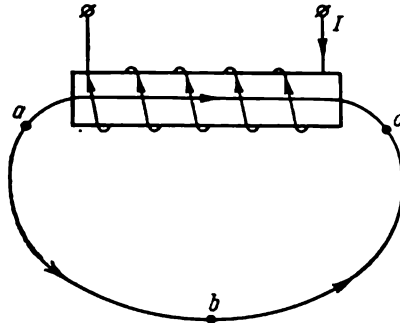


Fig. 2-3. Contour fermé abc embrassant un circuit électrique

La grandeur $\mathbf{B}/\mu$ est le vecteur de l'intensité du champ magnétique

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu, \quad (2-5)$$

La direction et le sens du vecteur $\mathbf{H}$ dans un milieu homogène et isotrope coïncident avec la direction et le sens du vecteur de l'induction magnétique $\mathbf{B}$.

Le contour $abca$ embrasse le courant I non une mais w fois, Iw représente le courant total embrassé par le contour. Dans le cas général le courant total

$\sum_{k=1}^n I_k$ peut comporter des courants de conductibilité, de convection et de déplacement, qui apparaissent en cas de variation du champ électrique.

Le théorème d'Ampère est traduit par la formule :

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum_{k=1}^n I_k. \quad (2-6)$$

La circulation du vecteur de l'intensité du champ magnétique sur un contour fermé est égale au courant total embrassé par ce contour.

Lorsqu'on se sert de l'expression (2-6), il ne faut pas oublier qu'on affecte du signe plus les courants dont le sens coïncide avec le sens de rotation d'une vis droite qu'on fait avancer le long du chemin de circulation et du signe moins les courants de sens opposé.

La dimension de l'intensité du champ magnétique dans le système S.I. est obtenue à partir de l'expression (2-6): $[H] = [I/l] = \text{A/m}$; la dimension A/cm est également utilisée. La dimension de la perméabilité magnétique est trouvée à partir de l'expression (2-5):

$$[\mu] = \left[\frac{\mathbf{B}}{\mathbf{H}} \right] = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{m}}{\text{A}} = \frac{\Omega \cdot \text{s}}{\text{m}} = \frac{\text{H}}{\text{m}},$$

la grandeur $\Omega \cdot \text{s}$ étant appelée henry (H).

La perméabilité du vide μ_0 , appelée *constante magnétique*, est une des constantes physiques les plus importantes. Dans le système S.I. la valeur de la constante magnétique est :

$$\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6} \text{H/m} = 0,4\pi \cdot 10^{-9} \text{H/cm}.$$

La perméabilité magnétique sans dimension dans le système e.m.C.G.S. est de grandeur égale à la perméabilité magnétique relative μ_r , ou simplement à la perméabilité magnétique, qui est déterminée par la relation :

$$\mu_r = \mu/\mu_0. \quad (2-7)$$

Le premier membre de l'expression (2-6) est appelé d'ordinaire force magnétisante (F.M.) ou force magnétomotrice (F.M.M.) et le second membre courant total. La F.M. est exprimée en ampères (A).

Si la direction de la circulation coïncide avec la direction de la ligne du vecteur du champ, on déduit de l'expression (2-6) que $dF = H dl$ et que l'intensité du champ magnétique

$$H = \frac{dF}{dl}. \quad (2-8)$$

L'intensité du champ magnétique est numériquement égale à la F.M. calculée par unité de longueur de la ligne magnétique.

La F.M. entre les points a et b d'un champ est donnée par

$$F = \int_a^b H dl. \quad (2-9)$$

Cette détermination de la F.M. est analogue à la détermination de la tension en tant que circulation du vecteur de l'intensité du champ électrique. Mais il existe une différence principale entre les champs électrique et magnétique, et la F.M. ne peut être déterminée que pour des conditions déterminées, par exemple, entre les points d'un circuit ouvert ou pour un contour fermé une seule fois.

Le théorème d'Ampère non seulement établit le rapport quantitatif entre les phénomènes du passage d'un courant et de l'apparition d'un champ magnétique, mais il est à la base des méthodes de calcul des circuits magnétiques.

On détermine le sens des lignes du champ magnétique d'après la règle de la vis droite, c'est-à-dire que ce sens est considéré comme coïncidant avec celui de rotation d'une vis qui se meut dans le sens de circulation du courant.

On représente graphiquement le champ magnétique soit à l'aide des lignes du vecteur de l'induction magnétique, soit à l'aide des lignes du vecteur de l'intensité du champ, ces dernières peuvent être partiellement interrompues à la limite des matières possédant des perméabilités magnétiques différentes. Dans un milieu isotrope homogène les configurations des lignes des vecteurs de l'induction magnétique et de l'intensité du champ sont identiques.

2-4. Caractéristiques magnétiques des matériaux

Voyons un modèle physique simplifié d'aimantation d'un noyau en matériau magnétique dont l'enroulement est parcouru par un courant (fig. 2-4). On peut considérer que le matériau magnétique est composé de solénoïdes élémentaires qui peuvent s'orienter dans la direction d'aimantation sous l'action du champ magnétique.

Pour faciliter l'explication, supposons que les sections du noyau contiennent six solénoïdes de ce genre orientés suivant la direction d'aimantation et parcourus par des courants I' (fig. 2-4, a). Dans ce cas on peut remplacer le noyau par une douille métallique parcourue par un courant I' (fig. 2-4, b) car l'action des courants circulant par les faces voisines s'annule réciproquement.

L'aimantation J est déterminée par l'intensité du courant I' rapportée à une unité de la longueur l du noyau :

$$J = I'/l.$$

Le vecteur d'aimantation est orienté perpendiculairement au plan des contours parcourus par le courant I' et dirigé suivant le mouvement de translation d'une vis droite pivotant dans la direction de passage du courant. L'aimantation s'exprime en A/m ou en A/cm.

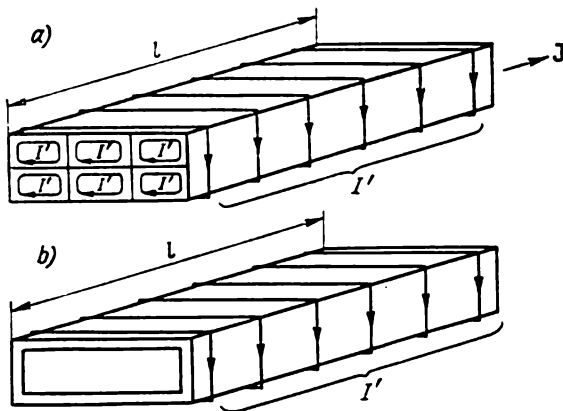


Fig. 2-4. Noyau en matériau magnétique; a, coupe d'un modèle simplifié du noyau; b, recouvrement équivalent parcouru par un courant

Dans le cas général le vecteur de l'aimantation est orienté suivant la normale n au contour du courant et sa grandeur est égale à celle du courant rapporté à une unité de la longueur de la normale (fig. 2-4, a):

$$J = \frac{dI'}{dn} = \frac{n}{n}, \quad (2-10)$$

et le courant équivalent du noyau:

$$I' = \int_l J \, dl.$$

En introduisant la notion d'aimantation, on peut écrire l'expression qui traduit la loi du courant total (le théorème d'Ampère) pour le contour $abca$ (fig. 2-3), en considérant que le contour chemine tout le long par l'air:

$$\oint \frac{B}{\mu_0} \, dl = Iw + I' = Iw + \oint J \, dl$$

ou

$$\oint \left(\frac{B}{\mu_0} - J \right) \, dl = Iw. \quad (2-11)$$

L'expression entre parenthèses est l'intensité du champ:

$$B/\mu_0 - J = H,$$

d'où

$$B = \mu_0 (H + J). \quad (2-12)$$

On peut considérer que dans certaines limites l'aimantation est proportionnelle à l'intensité du champ magnétique $J = \kappa H$. On tombe alors sur

$$B = \mu_0 (1 + \kappa) H, \quad (2-13)$$

$$\mu = \frac{B}{H} = \mu_0 (1 + \kappa). \quad (2-14)$$

Le coefficient κ , qui caractérise la susceptibilité des matériaux de s'aimanter, est appelé *susceptibilité magnétique*. On distingue les matériaux : *diamagnétiques* ($\kappa < 0$; $\mu < \mu_0$); *paramagnétiques* ($\kappa > 0$; $\mu > \mu_0$) et *ferromagnétiques* ($\kappa > 0$; $\mu \gg \mu_0$).

Quelques métaux tels le fer, le nickel, le cobalt et leurs alliages ainsi que les matières plastiques et autres dans lesquelles sont incluses des spoudres de métaux ferromagnétiques sont ferromagnétiques. Les autres matériaux sont paramagnétiques ou diamagnétiques.

Lors de l'apparition d'un champ magnétique, les électrons accélèrent ou décélèrent sur les orbites suivant l'orientation des atomes, ce qui équivaut à de soi-disant courants intra-atomiques supplémentaires qui affaiblissent le champ magnétique apparu. C'est pourquoi certaines matières sont diamagnétiques. Le bismuth possède des propriétés diamagnétiques particulièrement prononcées ($\mu = 0,99983 \mu_0$).

A part la diminution du champ sous l'action des courants intra-atomiques supplémentaires apparaît un effet d'orientation des atomes suivant le champ magnétique. Si cet effet d'accroissement du champ magnétique domine l'affaiblissement, la matière est paramagnétique.

Les métaux ferromagnétiques, contrairement aux paramagnétiques, possèdent des perméabilités magnétiques importantes. La première hypothèse parue fut celle d'Ampère (1820), selon laquelle l'existence du champ magnétique des aimants permanents était attribuée à la présence dans l'aimant de contours élémentaires parcourus par un courant. Cette idée fut développée par l'hypothèse de Weber, selon laquelle un métal ferromagnétique se compose d'aimants élémentaires formant à l'état non aimanté des groupes fermés stables.

Ces hypothèses n'étaient pas à même d'expliquer pour quelle raison aux températures dépassant un certain niveau déterminé, appelé point de Curie (pour le fer environ 770 °C et pour le nickel environ 360 °C) les métaux ferromagnétiques cessent d'être ferromagnétiques et deviennent paramagnétiques avec une faible perméabilité magnétique.

Selon les conceptions modernes dans un métal ferromagnétique il existe des domaines d'aimantation spontanée dans des directions déterminées. A l'intérieur de ces domaines, qui se composent de contours élémentaires orientés, le champ magnétique est très fort, l'intensité du champ atteignant $1 \cdot 10^9$ A/m. A l'état non aimanté les domaines sont disposés en désordre; sous l'action d'un champ magnétique extérieur ces domaines s'orientent suivant la direction d'aimantation. Aux températures dépassant le point de Curie ces domaines sont détruits et ne peuvent plus exister.

La modification de l'orientation des domaines à aimantation spontanée est en rapport avec le phénomène de la *magnétostriction* (modification des dimensions) au cours de l'aimantation. Ce phénomène est en partie lié au vrømissement des transformateurs; la magnétostriction est utilisée pour obtenir des oscillations ultrasonores.

Les courbes d'aimantation qui représentent les relations entre l'induction magnétique B et l'intensité du champ magnétique H (A/m ou A/cm) sont les caractéristiques les plus importantes des métaux ferromagnétiques; la courbe de l'acier est représentée sur la fig. 2-5. La *courbe principale* ou la *courbe de première aimantation* $B=f(H)$ est obtenue en aimantant progressivement un métal vierge non aimanté dans une direction (chap. X). La fig. 2-5 représente également la courbe de modification de la perméabilité magnétique. La perméabilité magnétique, qui est proportionnelle aux tangentes des angles α des droites sécantes passant par l'origine des coordonnées, une fois sa valeur maximale atteinte, commence à décroître.

Les plus fortes inductions magnétiques obtenues avec des intensités du champ magnétique raisonnables au point de vue technique, atteignent pour le fer et ses alliages des valeurs de l'ordre de 1,4 à 1,8 T, et les plus grandes perméabilités magnétiques μ_r quelques milliers et même dizaines de milliers.

Si à partir du point a (fig. 2-6) qui correspond à une intensité du champ $H_a = H_{\max}$ de la courbe de première aimantation on fait décroître l'intensité

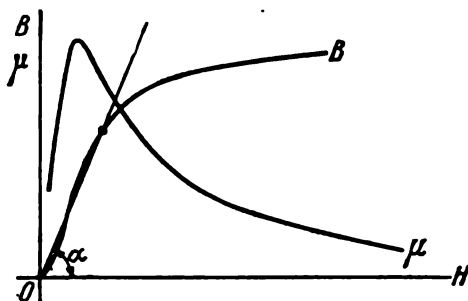


Fig. 2-5. Courbe de première aimantation et courbe de la modification de la perméabilité magnétique

du champ jusqu'à la valeur $-H_c$, puis jusqu'à la valeur $-H_a$ et ensuite on la fait accroître jusqu'à la valeur initiale H_a , après dix ou quinze renversements de l'aimantation on obtient des cycles d'hystérésis en boucles fermées. Les

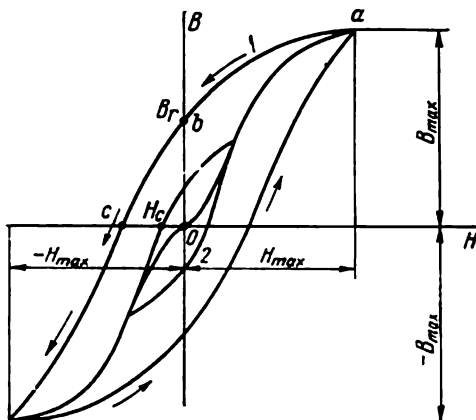


Fig. 2-6. Cycles d'hystérésis au cours des réaimantations d'un métal ferromagnétique

sommets de ces courbes fermées se situent sur la courbe de première aimantation. L'inversement de l'aimantation du noyau est réalisé en modifiant la valeur du courant et en inversant le sens du courant passant par l'enroulement d'aimantation.

Lorsque l'intensité du champ magnétique diminue jusqu'à zéro (point b) il subsiste une induction magnétique B_r , appelée *induction magnétique rémanente*. Ce n'est qu'au cours de l'aimantation en sens opposé, lorsque l'intensité du champ magnétique atteint une valeur $-H_c$, que l'induction magnétique devient nulle (point c). Cette intensité du champ magnétique est appelée intensité coer-

citive ou force de retardement, et le phénomène du retard de l'aimantation sur le champ inducteur est appelé *hystérésis*.

La relation entre la susceptibilité magnétique et l'intensité du champ magnétique fut étudiée pour la première fois par Stoliétov (1871).

Les métaux et alliages ferromagnétiques à cycle d'hystérésis étroit sont appelés matériaux magnétiquement doux et sont utilisés lorsqu'il faut que les pertes par hystérésis soient réduites, par exemple, dans les circuits magnétiques à flux magnétique alternatif. Les métaux à large cycle d'hystérésis sont appelés matériaux magnétiquement durs et sont utilisés lorsqu'on fait appel à des valeurs élevées de B_r et H_c , par exemple, pour la fabrication des aimants permanents (aciers au carbone et alliages spéciaux).

Au cours des renversements de l'aimantation des métaux il se produit des pertes d'énergie et un échauffement. Les pertes d'énergie se composent des pertes par courants de Foucault induits dans le métal et des pertes par hystérésis qui ont pour cause le retard de l'aimantation sur la variation de l'intensité du champ (chap. VII). Les pertes d'énergie dues aux courants de Foucault seront d'autant plus faibles que la résistivité du métal est plus élevée et l'inducteur du circuit magnétique ou de ses parties constituantes est réduite.

C'est pourquoi l'acier magnétique couramment utilisé pour les circuits magnétiques à flux variable doit être doux et posséder une résistivité relativement élevée. L'acier magnétique est d'ordinaire utilisé en forme de tôles de 0,3 à 0,5 mm d'épaisseur avec une teneur en silicium atteignant 4,8 % afin d'augmenter sa résistivité.

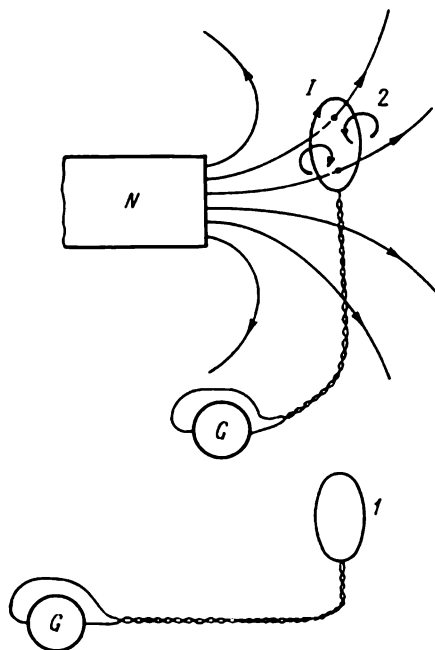


Fig. 2-7. Schéma de l'expérience démontrant le phénomène de l'induction électromagnétique

tandis que la boucle est amenée dans le champ magnétique à partir de la position 1 en dehors du champ (fig. 2-7). La déviation de l'équipage mobile du balistique est à peu près proportionnelle à la quantité d'électricité parcourant le circuit en un faible intervalle de temps.

Si en position 2 la surface limitée par la boucle est traversée par deux lignes, la modification du flux $\Delta\Phi$ est égale à deux unités.

2-5. Loi de l'induction électromagnétique

La loi de l'induction électromagnétique établit la relation existant entre la F.E.M. induite dans les circuits électriques et la variation du flux magnétique traversant les surfaces limitées par les contours des circuits, ou entre les F.E.M. induites dans des conducteurs lorsque ceux-ci coupent un flux magnétique.

Cette loi, obtenue en résultat des expériences effectuées en 1831 par Faraday est, avec le théorème d'Ampère, à la base de la théorie des phénomènes d'induction. Faraday formula les résultats de ses expériences de la façon suivante: « La quantité d'électricité parcourant un circuit est proportionnelle au nombre de lignes magnétiques coupées ».

Voyons une représentation plus évidente de l'expérience, dans laquelle les extrémités d'une boucle formée par un conducteur sont raccordées à un galvanomètre balistique G,

Cette expérience montre que dans le circuit électrique apparaît une impulsion de courant dont la direction est opposée au sens de rotation d'une vis droite qui avance le long des lignes magnétiques. Par conséquent, si l'accroissement du flux est positif dans la direction des lignes magnétiques que nous convenons d'affecter au mouvement d'avance d'une vis droite, le courant aura une direction négative, opposée au sens de rotation de la vis.

On peut inscrire les résultats des expériences de Faraday sous la forme :

$$\Delta q = -\Delta\Phi/r, \quad (2-15)$$

Δq étant la quantité d'électricité qui a parcouru le circuit; r la résistance du galvanomètre et de la boucle.

Le signe moins signifie qu'en cas d'un accroissement positif du flux la F.E.M. et le courant sont dirigés dans le sens opposé au sens de rotation d'une vis droite avançant le long des lignes magnétiques, tandis qu'en cas d'un accroissement négatif du flux la F.E.M. et le courant changent de sens.

Les résultats des expériences de Faraday furent traités mathématiquement par Maxwell dans son « Traité sur l'électricité et le magnétisme » (1873). Les conclusions de la théorie du champ électromagnétique ont été confirmées par les travaux de Hertz (1887-1889) et de Lebedev (1895) et par l'invention de la radio par Popov.

Transformons l'expression (2-15) en tenant compte de ce que $dq = Idt$, I étant le courant parcourant le circuit pendant le temps dt , tandis que la F.E.M. dans le circuit $\epsilon = Ir$. On obtient :

$$\epsilon = -d\Phi/dt. \quad (2-16)$$

Cette expression traduit la loi de l'induction électromagnétique énoncée par Maxwell (seconde formulation) :

La F.E.M. induite dans un circuit lors de la variation du flux magnétique traversant une surface limitée par le contour du circuit est égale à la vitesse de variation du flux magnétique prise avec le signe moins.

Les lignes du vecteur de l'induction magnétique sont ininterrompues, c'est pourquoi lorsque le flux magnétique, c'est-à-dire le nombre de lignes enlacées par le circuit, varie d'une grandeur $\Delta\Phi$, un même nombre de lignes ΔN coupe les conducteurs du contour. Il en résulte l'expression de la F.E.M. induite dans un circuit, lorsque les conducteurs du circuit coupent les lignes du vecteur de l'induction magnétique :

$$\epsilon = -dN/dt. \quad (2-17)$$

Cette expression traduit la loi de l'induction magnétique énoncée par Faraday (première formulation) :

La F.E.M. induite lorsque les lignes de l'induction magnétique coupent les conducteurs d'un circuit est égale à la vitesse à laquelle les lignes coupent les conducteurs prise avec le signe moins.

Les deux formulations de cette loi sont équivalentes, l'utilisation de l'une ou de l'autre est déterminée par des considérations de commodité.

Si le flux magnétique est exprimé en unités e.m.C.G.S., i.e. en maxwells (1 maxwell vaut $1 \cdot 10^{-8}$ weber), pour obtenir la F.E.M. en volts, il faut multiplier par 10^{-8} les seconds membres des expressions :

$$\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt} 10^{-8} \text{V}; \quad \epsilon = -\frac{dN}{dt} 10^{-8} \text{V}.$$

En conformité avec la loi de l'induction électromagnétique, les courants induits dans un circuit tendent à s'opposer à la variation du flux magnétique. Sur la fig. 2-8 les directions de la F.E.M. et des lignes magnétiques du courant induit sont représentées par des flèches en trait plein pour l'accroissement du flux magnétique, lorsque la F.E.M. agit dans le sens du cheminement négatif (lignes en pointillés sur le dessin).

C'est sur ceci qu'est basée la formule de la loi de Lenz (1833) : *la F.E.M. d'induction qui prend naissance dans un circuit fermé tend à s'opposer à la variation*

du flux qui la produit, et, par conséquent, à la cause de cette variation. Cette loi exprime l'inertie des circuits électriques, leur tendance à maintenir invariable le flux magnétique qu'ils enlacent.

Le flux magnétique total ou flux Ψ embrassé par un circuit est trouvé en intégrant le vecteur de l'induction magnétique sur la surface de tous les contours.

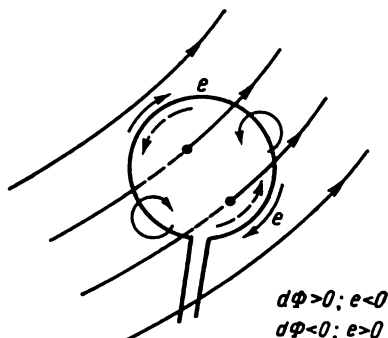


Fig. 2-8. Induction d'une F. E. M. dans un contour fermé lorsque le flux magnétique qu'il embrasse est modifié

Si le circuit peut être considéré comme composé de n contours, le flux magnétique total est égal à la somme algébrique des flux embrassés par les divers contours :

$$\Psi = \sum_{k=1}^n \Phi_k. \quad (2-18)$$

Lors de la sommation de Φ_k on affecte du signe plus les flux dirigés suivant le déplacement d'une vis droite qu'on fait tourner dans le sens du contournement des contours à partir de l'une des bornes choisies du circuit vers l'autre, et du signe moins les flux de l'autre direction.

Pour une bobine comportant w spires embrassant chacune un flux magnétique Φ , le flux magnétique total $\Psi = w\Phi$ et la F.E.M. est déterminée par la vitesse de variation du flux magnétique total :

$$e = -d\Psi/dt = -w d\Phi/dt.$$

Lorsqu'un conducteur de longueur l se déplace à une vitesse uniforme v perpendiculairement aux lignes d'un champ magnétique uniforme dont l'induction magnétique est B , la F.E.M. induite dans le conducteur est

$$e = dN/dt = Blv. \quad (2-19)$$

Si l'induction magnétique est exprimée en unités e.m.C.G.S., i.e. en gauss (Gs), l en cm et v en cm/s, la F.E.M. en volts est égale à

$$e = Blv \cdot 10^{-8} \text{ V}. \quad (2-19a)$$

Pour un conducteur disposé perpendiculairement aux lignes magnétiques et se déplaçant sous un angle $\alpha \neq \pi/2$ par rapport aux lignes, la F.E.M. est déterminée par :

$$e = Blv \sin \alpha. \quad (2-20)$$

D'après la règle concernant le signe de la F.E.M. ou en appliquant la loi d'inertie magnétique on peut déterminer la direction de la F.E.M. dans le contour comprenant le conducteur coupant les lignes magnétiques. En partant de ces lois on peut formuler la règle pratique de la main droite.

Si on place la paume de la main droite perpendiculairement aux lignes du vecteur de l'induction magnétique de manière à ce que les lignes y entrent, tandis que le pouce écarté coïncide avec le sens du mouvement du conducteur, les doigts tendus de la main indiquent le sens de la F.E.M. (fig. 2-9, a).

Selon la règle de Mitkévitch lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique, autour de ce conducteur sont engendrées des lignes de champ magnétique qui déterminent le sens de la circulation du courant induit dans le conducteur, comme représenté en plusieurs étapes sur la fig. 2-9, b.

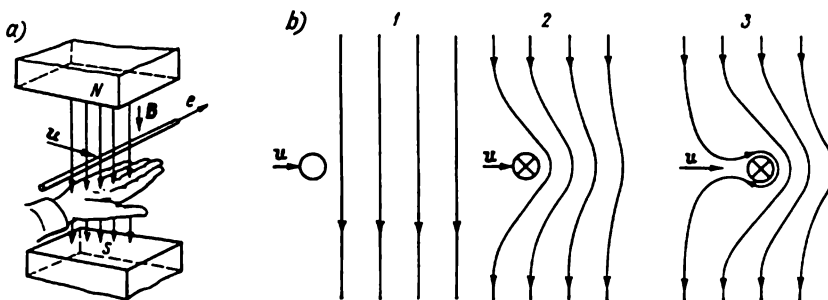


Fig. 2-9. Règles déterminant la direction d'une F. E. M. induite dans un conducteur coupant des lignes magnétiques: a, règle de la main droite; b, règle de Mitkévitch!

Si on fait varier le flux magnétique traversant un métal, dans ce dernier sont induits des courants de Foucault. Dans le cas de variation du flux magnétique au sein d'un diélectrique apparaissent des courants de déplacement (chap. III).

2-6. Inductance

Si on ouvre le circuit d'une bobine parcourue par un courant I , entre les contacts s'écartant de l'interrupteur, apparaît un arc électrique qui peut durer quelques secondes. Ceci s'explique par le fait que lors de la diminution du flux magnétique, dû au courant I , dans le circuit est induite une F.E.M. e_L qui tend à s'opposer à la variation du flux magnétique et du courant I . Lorsque la bobine est branchée, est induite une F.E.M. e_L qui est dirigée en opposition par rapport à la tension appliquée.

Les F.E.M. induites lorsque le flux magnétique propre varie sont appelées F.E.M. d'auto-induction, et le phénomène d'induction de ces F.E.M., *auto-induction*.

Si les perméabilités des matières magnétiques dans lesquelles existe un champ magnétique sont invariables le flux magnétique total d'une bobine à w spires, par exemple, est proportionnel à la F.M. du circuit $F = Iw$, et, par conséquent, au courant

$$\Psi = LI, \quad (2-24)$$

d'où

$$L = \Psi/I. \quad (2-22)$$

La grandeur L est appelée *auto-inductance* ou simplement *inductance*. La dimension de l'inductance $[L] = [\Psi/I] = [V \cdot s/A] = [\Omega \cdot s] = [H]$. La dimension $\Omega \cdot s$ est appelée henry (H). C'est l'inductance que possède un circuit qui parcouru par un courant $I = c [A]$ engendre et embrasse un flux total $\Psi = c [Wb]$.

L'inductance est souvent exprimée en unités dérivées: millihenrys (mH).

La F.E.M. d'auto-induction est calculée d'après la loi de l'induction électromagnétique :

$$e_L = -\frac{d\Psi}{dt} = -L \frac{dI}{dt} - I \frac{dL}{dt}. \quad (2-23)$$

La F.E.M. d'auto-induction est induite lorsque le courant ou l'inductance du circuit varient, par exemple, lorsqu'on introduit un noyau en acier dans une bobine parcourue par un courant ou lorsqu'on en sort un tel noyau.

Si l'inductance ne varie pas, on a :

$$e_L = -L \frac{dI}{dt}. \quad (2-24)$$

L'équation (2-24) traduit la loi de l'inertie électromagnétique pour un cas particulier. Si, par exemple, $dI/dt > 0$, on obtient $e_L < 0$, c'est-à-dire que la F.E.M. agit en sens opposé à la tension appliquée.

L'expression (2-24) permet de déterminer l'inductance d'une autre façon :

$$L = \left| \frac{e_L}{dI/dt} \right|. \quad (2-25)$$

Pour un tore sans noyau magnétique dont le nombre de spires est w , la longueur de la ligne de force moyenne du champ magnétique est l_m , m , et la

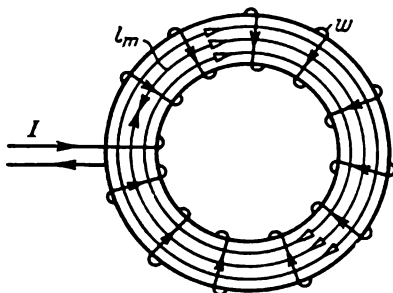


Fig. 2-10. Détermination de l'inductance d'un tore

section transversale est s , m^2 (fig. 2-10), l'intensité moyenne du champ magnétique $H_m = F/l_m = Iw/l_m$, A/m, et alors l'inductance pour $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$ H/m s'exprime :

$$L = \frac{w\Phi}{I} = \frac{w\mu_0 H_m s}{I} = \mu_0 \frac{wIws}{Il_m} = 0,4\pi \frac{w^2 s}{l_m} \cdot 10^{-6}, \text{ H.} \quad (2-26)$$

Pour une perméabilité magnétique $\mu_r = \mu/\mu_0$ on obtient :

$$L = 0,4\pi \frac{\mu_r w^2 s}{l_m} \cdot 10^{-6}, \text{ H.}$$

En conformité avec le théorème d'Ampère l'induction magnétique à une distance x du centre du fil parcouru par un courant I s'exprime par

$$B = \mu_0 \frac{F}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}.$$

L'inductance d'une boucle constituée par des conducteurs parallèles de rayon R et de longueur l , écartés les uns des autres à une distance a , est déter-

minée par le rapport du flux magnétique $\Phi = 2 \int_R^a B l dx$ des deux conducteurs au courant :

$$L = \frac{2 \int_R^a B l dx}{I} = \frac{2 \int_R^a \frac{\mu_0}{2\pi} I l \frac{dx}{x}}{I} = \frac{\mu_0}{\pi} l \ln \frac{a}{R}. \quad (2-27)$$

2-7. Inductance mutuelle

Les circuits électriques, par exemple les bobines disposées à une certaine distance l'une de l'autre, sont liés magnétiquement entre eux (fig. 2-11). Si on

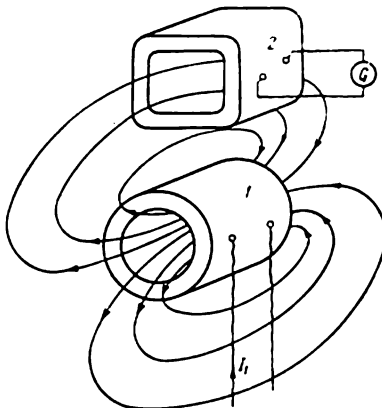


Fig. 2-11. Couplage magnétique entre deux circuits électriques

fait varier la position relative des deux circuits ou le courant, dans la bobine 1, par exemple, le flux embrassé par les spires de la bobine 2 en sera modifié et une F.E.M. sera induite dans cette dernière.

Le phénomène de l'induction d'une F.E.M. dans un circuit électrique lorsque le courant dans un autre circuit ou leurs paramètres géométriques (position relative, dimensions et forme des circuits) varient est appelé inductance mutuelle et la F.E.M. induite est appelée F.E.M. d'induction mutuelle.

Le flux magnétique total Ψ_{21} embrassé par les spires de la bobine 2 et engendré par le courant I_1 de la bobine 1, la perméabilité magnétique du milieu étant invariable, est proportionnel à la F.M. et au courant I_1 :

$$\Psi_{21} = M_{21} I_1; \quad (2-28)$$

$$M_{21} = \Psi_{21} / I_1. \quad (2-29)$$

Le coefficient M_{21} est appelé *coefficient d'induction mutuelle*.

De même, lorsque le second circuit est parcouru par le courant I_2 , on a donc :

$$M_{12} = \Psi_{12} / I_2. \quad (2-30)$$

L'inductance mutuelle s'exprime, de même que l'auto-induction, en henrys (H).

On démontre que les inductances mutuelles M_{21} et M_{12} sont identiques:

$$M_{21} = M_{12} = M. \quad (2-31)$$

Les expressions (2-28) et (2-30) permettent de définir la F.E.M. d'induction mutuelle:

$$e_{2M} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M \frac{dI_1}{dt} - I_1 \frac{dM}{dt}; \quad (2-32)$$

$$e_{1M} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -M \frac{dI_2}{dt} - I_2 \frac{dM}{dt}. \quad (2-33)$$

Lorsque l'inductance mutuelle de deux circuits est invariable, on tombe sur une expression plus simple pour les F.E.M.:

$$e_{2M} = -M \frac{dI_1}{dt}; \quad (2-32a)$$

$$e_{1M} = -M \frac{dI_2}{dt}. \quad (2-33a)$$

Ces expressions permettent de déterminer l'inductance mutuelle d'une autre façon, par exemple:

$$M = \left| \frac{e_{2M}}{dI_1/dt} \right|. \quad (2-34)$$

L'inductance mutuelle dépend des propriétés des matériaux des circuits magnétiques, des paramètres géométriques des circuits électriques ainsi que de leur position relative. Le couplage magnétique entre les circuits est caractérisé par le *coefficient de couplage* entre les circuits

$$k = M/\sqrt{L_1 L_2}. \quad (2-35)$$

En cas de couplage magnétique parfait $k = 1$ et on a

$$M^2 = L_1 L_2 \quad (2-36)$$

2-8. Energie du champ magnétique

L'existence d'un champ magnétique dans un milieu est en rapport avec la présence de l'énergie du champ dans ce milieu. Cette énergie peut provenir de la source d'énergie du circuit électrique auquel est lié le champ magnétique.

La somme des F.E.M. d'un circuit à inductance invariable est égale à la chute de tension dans la résistance r , c'est-à-dire $U + e_L = Ir$, U étant la tension aux bornes du circuit, ou autrement:

$$U = L \frac{dI}{dt} + Ir.$$

En multipliant les deux parties de l'expression par $I dt$, nous obtenons:

$$UI dt = LI dI + I^2 r dt. \quad (2-37)$$

Cette expression permet de conclure que l'énergie amenée au circuit au cours d'un intervalle de temps élémentaire dt est dépensée pour l'échauffement des conducteurs du circuit $I^2 r dt$ et pour l'accroissement de l'énergie du champ magnétique, s'il n'y a pas de pertes d'énergie dans le milieu ambiant et d'émission d'énergie électromagnétique dans l'espace environnant. C'est pourquoi l'énergie du champ magnétique du circuit est donnée par l'expression:

$$W_m = \int_0^I LI dI = LI^2/2 = \Psi I/2, \quad (2-38)$$

le flux magnétique total $\Psi = LI$.

On peut démontrer que l'énergie de n contours parcourus par des courants I_k s'exprime par :

$$W_m = \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_k I_k}{2}. \quad (2-39)$$

Par exemple, pour deux circuits,

$$\begin{aligned} W_m &= \frac{\Psi_1 I_1}{2} + \frac{\Psi_2 I_2}{2} = \frac{(L_1 I_1 + M I_2) I_1}{2} + \frac{(L_2 I_2 + M I_1) I_2}{2} = \\ &= \frac{L_1 I_1^2}{2} + \frac{L_2 I_2^2}{2} + M I_1 I_2. \end{aligned} \quad (2-40)$$

La dimension de l'énergie du champ magnétique $[\Psi I] = \text{V} \cdot \text{s} \cdot \text{A} = \text{J}$. L'énergie du champ magnétique, déterminée formellement comme étant l'énergie des circuits, est répartie dans le milieu où existe un champ magnétique. Pour le cas le plus simple d'un tore très mince (fig. 2-10) l'énergie du champ magnétique s'exprime par :

$$W_m = \frac{\Psi I}{2} = \frac{\omega \Phi I}{2} = \frac{H l_m B s}{2} = \frac{H B}{2} s l_m. \quad (2-41)$$

En considérant que les conclusions obtenues en résultat de l'analyse de l'expression (2-41) sont valables pour un cas généralisé, nous obtenons pour un milieu homogène isotrope l'énergie par unité de volume

$$W'_m = \frac{W_m}{V} = \frac{B H}{2} = \frac{\mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu}, \quad \frac{\text{J}}{\text{m}^3}. \quad (2-42)$$

Dans un milieu hétérogène et anisotrope l'énergie dans une unité de volume de l'espace occupé par le champ est égale à la moitié du produit scalaire des vecteurs B et H . L'énergie renfermée dans les limites d'un certain volume V est déterminée dans le cas général par :

$$W_m = \int \frac{B H}{2} dV. \quad (2-43)$$

L'énergie W_m emmagasinée du champ magnétique des circuits électriques est relativement faible, de l'ordre de quelques joules ou fractions de joule. Mais, d'autre part, l'influence de cette énergie sur le déroulement des phénomènes qui se produisent dans les circuits peut s'avérer très importante.

2-9. Forces électromagnétiques

Dans un champ électromagnétique apparaissent des *forces électromagnétiques*. Ce sont les forces qui s'exercent sur un conducteur parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique, les forces d'interaction des aimants, des conducteurs parcourus par un courant et autres.

On peut calculer ces forces de différentes manières, par exemple, en considérant que la force qui s'exerce sur une charge en mouvement est connue par voie d'expérience, on peut obtenir l'expression de la force d'interaction entre des conducteurs parcourus par un courant, de la force qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant, etc.

Une méthode basée sur des considérations énergétiques est universelle.

Lorsqu'un ensemble de n circuits électriques se déplace dans la direction de l'axe de coordonnées g , le long duquel s'exerce la force f , le travail élémentaire effectué lors de la translation dg est égal à $f dg$ (fig. 2-12). Si l'apport d'énergie de l'extérieur au circuit est nul, c'est-à-dire si $\Psi_k = \text{const}$, et si les pertes d'énergie par rayonnement dans le milieu environnant sont nulles, le travail est effectué grâce à une diminution de l'énergie du champ magnétique lors de

la variation de la coordonnée g . C'est pourquoi la force f peut être définie à partir de l'expression :

$$f dg + \frac{\partial W_m}{\partial g} dg = 0; \quad (2-44)$$

$$f = - \frac{\partial W_m}{\partial g}. \quad (2-45)$$

En supposant $\Psi_k = \text{const}$, la force qui s'exerce dans la direction de la coordonnée g est égale à la diminution de l'énergie du champ magnétique calculée pour une unité de longueur.

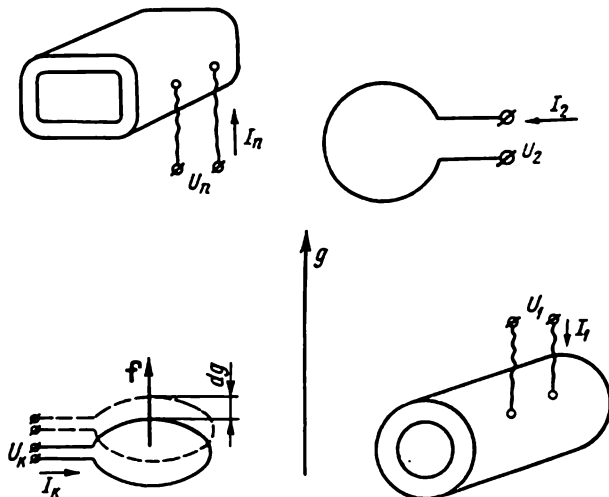


Fig. 2-12. Système de n circuits électriques parcourus par un courant

Si les courants dans les circuits sont invariables, $I_k = \text{const}$, on obtient une autre expression

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial g}. \quad (2-46)$$

Les expressions des forces sont obtenues pour des circuits ou des corps immobiles ou se déplaçant très lentement. C'est pourquoi pour déterminer la force on choisit l'expression la plus commode. Les forces f et les coordonnées g sont généralisées, comme il est indiqué au chapitre I.

Si les grandeurs figurant dans les formules (2-45) et (2-46) sont exprimées en unités du système S.I., les forces pour les coordonnées g seront également obtenues en newtons (N).

2-10. Application de la théorie du champ magnétique

Les lois et les notions fondamentales sur le champ magnétique, que nous avons examinées, sont à la base des études théoriques, les expressions que nous avons établies permettent de calculer et d'étudier les dispositifs et les appareils électromagnétiques.

Le théorème d'Ampère sert de base au calcul des circuits magnétiques, que nous étudierons au chapitre VII.

Le calcul et l'étude des machines électriques, dont la théorie concise est exposée dans la quatrième partie, sont basés, entre autres, sur la loi de l'induction magnétique.

Ces expressions et notions fondamentales sont indispensables pour l'étude de la plupart des problèmes de l'électrotechnique théorique et pratique.

L'exposé qui suit concède relativement peu de place à l'application des expressions établies pour déterminer les forces électromagnétiques. C'est pourquoi nous allons nous arrêter sur les cas pratiques les plus importants.

Force portante d'un électro-aimant (fig. 2-13). Déterminons la force portante d'un électro-aimant possédant deux pôles identiques,

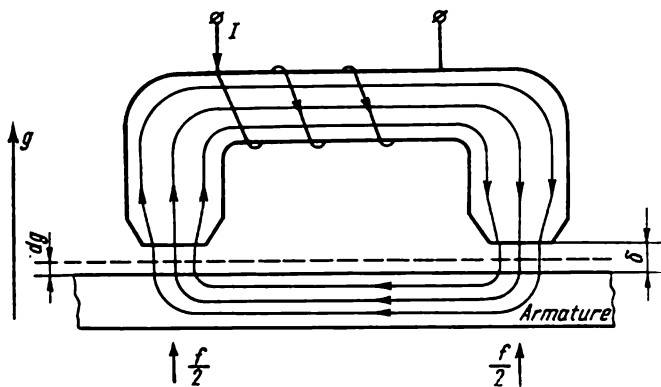


Fig. 2-13. Electro-aimant avec armature

c'est-à-dire la force d'attraction qu'il exerce sur l'armature en métal ferromagnétique. On sait qu'une armature est attirée vers les pôles d'un aimant, car les lignes magnétiques dans les entrefers entre l'électro-aimant et l'armature tendent à se rétrécir.

Lorsque le flux magnétique Ψ dans l'électro-aimant reste invariable, l'induction magnétique B et l'intensité du champ magnétique H du circuit magnétique sont également invariables, par conséquent, les densités de l'énergie $BH/2$ des différentes portions du circuit magnétique sont invariables. En se reportant à l'expression (2-44), on voit que le travail mécanique $f'_x dg$ ne peut être effectué dans ce cas que grâce à une diminution de l'énergie du champ magnétique, ce qui conditionne le mouvement de l'armature dans le sens de la diminution du volume occupé par le champ magnétique dans l'entrefer. Par conséquent, la force agit dans le sens de la diminution de l'entrefer : vers le haut sur la figure.

Pour des entrefers relativement faibles entre les pôles de l'électro-aimant et l'armature on peut considérer que les lignes magnétiques dans les entrefers sont parallèles entre elles et perpendiculaires à la surface de l'armature. Soit la somme des surfaces des deux pôles

$s = s_1 + s_2$; lors de la translation de l'armature vers le haut d'une grandeur dg la diminution du volume du champ dans les entrefers est $dV = s dg$, tandis que la diminution de l'énergie du champ magnétique s'exprime par :

$$dW_m = \frac{BH}{2} s dg.$$

La valeur de la force portante f , qui est égale à la somme des forces de traction vers chacun des pôles $f/2$, s'exprime pour un électro-aimant avec un entrefer rempli d'air ($\mu = \mu_0$) par

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial g} = \frac{B^2}{2\mu_0} s.$$

Si l'induction magnétique est exprimée en T, l'aire de la surface s en m^2 et la constante magnétique $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$ H/m, on obtient l'effort de traction en kgf :

$$f = \frac{1}{2 \cdot 9,81} \frac{B^2}{0,4\pi \cdot 10^{-6}} \approx 4B^2 s \cdot 10^4, \text{ kgf.} \quad (2-47)$$

Si l'induction magnétique B est exprimée en gauss (1 Gs = 10^{-4} T), et l'aire de la surface s en cm^2 , la force est égale à :

$$f = 4B^2 s \cdot 10^{-8} = 4 \left(\frac{B}{10\,000} \right)^2 s, \text{ kgf.} \quad (2-48)$$

S'il n'y a qu'un seul entrefer entre le pôle de l'électro-aimant et l'armature, comme dans un relais à palette, il ne faut prendre en considération que la surface d'un seul pôle.

Force d'interaction entre deux fils parallèles parcourus par un courant. Voyons l'effort d'interaction entre deux fils parallèles de la même section circulaire se trouvant à une distance a l'un de l'autre (fig. 2-14).

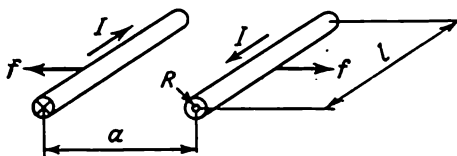


Fig. 2-14. Force d'interaction entre deux conducteurs parcourus par des courants de sens opposé

Lorsque les sens des courants invariables I parcourant les conducteurs sont ceux indiqués sur la figure, les forces f tendent à écarter les conducteurs l'un de l'autre et la grandeur des forces, qui s'exercent le long de la ligne raccordant les conducteurs, est

$$f = \frac{\partial W_m}{\partial g} = \frac{I^2}{2} \frac{\partial L}{\partial a}.$$

En se reportant à l'expression (2-27) de l'inductance de deux conducteurs parallèles de rayon R et de longueur l , on obtient l'expression de la force qui s'exerce entre eux :

$$f = \frac{\mu_0}{2\pi} l I^2 \frac{\partial}{\partial a} \left(\ln \frac{a}{R} \right).$$

La force d'interaction en kilogrammes pour $\mu_0 = 0,4\pi \cdot 10^{-6}$ H/m :

$$f = \frac{0,4\pi \cdot 10^{-6}}{2\pi \cdot 9,81} l I^2 \frac{1}{a} = 2,04 I^2 \frac{l}{a} \cdot 10^{-8}, \text{ kgf.} \quad (2-49)$$

Si le sens des courants parcourant les deux conducteurs est identique, les lignes magnétiques embrassant les deux conducteurs par-

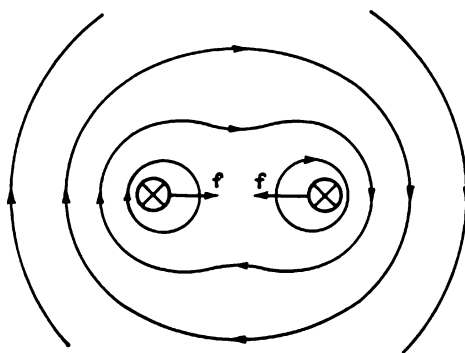


Fig. 2-15. Interaction entre deux conducteurs parcourus par des courants du même sens

courus par un courant de même sens tendent à rapprocher les deux conducteurs (fig. 2-15). La grandeur de cette force est exprimée par la même formule (2-49).

Lorsque les courants I_1 et I_2 parcourant les conducteurs sont différents, la force d'interaction est donnée par l'expression :

$$f = 2,04 I_1 I_2 \frac{l}{a} \cdot 10^{-8}, \text{ kgf.} \quad (2-50)$$

Lorsque les courants sont relativement faibles, les forces d'interaction sont peu importantes. Pour des courants forts, atteignant des dizaines et des centaines de kiloampères, qui peuvent exister dans des installations énergétiques puissantes, ces forces peuvent atteindre des tonnes. C'est pourquoi il faut dans ces cas consolider les enroulements des machines.

Force agissant sur un conducteur parcouru par un courant se trouvant dans un champ magnétique. Soit un conducteur de longueur l placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant I perpendiculaire aux lignes d'un champ magnétique uniforme $B = \text{const}$ (fig. 2-16). Le conducteur tend à se déplacer dans la direc-

tion selon laquelle s'exerce la force. Le sens d'action de la force est trouvé en partant de la condition que la variation de l'énergie du champ magnétique au cours du déplacement en ce sens, est la plus grande.

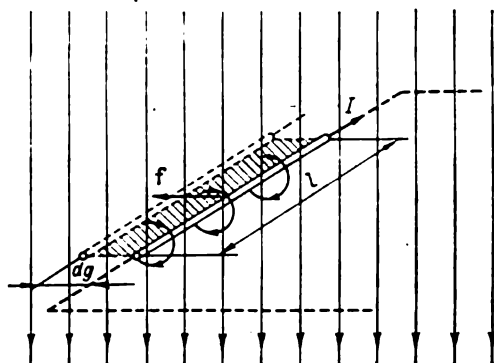


Fig. 2-16. Force s'exerçant sur un conducteur parcouru par un courant, placé dans un champ magnétique

La plus grande variation élémentaire de l'énergie du champ $I d\Psi$ a lieu lorsque le conducteur se déplace perpendiculairement aux lignes magnétiques en restant parallèle à lui-même, car alors le nombre de lignes magnétiques coupées par le conducteur est maximal, donc la variation du flux embrassé par le contour, dont le conducteur fait partie, est la plus grande.

Lors de la translation du conducteur dans le sens d'action de la force d'une distance dg , la variation de l'énergie du champ magnétique du contour, dont le conducteur de longueur l fait partie, est

$$dW_m = I d\Psi = IBl dg.$$

Il découle du § 2-8 que la variation élémentaire de l'énergie du champ magnétique est égale à la valeur du travail dA effectué par la force f :

$$dA = f dg.$$

En égalant ces deux expressions et en exprimant la force en kilogrammes, on obtient:

$$f = \frac{1}{9,81} BIl = 0,102BIl, \text{ kgf}, \quad (2-51)$$

B étant l'induction magnétique du champ magnétique uniforme, T; l la longueur du conducteur, m; I le courant parcourant le conducteur, A.

Lorsque le conducteur forme un angle $\alpha \neq \pi/2$ avec les lignes magnétiques (fig. 2-17), la direction de la force reste comme dans

le cas précédent perpendiculaire au plan dans lequel se trouvent le conducteur et les lignes du champ, et la grandeur de la force

$$f = 0,102BI \sin \alpha. \quad (2-52)$$

Si l'induction magnétique est exprimée en Gs et la longueur du conducteur en cm, la force est donc :

$$f = 1,02BI \cdot 10^{-7}, \text{ kgf}; \quad (2-51a)$$

$$f = 1,02BI \sin \alpha \cdot 10^{-7}, \text{ kgf}. \quad (2-52a)$$

Le sens de la force qui s'exerce sur un conducteur est déterminé en partant de la condition que si le courant est invariable la force

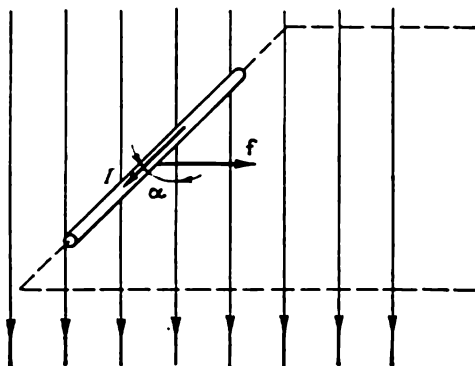


Fig. 2-17. Force s'exerçant sur un conducteur parcouru par un courant, placé dans un champ magnétique lorsque $\alpha \neq 2\pi$

s'exerce dans le sens de l'accroissement de l'énergie du contour (2-46). La fig. 2-16 met en évidence que seule une translation du conducteur vers la gauche entraîne l'accroissement du flux magnétique embrassé par le contour. Donc la force agissant sur le conducteur s'exerce vers la gauche.

La méthode qui consiste à déterminer la direction de la force par raisonnement est peu commode. C'est pourquoi pour déterminer la direction d'une force, on utilise la règle, beaucoup plus commode, de la main gauche, qui est formulée en se basant sur les considérations indiquées plus haut.

Si la paume de la main gauche est disposée perpendiculairement aux lignes magnétiques, de manière à ce que les lignes magnétiques pénètrent dans la paume, les doigts redressés de la main étant dirigés dans le sens du courant, le pouce écarté indique le sens de la force qui s'exerce sur le conducteur (fig. 2-18).

La direction de la force qui s'exerce sur un conducteur peut être aussi déterminée selon la règle de Mitkevitch. Selon cette règle le conducteur se déplace dans un sens contraire à celui de la concentration des lignes magnétiques qui apparaît en résultat de la

superposition du champ magnétique du conducteur et du champ magnétique externe.

Une F.E.M. est induite dans un conducteur qui se déplace dans un champ magnétique et, si le circuit qui comprend ce conducteur est fermé, le circuit est parcouru par un courant.

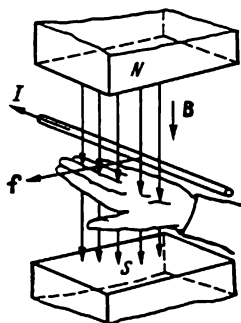


Fig. 2-18. Règle de la main gauche pour déterminer la direction de la force qui s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant

D'autre part, un conducteur parcouru par un courant et se trouvant dans un champ magnétique est sollicité par une force électromagnétique. Ceci constitue la communauté et la convertibilité des phénomènes de l'induction électromagnétique et de l'action des forces électromagnétiques sur un conducteur parcouru par un courant se trouvant dans un champ magnétique.

Cette communauté et cette reconvertibilité se manifestent nettement dans les machines électriques.

Soit l'induit cylindrique d'une machine électrique entraînée par un moteur primaire dans un champ magnétique. Alors dans les conducteurs de l'enroulement posés dans les encoches de l'induit est induite une F.E.M., et lorsque l'enroulement est raccordé à une résistance externe, le circuit est parcouru par un courant : la machine électrique fonctionne en générateur. Si l'enroulement de la machine est parcouru par un courant de même sens, sous l'action des forces, qui s'exercent sur les conducteurs parcourus par le courant, l'induit tend à tourner en sens inverse : la machine électrique peut faire tourner un mécanisme auquel elle est accouplée, en fonctionnant en moteur électrique.

Force s'exerçant sur une charge électrique dans un champ magnétique. Soit une charge Δq se déplaçant dans un champ magnétique uniforme ($B = \text{const}$) perpendiculairement aux lignes magnétiques avec une vitesse $v = \text{const}$ (fig. 2-19). Supposons que la charge parcoure dans l'intervalle de temps Δt une distance Δl .

Le déplacement de la charge électrique à la distance Δl pendant le temps Δt est équivalent au passage d'un courant $I = \Delta q / \Delta t$ en cet endroit. Si la longueur d'un conducteur fictif sur lequel la force s'exerce est Δl , la force selon l'expression (2-51) sera :

$$f = 0,102BI\Delta l = 0,102B \frac{\Delta q}{\Delta t} \Delta l.$$

D'autre part, la valeur $\Delta l / \Delta t$ est égale à la vitesse v de déplacement de la charge. Donc la force qui s'exerce sur la charge s'exprime par :

$$f = 0,102Bv\Delta q, \text{ kgf.} \quad (2-53)$$

Le sens de la force est déterminé suivant la règle de la main gauche (fig. 2-18).

Si la charge se déplace sous un angle $\alpha \neq \pi/2$ par rapport aux lignes magnétiques, de même que pour le cas d'un conducteur placé dans un champ magnétique, la force est dirigée perpendiculairement

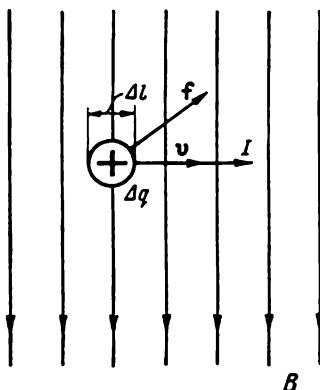


Fig. 2-19. Force qui s'exerce sur une charge se déplaçant dans un champ magnétique

au plan dans lequel se situent les vecteurs de l'induction magnétique B et de la vitesse v et alors la force est

$$f = 0,102Bv\Delta q \sin \alpha. \quad (2-54)$$

Commande du mouvement des particules chargées. On peut à l'aide des champs électriques et magnétiques commander le mouvement des particules électriques chargées, tels que les ions, les électrons, les protons et autres particules matérielles portant des charges électriques.

En utilisant les forces qu'exerce un champ électrique on fait dévier un faisceau d'électrons dans les oscillographes cathodiques, de même que dans les microscopes électroniques et une série d'appareils électroniques modernes.

Par l'action de champs électrique et magnétique, ou bien uniquement du champ magnétique on commande les particules en mouvement dans les accélérateurs de particules chargées, qui permettent d'obtenir des particules à hautes énergies; dans les bêtatrons, les cyclotrons et les synchrotrons.

Lorsqu'une particule se déplace à une vitesse v dans un champ magnétique, une force survient, qui s'exerce sur la particule et qui est dirigée perpendiculairement à la trajectoire du mouvement de la particule et aux lignes magnétiques; la trajectoire du mouvement est incurvée. En égalant cette force à la valeur de la force centripète, on obtient l'équation du rayon de la circonférence sur laquelle la particule de masse m et de charge Δq se déplace dans un champ magnétique uniforme (fig. 2-20). Le plan de la trajectoire du mouvement est perpendiculaire aux lignes magnétiques.

On obtient de l'équation $mv^2/R = f = 0,102 Bv \Delta q$:

$$R = \frac{mv}{0,102 B \Delta q}. \quad (2-55)$$

Un des accélérateurs, le cyclotron (fig. 2-21), possède à l'intérieur deux chambres représentant les parties constitutantes d'un

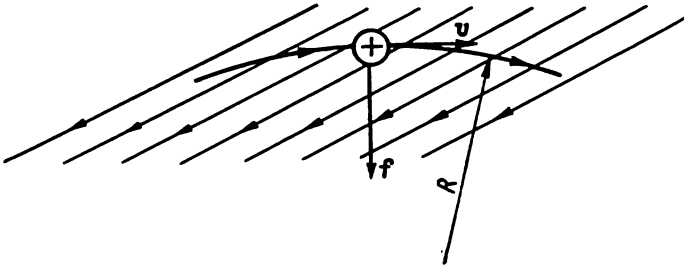


Fig. 2-20. Mouvement d'une charge électrique suivant un arc de circonférence dans un champ magnétique uniforme

cercle complet avec une bande découpée au milieu. Le bas de la chambre de gauche est tracé selon une certaine courbe pour que les particules chargées puissent en sortir. On applique aux chambres

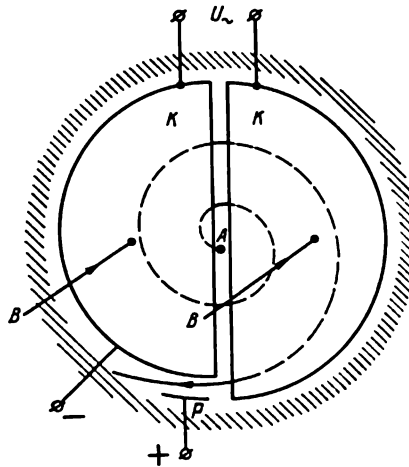


Fig. 2-21. Schéma de la construction d'un cyclotron

une tension alternative dont la période de variation est égale à l'intervalle de temps nécessaire aux particules pour parcourir toute la circonférence. Les chambres K en matériau amagnétique sont placées dans un champ magnétique invariable dont les lignes sont perpen-

diculaires au plan du dessin. Sous l'action du champ électrique alternatif appliqué entre les chambres les particules à charge négative introduites au point *A* sont accélérées; à mesure que la vitesse augmente le rayon de la trajectoire des particules accroît: la trajectoire est une spirale.

Les particules à grande vitesse sortent de la chambre de droite à travers une ouverture spéciale en s'écartant sous l'action du champ électrique constant qui s'exerce entre la plaque de déviation *P* et la chambre de gauche. Bien que les dimensions de la chambre soient limitées, le trajet en spirale de la particule et la durée d'accélération peuvent être assez importants.

NOTIONS FONDAMENTALES SUR LE CHAMP ET LES ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

3-1. Introduction

Comme il a été indiqué aux chapitres précédents, le champ électrique et le champ magnétique présentent deux aspects complémentaires du champ électromagnétique. Pratiquement, on ne peut considérer séparément un champ électrique et un champ magnétique que dans certaines conditions, sans oublier que dans la réalité il existe toujours un champ électromagnétique unique. Le passage d'un courant électrique dans un circuit donne naissance à un champ magnétique; aux charges électriques correspond une déficience ou un excès d'électrons quasi stationnaires qui gravitent en réalité autour des noyaux des atomes, et le déplacement des électrons détermine l'apparition d'un champ magnétique.

La présence d'un champ magnétique témoigne, en vertu de la loi de courant total, de la présence de courants électriques qui engendrent ce champ.

Les notions de champ magnétique, que nous avons considérées, ne concernaient que les circuits électriques transportant un courant qui crée un champ magnétique. Ces concepts correspondaient aux résultats expérimentaux et aux hypothèses énoncées avant l'apparition du « Traité sur l'électricité et le magnétisme » de Maxwell (1873). Maxwell mit les résultats des expériences de Faraday sous la forme mathématique et étendit les lois de l'électromagnétisme à l'espace qui entoure les circuits. D'après la théorie mise sur pied par Maxwell, la variation d'un champ magnétique dans l'espace rempli de diélectrique ou dans le vide induit une F.E.M. et donne naissance à un champ électrique. La variation d'un champ électrique dans les diélectriques ou dans le vide fait naître des courants de déplacement qui engendrent un champ magnétique.

C'est dans ce sens qu'il faut interpréter la loi de l'induction électromagnétique et la loi de courant total sur lesquelles est fondée la théorie du champ électromagnétique. Au début, la théorie du champ électromagnétique ne représentait qu'une tentative hardie faite pour étendre à l'espace rempli de diélectriques et au vide les concepts de phénomènes électromagnétiques. Plus tard, la théorie du champ électromagnétique a été vérifiée expérimentalement comme il est indiqué au par. 2-5, grâce aux travaux de Hertz et de Lebedev et à l'invention de la radio par Popov.

La théorie du champ électromagnétique, complétée et développée par les travaux de nombreux savants fournit une base théorique pour la description et l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques, du rayonnement des ondes, des phénomènes se déroulant dans les récepteurs et les émetteurs radio-électriques, dans le radar et dans d'autres appareils et équipements. On peut démontrer que la propagation des ondes le long des lignes de transmission et le transport d'énergie par fils conducteurs sont aussi des phénomènes électromagnétiques.

L'étude des phénomènes électromagnétiques sur la base de la théorie du champ électromagnétique est une tâche importante qui sort cependant du cadre de l'exposé habituel du cours d'électrotechnique.

En exposant les notions fondamentales sur la théorie du champ électromagnétique, il convient d'énoncer la loi de courant total et la loi de l'induction électromagnétique sous la forme dans laquelle elles sont utilisées pour l'étude du

champ électromagnétique ainsi que l'hypothèse de Maxwell et le principe de continuité des lignes de force magnétiques.

En partant des expressions mathématiques qui seront obtenues, nous analyserons certains phénomènes se déroulant dans le champ électromagnétique et donnerons la description mathématique de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'espace. Outre la description analytique, nous donnerons dans chaque paragraphe des modèles physiques les plus simples des phénomènes considérés.

En raison de leur caractère macroscopique, les phénomènes qui s'observent dans le champ électromagnétique ne seront étudiés que sur la base des concepts de la nature ondulatoire du champ. Les phénomènes dus à la nature quantique des ondes électromagnétiques ne sont pas étudiés dans le présent ouvrage.

Le contenu du présent chapitre n'est pas obligatoire pour l'étude du cours d'électrotechnique générale. Comme il a été dit dans la préface, il convient de lire ce chapitre après avoir étudié la deuxième partie du présent manuel.

3-2. Equations fondamentales du champ électromagnétique

Pour l'étude du champ électromagnétique il est nécessaire d'énoncer les lois fondamentales du champ électromagnétique sous une forme permettant d'établir des équations différentielles décrivant les phénomènes qui se manifestent dans le champ.

Postulat de Maxwell. L'expression (1-15) montre que le postulat de Maxwell est l'assertion que le flux du vecteur de déplacement électrique D à travers une surface fermée est égal à la somme des charges renfermées à l'intérieur de cette surface :

$$\oint D ds = \sum q.$$

Cette expression doit être mise sous la forme différentielle. Supposons donné dans l'espace un parallélépipède infiniment petit de côtés dx , dy et dz .

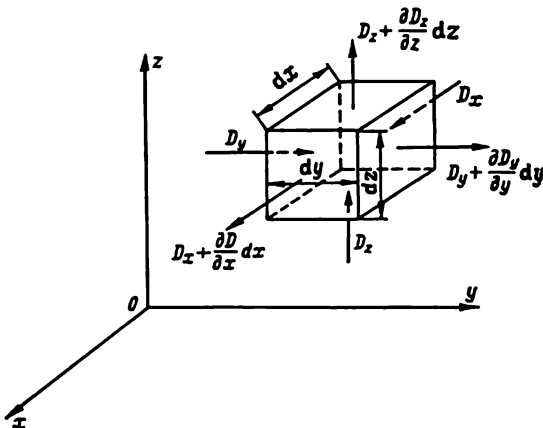


Fig. 3-1. Divergence d'un vecteur sous forme différentielle

parallèles aux axes de coordonnées x , y et z (fig. 3-1). Soit Δq une charge électrique élémentaire renfermée à l'intérieur de ce parallélépipède. Dans ces conditions, le flux du vecteur D entrant à travers la face de gauche sera égal à $D_x dx dz$, alors que le flux du vecteur sortant à travers la face de droite aura pour expression $(D_x + \frac{\partial D_x}{\partial x} dx) dx dz$, D_x étant la composante du vecteur D suivant l'axe

des y . La différence de ces flux donne le flux sortant du volume considéré le long de l'axe des y : $(D_y + \frac{\partial D_y}{\partial y} dy - D_y) dx dz = \frac{\partial D_y}{\partial y} dx dy dz$. En procédant de la même façon, on peut déterminer les flux sortant du volume élémentaire dans le sens des axes x et des z .

Le flux résultant du vecteur de déplacement sortant du volume élémentaire sera obtenu en faisant la somme des flux sortant à travers toutes les six faces. Puisque ce flux est égal à la charge élémentaire dq renfermée à l'intérieur du volume élémentaire $dV = dx dy dz$, nous pouvons écrire:

$$\left(\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \right) dx dy dz = dq.$$

En divisant par dV les deux membres de cette égalité, nous obtenons dans le second membre le rapport de la charge élémentaire dq au volume élémentaire dV , c'est-à-dire la densité de charge volumique au point considéré ρ en C/m^3 :

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho. \quad (3-1)$$

Cette équation est obtenue en partant du concept de flux du vecteur D à travers la surface extérieure d'un volume élémentaire dV . Dans le cas où les charges sont réparties dans l'espace avec une densité uniforme, par exemple, le déplacement électrique croîtra linéairement avec l'augmentation de l'une quelconque des coordonnées. Si les charges se trouvant dans la partie considérée de l'espace sont positives, les lignes du vecteur de déplacement électrique divergent à partir de ces charges qui constituent les « sources » de lignes de champ. Ces lignes aboutissent aux charges négatives qui représentent une sorte de « puits » de lignes.

L'expression figurant au premier membre de l'équation (3-1) est une grandeur scalaire obtenue lorsqu'on fait subir au vecteur D une transformation appelée *divergence* et désignée en abrégé $\text{div } D$. En utilisant cette notation de l'opération, nous pouvons écrire:

$$\text{div } D = \rho. \quad (3-1a)$$

Pour un milieu homogène isotrope on a $E = D/\epsilon$, et donc

$$\text{div } E = \rho/\epsilon. \quad (3-2)$$

C'est l'expression différentielle du théorème de Gauss.

Dans un espace ne renfermant aucune charge électrique, le déplacement électrique et l'intensité du champ électrique peuvent ne pas être nuls, mais en vertu des (3-1) et (3-2) nous aurons:

$$\text{div } D = \text{div } E = 0.$$

Courant électrique. On appelle courant électrique I à travers une certaine surface s le rapport de la quantité élémentaire d'électricité dq ayant traversé cette surface durant un intervalle de temps élémentaire dt à cet intervalle de temps:

$$I = dq/dt.$$

Le courant est une grandeur scalaire qui s'exprime en ampères (A). La définition du courant et de sa nature physique sera discutée plus en détail dans le par. 4-1.

On peut déterminer le sens de courant en chaque point de la section, les sens de courants en divers points pouvant être différents. Il convient d'introduire une grandeur vectorielle appelée *densité de courant* et définie par le rapport du courant élémentaire dI traversant une surface élémentaire ds placée normalement au courant à la valeur de cette surface. Le sens du vecteur de densité de courant δ , bien déterminé pour un point donné, coïncide avec le sens de courant, c'est-à-dire avec le sens de déplacement des charges positives.

En vertu de la définition même du vecteur de densité de courant sa grandeur a pour expression :

$$\delta = DI/ds. \quad (3-3)$$

La densité de courant est exprimée en A/m^2 ou, avec les unités plus petites, en A/mm^2 .

Le courant électrique à travers une surface donnée, qui constitue le flux du vecteur δ à travers cette surface, est déterminé de la même façon que, par exemple, le flux magnétique (2-2):

$$I = \int_s \delta ds. \quad (3-4)$$

Dans le cas général, le courant à travers une surface donnée et la densité de ce courant sont donnés par la somme des courants et des densités de trois genres : courant de conduction, courant de convection et courant de déplacement. Cherchons les expressions pour les densités de courant de ces trois genres.

La *densité de courant de conduction* est généralement déterminée pour un mouvement ordonné dont les électrons sont animés à l'intérieur du conducteur sous l'effet d'un champ électrique. Dans un milieu isotrope, le vecteur de la densité de courant δ coïncide en direction et sens avec le vecteur de l'intensité de champ électrique E et est proportionnel à l'intensité de champ :

$$\delta = \gamma E, \quad (3-5)$$

où γ est la conductivité électrique de la substance en $1/(\Omega \cdot m)$.

La *densité de courant de convection* est déterminée pour le transport de charges par des corps ou particules chargés se déplaçant dans un espace libre. Si v est la vitesse moyenne du mouvement dirigé des charges d'un même signe et ρ est la densité de charges (la charge rapportée à l'unité de volume), alors le sens du vecteur de la densité de courant sera le sens de déplacement des charges positives (ou le vecteur sera orienté en sens inverse de celui du vecteur de la vitesse de déplacement des charges négatives). La densité de courant sera égale au produit de la vitesse v par la densité de charges parce que la section unitaire placée normalement au sens de courant sera traversée pendant l'unité de temps par v volumes unitaires :

$$\delta = \rho v. \quad (3-6)$$

Dans le cas où des charges de signes contraires se déplacent en sens opposés avec des vitesses différentes, les deux composantes doivent intervenir dans l'expression donnant la densité de courant.

La *densité de courant de déplacement* est déterminée pour un diélectrique ou pour le vide en cas de variation de champ électrique dans le temps. Si le déplacement électrique varie, on peut imaginer que le diélectrique est traversé par des courants dont la densité est égale à la variation de déplacement par unité de temps. On peut établir une analogie avec le circuit électrique dans lequel la densité de courant dans les conducteurs est numériquement égale à la charge des particules qui traversent, par unité de temps, l'unité d'aire de la section transversale. Signalons que dans le vide il n'existe pas de charges qui puissent se déplacer sous l'effet d'un champ électrique. Cependant, l'étude des phénomènes caractérisant un champ électromagnétique confirme l'hypothèse faite sur la présence dans le vide de déplacement et de courants de déplacement définis de la même manière que pour un diélectrique. C'est ce qui a été démontré par les expériences de Hertz et dans les travaux de Popov.

Les considérations qui viennent d'être exposées permettent d'écrire pour le vecteur de la densité de courant de déplacement :

$$\delta = dD/dt. \quad (3-7)$$

Si le déplacement électrique varie en grandeur tout en conservant le même sens, la valeur de la densité de courant de déplacement sera égale à la dérivée, par rapport au temps du déplacement, alors que le vecteur de la densité de courant

aura le même sens que le vecteur de déplacement lorsque le déplacement augmente et le sens inverse si le déplacement diminue.

Dans le cas où le sens du vecteur et la grandeur du déplacement varient au cours du temps, le vecteur de la densité de courant sera déterminé comme vecteur de la variation de déplacement par intervalle de temps unitaire, c'est-à-dire par seconde.

La densité de courant total sera déterminée comme vecteur égal à la somme des vecteurs des densités de courants de tous les trois genres :

$$\delta = \gamma E + \rho v + dD/dt. \quad (3-8)$$

Principe de continuité des lignes magnétiques et des lignes de courant. Nous avons vu au par. 2-2 que les lignes de force magnétiques étaient continues et que, par conséquent, le flux magnétique à travers toute surface fermée était nul (2-3) :

$$\oint B \, ds = 0.$$

Cela signifie qu'à la différence du champ électrique, le champ magnétique n'a pas de sources ni de puits et que les lignes de champ magnétiques sont fermées, sans origine ni extrémité, comme on a établi précédemment.

En se servant des raisonnements analogues à ceux qui ont été employés pour obtenir l'équation (3-1), on peut exprimer le principe de continuité sous la forme différentielle :

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0. \quad (3-9)$$

De même que l'expression (3-1a), cette équation peut s'écrire sous la forme vectorielle :

$$\text{div } B = 0. \quad (3-9a)$$

En opérant de la même façon que pour un champ magnétique qui est représenté graphiquement par des lignes de vecteur, on peut construire un modèle du champ des vecteurs de densité de courant. Le sens des lignes de courant est celui du vecteur de la densité de courant alors que la densité des lignes est déterminée par la grandeur du vecteur de la densité de courant. Si l'on considère le courant total qui comprend aussi le courant de déplacement, on peut démontrer que les lignes de courant, de même que les lignes magnétiques, sont continues. Démontrée pour les courants de conduction comme la première loi de Kirchhoff, cette proposition peut être prouvée pour n'importe quel autre milieu. Les courants de conduction qui circulent, par exemple, dans les fils conducteurs reliés aux armatures d'un condensateur ont leur continuation sous forme de courants de déplacement dans le diélectrique placé entre les armatures.

Si les lignes de courant sont continues, nous pouvons écrire, par analogie avec (3-9), les expressions suivantes :

$$\frac{\partial \delta_x}{\partial x} + \frac{\partial \delta_y}{\partial y} + \frac{\partial \delta_z}{\partial z} = 0; \quad (3-10)$$

$$\text{div } \delta = 0.$$

Loi de l'induction électromagnétique. Elle s'exprime analytiquement par l'équation (2-16)

$$e = -d\Phi/dt.$$

Imaginons dans l'espace un rectangle élémentaire de côtés dy et dz dont le plan soit parallèle au plan yOz d'un système de coordonnées cartésiennes (fig. 3-2). S'il existe un flux magnétique comportant une composante d'induction B_x dont les lignes sont parallèles à l'axe Ox , la variation de cette composante du flux donne naissance à une F.E.M. induite dans le contour élémentaire. Si la variation du flux magnétique dans le temps fait apparaître au point a une composante de l'intensité de champ électrique E_z et la F.E.M. agissant sur un élément de longueur dz est égale à $E_z dz$, alors, lorsque la coordonnée y du point d

subit une variation de dy , l'intensité de champ électrique en ce point sera égale à $E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y} dy$ et la F.E.M. s'exprimera par $\left(E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y} dy\right) dz$.

D'une manière analogue, nous obtiendrons E_y et $E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z} dz$ pour les variations suivant l'axe des y .

La F.E.M. induite dans le contour élémentaire est déterminée en parcourant le contour suivant la rotation de la vis normale qui avance le long de l'axe Ox :

$$\begin{aligned} -E_z dz + \left(E_z + \frac{\partial E_z}{\partial y} dy\right) dz + E_y dy - \left(E_y + \frac{\partial E_y}{\partial z} dz\right) dy = \\ = \frac{\partial E_z}{\partial y} dy dz - \frac{\partial E_y}{\partial z} dy dz. \end{aligned}$$

Le flux magnétique dans le sens de l'axe Ox sera égal au produit de la composante B_x du vecteur de l'induction magnétique suivant cet axe par l'aire

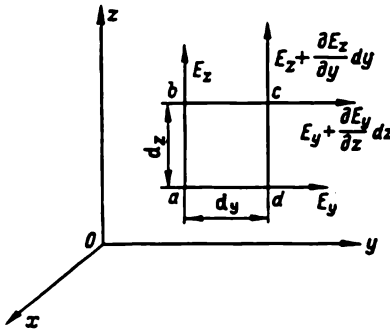


Fig. 3-2. Loi de l'induction électromagnétique sous forme différentielle

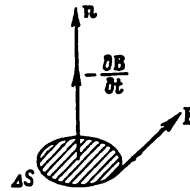


Fig. 3-3. Rotationnel d'un vecteur

de la surface élémentaire. En égalant entre elles la dérivée de ce flux magnétique par rapport au temps, prise avec le signe opposé, et la valeur de la F.E.M., nous obtenons :

$$\left(\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z}\right) dy dz = -\frac{\partial (B_x dy dz)}{\partial t} \quad \text{ou} \quad \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\frac{\partial B_x}{\partial t}.$$

En effectuant des déductions analogues pour les plans zOx et xOy , nous obtenons un système d'équations :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t}; & \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t}; & \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t}. \end{aligned} \right\} \quad (3-11)$$

Les expressions qui figurent aux premiers membres de ces équations déterminent une opération effectuée sur le vecteur E par suite de laquelle on obtient des composantes, suivant les axes de coordonnées, d'un certain vecteur appelé *rotationnel* (ou *tourbillon*) du vecteur E . Cette opération est désignée par $\text{rot } E$. En employant cette notation, nous pouvons mettre le système d'équations (3-11) sous la forme :

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}. \quad (3-12)$$

Ce faisant, il convient de déterminer la dérivée du vecteur E , d'après les dérivées des composantes suivant les axes de coordonnées ou dans le sens indi-

qué au par. 3-2. Tout champ dont le tourbillon du vecteur n'est pas nul est dit *rotationnel*.

La déduction qui vient d'être effectuée peut être présentée sous une forme légèrement modifiée. Choisissons dans le champ une surface Δs suffisamment petite et perpendiculaire au vecteur de la dérivée $\partial \mathbf{B} / \partial t$ (fig. 3-3). La dérivée par rapport au temps du flux magnétique $d\Phi / dt$ à travers cette surface sera égale à $\Delta s \, dB / dt$. La F.E.M. induite dans le contour limitant la surface Δs sera donnée par l'intégrale du vecteur de l'intensité de champ électrique prise sur le contour. On peut donc écrire

$$\oint \mathbf{E} \, dl = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \Delta s.$$

En divisant les deux membres de cette expression par la valeur de la surface Δs suffisamment petite, nous obtenons à la limite, lorsque la surface Δs tend vers zéro :

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{E} \, dl}{\Delta s} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}. \quad (3-13)$$

En comparant cette dernière expression avec l'expression (3-12), nous pouvons conclure que le rapport de l'intégrale du vecteur de l'intensité de champ électrique, prise sur le contour fermé qui limite la surface Δs , à la valeur de cette surface représente à la limite, pour $\Delta s \rightarrow 0$, justement le rotationnel de ce vecteur. Il est évident que le sens du rotationnel du vecteur est celui du vecteur $\left(- \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right)$.

Loi de courant total. Si I est l'intensité du courant total, cette loi est traduite par l'expression (2-6) :

$$\oint \mathbf{H} \, dl = I.$$

En vertu de l'énoncé de la loi, le courant I est déterminé pour une surface limitée par un contour fermé sur lequel est prise l'intégrale du vecteur $\mathbf{H}$. Choisissons une surface Δs suffisamment petite, placée normalement aux lignes de courant en un point donné de l'espace et trouvons les limites des rapports des deux membres de cette expression à la surface Δs lorsque celle-ci tend vers zéro :

$$\lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\oint \mathbf{H} \, dl}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{I}{\Delta s}.$$

Comme on a déjà montré plus haut, la limite du premier membre est le vecteur $\text{rot } \mathbf{H}$ et la limite du deuxième membre est le vecteur de densité de courant δ :

$$\text{rot } \mathbf{H} = \delta. \quad (3-14)$$

Ceci permet d'écrire un système d'équations analogue au système (3-11) :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= \delta_x; & \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= \delta_y; & \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= \delta_z. \end{aligned} \right\} \quad (3-15)$$

Remarquons qu'on peut déduire ces équations d'une autre façon, en appliquant la loi de courant total à des contours élémentaires situés dans des plans parallèles aux plans yOz , zOx et xOy .

Comme il résulte de ce qui précède, le sens du vecteur $\text{rot } \mathbf{H}$ est celui du vecteur δ .

Récapitulation des équations du champ électromagnétique. En nous appuyant sur les déductions des deux premiers chapitres, nous avons obtenu les équations et les expressions qui serviront de base à l'étude des phénomènes se déroulant

dans un champ électromagnétique. Récapitulons les équations pour un milieu homogène et isotrope, en les écrivant sous forme vectorielle :

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho; \quad \operatorname{div} \mathbf{B} = 0;$$

$$\delta = \gamma \mathbf{E} + \rho \mathbf{v} + \frac{d\mathbf{D}}{dt};$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}; \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \delta;$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}; \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H}.$$

Pour le champ électromagnétique dans le vide, la perméabilité magnétique μ est égale à μ_0 et la permittivité ε est égale à la constante diélectrique du vide ε_0 , alors que la densité de courant n'est généralement constituée que par la densité de courant de déplacement électrique :

$$\delta = \frac{d\mathbf{D}}{dt}.$$

3-3. Onde électromagnétique plane se propageant dans un diélectrique

Un des problèmes les plus importants est celui de l'étude de la propagation des ondes électromagnétiques dans l'espace. Etudions un cas des plus simples où l'on peut considérer qu'à une distance suffisamment grande de l'émetteur radio-électrique l'onde présente un front plan, c'est-à-dire qu'à tous les points situés sur des plans perpendiculaires aux directions de propagation des ondes, les grandeurs et les sens des vecteurs des champs électrique et magnétique sont invariables à chaque instant de temps. Passons à l'étude de la propagation d'une telle *onde électromagnétique plane*. Supposons que la source d'énergie à courant alternatif est branchée entre l'antenne A du poste émetteur et la terre T dont la surface est conductrice (par comparaison avec un diélectrique) (fig. 3-4). Le potentiel positif de l'antenne qui a, au début, sa valeur maximale, commence à diminuer (fig. 3-4, a). Dans ces conditions, le nombre de lignes de déplacement électrique qui vont, dans le plan de la figure, de l'antenne A vers la terre conductrice est égal à trois de part et d'autre de l'antenne. Au bout d'un certain temps, lorsque la tension et la charge de l'antenne sont supposées réduites d'un tiers, le nombre de lignes de champ allant de l'antenne à la terre sera diminué jusqu'à deux de chaque côté (fig. 3-4, b). Ces lignes continuent à s'éloigner en se déplaçant le long de l'antenne vers la source de tension. Quant à la troisième ligne, elle devrait disparaître, mais lorsque l'onde s'éloigne de l'antenne, le déplacement électrique à gauche et à droite des lignes aboutissant à la terre croît, engendrant un courant de déplacement depuis la terre, ce qui détermine une apparition de lignes de champ magnétique liées aux lignes de champ électrique. Grâce à ce fait, la troisième ligne de champ électrique ne disparaît pas, elle se conserve et se détache de l'antenne, en s'en éloignant. La fig. 3-4, b représente une seule ligne de champ magnétique liée aux lignes de champ électrique.

Ensuite, lorsque la tension appliquée à l'antenne change de signe, trois lignes se détachent de part et d'autre de l'antenne et s'en éloignent. Il y a apparition d'un champ croissant qui va de la terre à l'antenne et dont les lignes se détacheront pendant la demi-période suivante.

La croissance du potentiel d'antenne fait apparaître un champ électrique ayant un sens bien déterminé, alors que la décroissance du potentiel entraîne la formation et le détachement des lignes fermées « autonomes » de champ électrique, qui se déplacent en s'éloignant de l'antenne et sont liées aux lignes de champ magnétique.

Un tel modèle très simplifié donne une certaine idée du mécanisme de la propagation des ondes électromagnétiques bien qu'on puisse affirmer tout simple-

ment que les perturbations électromagnétiques se propagent dans l'espace et se limiter à une description mathématique de ce phénomène.

Signalons que tout au moins à proximité du poste émetteur, le vecteur du champ électrique E est dirigé suivant la verticale près du sol conducteur

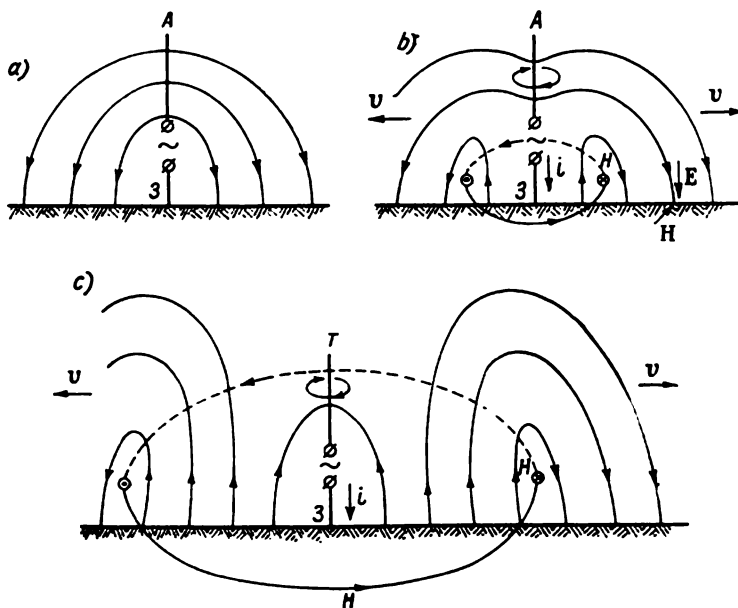


Fig. 3-4. Modèle du processus de propagation des ondes électromagnétiques: a, champ électrique de l'antenne au commencement du processus; b, champ électromagnétique après la diminution d'un tiers de la tension d'antenne; c, champ électromagnétique après le renversement de signe de la tension d'antenne

alors que le vecteur du champ magnétique H , déterminé par le courant de conduction dans le fil AT et par les courants de déplacement, est horizontal près de la surface terrestre et perpendiculaire au vecteur E (fig. 3-4, b).

Comme il résulte de ce qui précède, la condition nécessaire à satisfaire pour assurer un rayonnement efficace de l'énergie par l'antenne est la présence d'un espace suffisamment grand dans lequel les lignes de champ magnétique sont liées aux lignes de courants de déplacement. Le pouvoir émissif des dispositifs dans lesquels ce volume est petit, comme c'est le cas des condensateurs par exemple, est faible.

L'étude mathématique de la propagation d'une onde électromagnétique plane nous permettra d'obtenir plusieurs résultats importants et notamment, l'expression pour la vitesse de propagation des ondes, la démonstration du fait que l'onde plane rayonnée par un émetteur radio-électrique est une onde polarisée, l'expression pour la puissance du flux d'énergie de l'onde.

On peut considérer qu'à une grande distance de la station émettrice l'onde est plane, c'est-à-dire que les lignes tracées depuis le centre d'émission sont parallèles l'une à l'autre dans une surface limitée s et que les intensités des champs électrique et magnétique ne dépendent que de la coordonnée y (fig. 3-5). Dans ces conditions on a: $\partial H/\partial x = \partial H/\partial z = \partial E/\partial x = \partial E/\partial z = 0$. En outre, dans l'air où se propage l'onde, les courants de conduction et les courants de convection sont absents. Les systèmes d'équations (3-11) et (3-15) prennent la

forme :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_z}{\partial y} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}; & \frac{\partial H_z}{\partial y} &= \delta_x = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t}; \\ 0 &= -\frac{\partial B_y}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t}; & 0 &= \delta_y = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t}; \\ -\frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}; & -\frac{\partial H_x}{\partial y} &= \delta_z = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}.\end{aligned}$$

Si l'espace n'est pas parcouru par des courants continus et ne renferme pas de charges invariables, les vecteurs dont les dérivées des composantes H_y et E_y par rapport au temps sont nulles, ne comportent pas non plus de composantes continues, de sorte que $H_y = E_y = 0$.

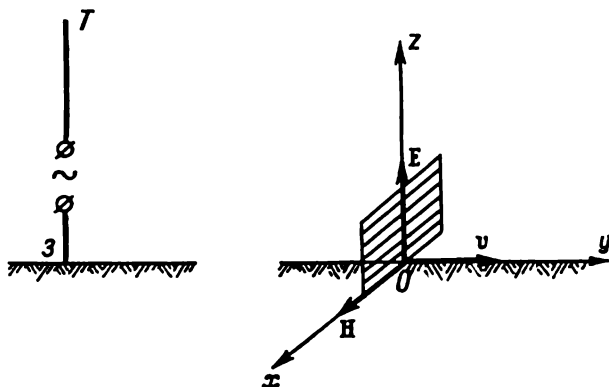


Fig. 3-5. Onde électromagnétique plane

En choisissant les directions des axes de coordonnées de manière que les vecteurs E soient parallèles à la direction de l'axe Oz , on aura $E_x = 0$ et on déduira des équations fondamentales:

$$-\frac{\partial E_x}{\partial y} = 0 = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \text{ et } \frac{\partial H_z}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} = 0.$$

Il en résulte que $H_z = \text{const} = 0$.

Cela signifie que les vecteurs de l'intensité de champ magnétique ne comportent pas de composantes qui soient parallèles aux axes Oy et Oz et que $H = H_x$ (fig. 3-5). Du fait que le vecteur E est caractérisé lui aussi par une orientation bien déterminée, on peut arriver à la conclusion que l'onde est polarisée.

On peut donc conclure de ce qui précède que *dans une onde électromagnétique plane polarisée qui se propage dans un diélectrique homogène et isotrope depuis une source de rayonnement, les vecteurs E et H sont orientés dans les directions déterminées et sont perpendiculaires l'un à l'autre.*

Cela signifie que $H_y = H_z = E_x = E_y = 0$ et donc le système d'équations initiales peut se mettre sous la forme:

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t}; \quad -\frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}. \quad (3-16)$$

En dérivant la première équation par rapport à y et la seconde par rapport à t , il vient

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = -\mu \frac{\partial^2 H_x}{\partial y \partial t} \text{ et } -\frac{\partial^2 H_x}{\partial t \partial y} = \varepsilon \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2},$$

d'où

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \epsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (3-17)$$

Nous montrerons par la suite que la vitesse de propagation de l'onde $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$. En utilisant cette relation, nous obtiendrons une équation différentielle aux dérivées partielles qu'on appelle *équation de l'onde*:

$$v^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2}. \quad (3-18)$$

Procédons au changement de variables:

$$\xi = y - vt; \quad \eta = y + vt.$$

Les dérivées de ces nouvelles variables seront:

$$\frac{\partial \xi}{\partial y} = 1; \quad \frac{\partial \eta}{\partial y} = 1; \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = -v; \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = v.$$

Exprimons les dérivées partielles de l'intensité de champ électrique E_z par rapport à y et t à l'aide des dérivées partielles par rapport à ξ et η :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} &= \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + \frac{\partial E_z}{\partial \eta}; \quad \frac{\partial E_z}{\partial t} = -v \frac{\partial E_z}{\partial \xi} + v \frac{\partial E_z}{\partial \eta}; \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial \eta^2}; \\ \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} &= v^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} - 2v^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi \partial \eta} + v^2 \frac{\partial^2 E_z}{\partial \eta^2}. \end{aligned}$$

En portant ces expressions des dérivées partielles dans l'équation (3-18), nous obtenons:

$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \xi^2} = 0 \quad \text{ou} \quad \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial E_z}{\partial \eta} \right) = 0. \quad (3-19)$$

Il en résulte que $\partial E_z / \partial \eta$ est une fonction d'une seule variable η , c'est-à-dire que $\partial E_z / \partial \eta = w(\eta)$. Dès lors, nous pouvons écrire:

$$E_z = \int w(\eta) d\eta + \varphi(\xi) = \varphi(\xi) + \psi(\eta),$$

puisque $\partial E_z / \partial \eta$ est fonction seulement de η et la grandeur E_z elle-même peut avoir une composante dépendant uniquement de ξ .

En remplaçant dans cette dernière équation ξ et η par leurs relations de définition, nous obtenons

$$E_z = \varphi(y - vt) + \psi(y + vt). \quad (3-20)$$

Pour trouver l'expression de H_x , utilisons l'une des équations (3-16):

$$-\frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t}.$$

La dérivation du deuxième membre de cette équation, le changement de variables et l'intégration de l'expression obtenue donne la relation suivante que nous proposons d'admettre sans démonstration:

$$H_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} [\varphi(y - vt) - \psi(y + vt)]. \quad (3-21)$$

Les premiers termes qui figurent aux deuxièmes membres des expressions (3-20) et (3-21) déterminent une onde qui se propage dans le sens de l'axe Oy et s'appelle onde incidente ou onde d'aller. En effet, considérons un point du

champ de coordonnée y_1 à l'instant t_1 . Alors, pour cet instant on a : $\varphi(y_1 - vt_1) = \varphi(a)$. Au bout d'un temps t , la coordonnée de ce point sera $y + y_1$. Par conséquent, on aura $\varphi[y + y_1 - v(t + t_1)] = \varphi(y - vt + a)$. Nous trouverons le point de champ $\varphi(a)$ qui nous intéresse mais à une distance vt de sa position initiale parce qu'à cette condition seulement on a $y - vt = 0$ et $(y - vt + a) = \varphi(a)$. Cela signifie que ces composantes de l'onde se propagent suivant l'axe Oy à la vitesse $v = 1/\sqrt{\epsilon\mu}$.

Les deuxièmes termes intervenant aux seconds membres des expressions (3-20) et (3-21) déterminent des ondes appelées ondes réfléchies ou ondes de retour, qui sont absentes dans le cas considéré parce que les conditions de réflexion de l'onde sur un milieu conducteur, nécessaires à la formation de telles ondes n'existent pas.

Vu cette circonstance, les expressions pour les ondes incidentes des intensités de champs électrique et magnétique peuvent s'écrire en définitive :

$$E_z = \varphi(y - vt); \quad H_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \varphi(y - vt). \quad (3-22)$$

La vitesse de propagation v de l'onde électromagnétique dans l'air dont la perméabilité magnétique et la permittivité ne diffèrent que très peu de la perméabilité μ_0 et de la constante diélectrique ϵ_0 du vide, aura pour valeur :

$$v \approx \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,4\pi \cdot 10^{-6}}} = 2,99776 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

On voit donc que l'onde électromagnétique se propage à la vitesse de la lumière.

La quantité $\sqrt{\mu/\epsilon}$ qui exprime le rapport de l'intensité du champ électrique à l'intensité du champ magnétique a la dimension d'une impédance et s'appelle impédance d'onde ou impédance caractéristique. Pour l'air, dont les propriétés électromagnétiques diffèrent peu de celles du vide, on a :

$$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{0,4\pi \cdot 10^{-6}}{8,85 \cdot 10^{-12}}} = 377 \, \Omega.$$

La densité d'énergie du champ magnétique dans l'onde incidente s'exprime par :

$$\frac{\mu H^2}{2} = \frac{\mu}{2} \frac{\epsilon}{\mu} E^2 = \frac{\epsilon E^2}{2}. \quad (3-23)$$

On voit donc qu'en cas de propagation d'une seule onde incidente (ou réfléchie), les densités d'énergie des champs magnétique et électrique ont la même valeur.

La forme de la fonction $\varphi(y - vt)$ dépend de la loi de variation de la tension dans l'antenne émettrice et des distorsions introduites par le milieu. Si nous fixons le temps t_1 , la fonction $\varphi(y - vt_1)$ donnera la répartition des intensités des champs suivant l'axe Oy ; si nous fixons la coordonnée y_1 , la fonction $\varphi(y_1 - vt)$ déterminera les variations des intensités dans le temps pour le point choisi.

Passons à l'étude de l'onde incidente dans l'hypothèse où les intensités des champs électrique et magnétique varient dans le temps suivant une loi sinusoïdale et ont pour expressions :

$$E_z = \varphi(y - vt) = E_{zm} \sin(\omega t + \psi);$$

$$H_x = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \varphi(y - vt) = \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E_{zm} \sin(\omega t + \psi) = H_{xm} \sin(\omega t + \psi), \quad (3-24)$$

où E_{zm} et H_{xm} sont les amplitudes (les valeurs maximales) des intensités des champs électrique et magnétique; ω est la pulsation du courant alternatif; ψ le déphasage initial.

Les expressions ainsi obtenues ne peuvent évidemment être valables que si $\omega t + \psi = k(y - vt)$. Le coefficient constant k se détermine à partir de la relation $\omega t = -kvt$ qui donne $k = -\omega/v$ alors que le déphasage $\psi = -(\omega/v)y$.

Nous pouvons donc écrire en définitive :

$$\begin{aligned} E_z &= E_{zm} \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{v} y \right); \\ H_x &= H_{xm} \sin \left(\omega t - \frac{\omega}{v} y \right). \end{aligned} \quad (3-25)$$

A un instant donné t_1 , les valeurs des intensités des champs sont réparties suivant l'axe Oy d'après une loi sinusoïdale. Pour des coordonnées y choisies, les valeurs des intensités en tous les points situés sur des plans perpendiculaires

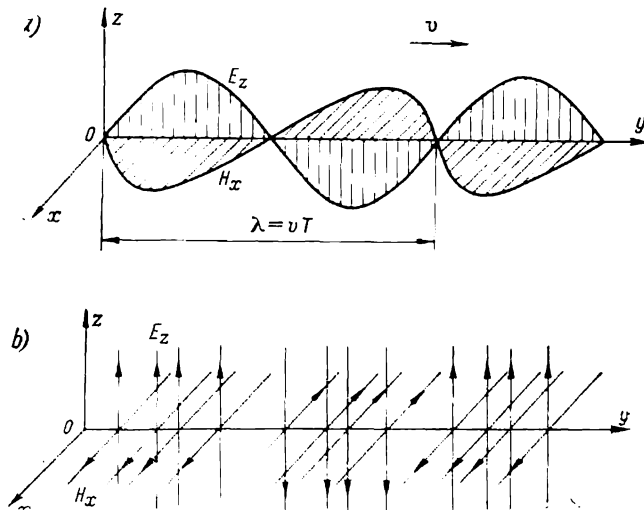


Fig. 3-6. Distribution des intensités de champ dans la direction de propagation d'une onde électromagnétique plane: *a*, courbes de distribution sinusoïdale; *b*, distribution des vecteurs de l'intensité de champ dans la direction de propagation

à l'axe Oy et passant par des points choisis sur l'axe de coordonnées Oy sont invariables et indépendantes des coordonnées x et z .

Pour une coordonnée donnée y_1 , les intensités des champs varieront dans le temps suivant une loi sinusoïdale.

Dans le cas considéré, il convient d'imaginer une onde électromagnétique plane, dont les intensités des champs varient le long de l'axe Oy suivant une loi sinusoïdale et qui se propage dans la direction de l'axe Oy à une vitesse v égale à la vitesse de la lumière.

La fig. 3-6, *a* montre les courbes de répartition des valeurs des intensités du champ électrique E_z et des intensités du champ magnétique H_x pour la disposition choisie des axes de coordonnées à un instant donné. Il résulte de tout ce qui précède que la densité des lignes de champs électrique et magnétique varie suivant une loi sinusoïdale, ce qui est représenté sur la fig. 3-6, *b*.

La longueur d'onde λ , égale à la distance entre deux points successifs qui se correspondent (maximums positifs, points de passage par zéro pour une dérivée positive, etc.), sera déterminée évidemment par le produit de la vitesse de

propagation v par la période T du champ alternatif:

$$\lambda = vT. \quad (3-26)$$

Soulignons une fois de plus que les intensités du champ magnétique sont à tout instant données invariables sur le front d'onde, c'est-à-dire indépendantes des coordonnées x et z , tout au moins sur un plan de dimensions finies.

Les densités d'énergie dans l'onde incidente étant les mêmes pour le champ électrique et pour le champ magnétique, la densité d'énergie totale d'une onde électromagnétique a pour expression:

$$\frac{\epsilon E^2}{2} + \frac{\mu H^2}{2} = \frac{\epsilon E}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} H + \frac{\mu H}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} E = \sqrt{\epsilon\mu} EH = \frac{1}{v} EH. \quad (3-27)$$

Si l'on imagine dans l'espace un cube ayant des côtés longs de 1 m et une face latérale hachurée, perpendiculaire au vecteur vitesse v de la propagation de l'onde (fig. 3-7), cette face hachurée sera traversée en une seconde par v mètres

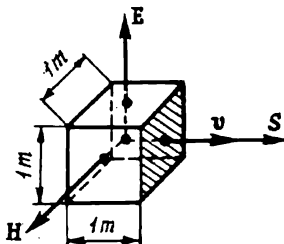


Fig. 3-7. Vecteur du flux de puissance d'une onde électromagnétique

cubes occupés par le champ électromagnétique, chaque mètre cube renfermant une énergie égale à EH/v . Cela signifie que la puissance S du flux d'énergie électromagnétique rapportée à l'unité d'aire de la surface normale à la direction de propagation de l'onde aura pour expression:

$$S = EH, \text{ W/m}^2.$$

Cette grandeur peut être déterminée comme un vecteur orienté dans le sens de propagation de l'onde. Ce vecteur est égal au produit vectoriel des vecteurs E et H (fig. 3-7)

$$S = [EH]. \quad (3-28)$$

Le sens du vecteur est donné par la règle de la vis normale: le vecteur est orienté dans le sens d'avancement de la vis lorsqu'on la fait tourner du vecteur E au vecteur H .

Le vecteur de la puissance de flux d'énergie électromagnétique à travers une unité de surface normale à la direction de propagation de l'onde porte le nom de *vecteur de Poynting*.

Dans le présent paragraphe nous avons considéré la propagation de l'onde électromagnétique dans le cas le plus simple. Une étude plus détaillée et approfondie des phénomènes de rayonnement de l'énergie électrique qui fait l'objet des cours théoriques d'électrotechnique et de radiotechnique permet d'établir le mode de dépendance du pouvoir émissif en fonction de la fréquence et de la hauteur de l'antenne ainsi que d'autres relations d'une grande portée pratique.

3-4. Transport de l'énergie électrique par fils conducteurs

Le processus de transmission de l'énergie par les fils d'une ligne de transport est un processus électromagnétique. Cette assertion est en contradiction avec les notions largement répandues selon lesquelles l'énergie serait transmise par fils sans aucune participation du milieu ambiant. Le mécanisme de transmission de l'énergie devient dans ce cas tout à fait incompréhensible. Si l'on adoptait ce point de vue, le processus de rayonnement de l'énergie par un émetteur radio-électrique deviendrait inexplicable. Une des démonstrations de la proposition affirmant que le processus de transmission de l'énergie électrique par fils conducteurs est un processus électromagnétique est fournie par l'étude de la propagation d'une onde de tension le long d'une ligne. Comme il sera montré au par. 3-5, cette onde se propage le long des fils d'une ligne aérienne de transport d'énergie avec une vitesse égale à la vitesse de la lumière, alors que la vitesse moyenne du mouvement dirigé des électrons dans les fils conducteurs est nettement inférieure même à la vitesse moyenne de l'agitation thermique des électrons. On peut conclure de là que la propagation des ondes le long d'une ligne est un processus électromagnétique.

Montrons sur des exemples les plus simples que les pertes d'énergie dans les fils d'une ligne de transport ne sont rien d'autre qu'une dissipation de l'énergie

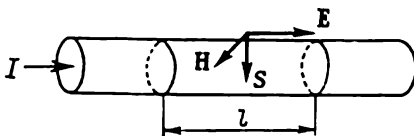


Fig. 3-8. Puissance de pertes dans un conducteur, fournie par le champ électromagnétique

électromagnétique qui est transmise par ces fils et que l'énergie de courant continu transmise par fils est une énergie électromagnétique. Les fils d'une ligne de transport constituent donc des guides le long desquels le flux d'énergie se propage de sa source vers les utilisateurs.

Supposons qu'un fil conducteur de section circulaire de rayon R est parcouru par un courant continu I . Calculons la puissance du flux d'énergie provenant de l'espace extérieur et dissipé dans un tronçon de fil de longueur l (fig. 3-8).

L'intensité du champ électrique E agissant dans le fil est égale à la chute de tension par unité de longueur :

$$E = I\rho/s = \delta\rho,$$

où ρ est la résistivité du matériau des fils en $\Omega \cdot \text{m}$; s l'aire de la section transversale en m^2 et δ la densité de courant dans le fil en A/m^2 .

L'intensité de champ magnétique près de la surface du fil s'exprime par :

$$H = \frac{I}{2\pi R}.$$

Les sens des vecteurs E et H , qui sont indiqués sur la fig. 3-8, déterminent le sens du vecteur de Poynting près de la surface du fil. Lorsque les vecteurs E et H sont perpendiculaires l'un à l'autre, la grandeur du vecteur de Poynting a pour expression :

$$S = EH = \frac{I\rho}{s} \frac{I}{2\pi R} = I^2 \frac{\rho}{s} \frac{1}{2\pi R}.$$

Les vecteurs de Poynting sont orientés de l'extérieur vers la surface du fil, ce qui signifie que l'énergie est apportée au fil de la part de l'espace extérieur. La puissance P dissipée dans le fil est égale au produit de la grandeur du vecteur

S par l'aire de la surface du fil rond $2\pi Rl$:

$$P = S2\pi Rl = I^2 \frac{\rho}{s} \frac{1}{2\pi R} 2\pi Rl = I^2 \frac{\rho}{s} l = I^2 r.$$

La puissance fournie par le champ électromagnétique est donc égale aux pertes de puissance dans le fil.

Considérons maintenant le processus le plus simple de transmission d'énergie à un récepteur par une ligne à deux fils exploitée en courant continu (fig. 3-9).

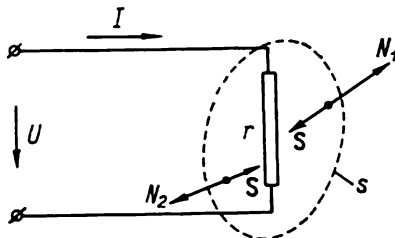


Fig. 3-9. Transport d'énergie par fils conducteurs en tant que processus électromagnétique

Si r est la résistance totale du récepteur d'énergie et de la portion de ligne délimitée, la puissance transmise par la source s'exprime par $I^2 r$, I étant le courant dans la ligne. Supposons, pour simplifier, que l'espace environnant ne comporte pas de charges libres et que des pertes dues aux courants de convection sont donc absentes. Lorsque le courant et la tension varient, le long de la ligne, une puissance doit être fournie ou libérée dont la valeur est égale à la vitesse de variation de l'énergie des champs magnétique et électrique: $\frac{\partial}{\partial t}(W_m + W_e)$. Imaginons une surface fermée s entourant le récepteur et la portion délimitée de la ligne de transport. Dirigeons vers l'espace extérieur les normales N à cette surface. Dans ces conditions un flux d'énergie électromagnétique est transmis à travers cette surface à l'intérieur du volume qu'elle limite ou est rayonné par ce volume. La grandeur de ce flux s'exprime par $p = \int [EH] ds$, ds étant le vecteur de l'élément de surface.

Remarquons qu'avec le sens adopté pour les normales, la puissance sera négative dans le cas où l'énergie est apportée à l'intérieur du volume limité par la surface fermée et positive lorsque l'énergie est rayonnée par ce volume.

Compte tenu de ce qui précède, nous pouvons écrire pour les puissances l'équation suivante:

$$\oint_s [EH] ds + \frac{\partial}{\partial t} (W_m + W_e) + I^2 r = 0. \quad (3-29)$$

Si le courant et la tension dans la ligne sont invariables, on a $\frac{\partial}{\partial t} (W_m + W_e) = 0$ et nous obtenons

$$I^2 r = - \oint [EH] ds.$$

Avec le sens adopté pour les normales N , l'intégrale figurant au deuxième membre de cette équation a une valeur négative. Par conséquent, la puissance dissipée sous forme de chaleur dans la portion délimitée de l'espace est égale à la puissance du flux de l'énergie électromagnétique arrivant de l'extérieur dans cette partie de l'espace.

La déduction que nous venons de faire est fondée sur la notion de transmission de l'énergie électromagnétique dans l'espace selon laquelle les guides sont constitués par les fils d'une ligne de transport.

Ces idées peuvent être aisément étendues aux lignes de transport à courant alternatif dans lesquelles on a pour une surface fermée englobant un récepteur :

$$\frac{\partial}{\partial t} (W_m + W_e) \neq 0.$$

3-5. Propagation des ondes le long des lignes

Comme il a été indiqué au paragraphe précédent, les ondes de tension et de courant se propagent le long des lignes avec une vitesse qui est égale, en cas des lignes aériennes de transport d'énergie, à la vitesse de la lumière. La propagation des ondes est un phénomène électromagnétique. C'est ainsi par exemple que le mouvement dirigé des électrons qui prend naissance à l'origine de la ligne à l'instant de son branchement sur une source d'énergie se propage le long d'une ligne aérienne à la vitesse de la lumière.

Lors de leur propagation le long des lignes, les ondes peuvent subir des réflexions et des réfractions. Dans le cas où la tension appliquée à la ligne est

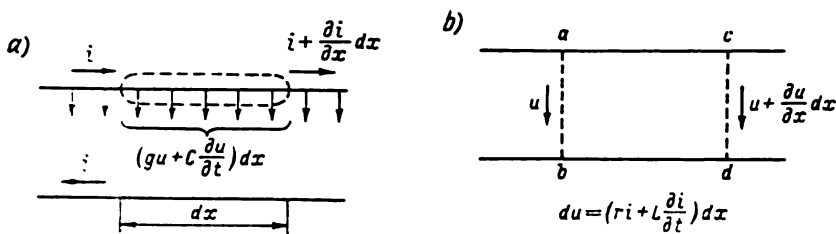


Fig. 3-10. Equations de la propagation des ondes le long des lignes : a, distribution des courants le long des lignes ; b, variation de la tension sur le tronçon considéré

une tension variant suivant une loi sinusoïdale, les ondes qui se propagent le long de la ligne sont aussi caractérisées par une répartition sinusoïdale de tensions et de courants. Dans certaines conditions, la ligne de transport devient le siège des ondes stationnaires. Pour une utilisation plus complète de l'énergie transmise il est nécessaire que l'impédance du récepteur soit adaptée à l'impédance caractéristique de la ligne. La ligne ne doit pas introduire de distorsions, ce qui est surtout important dans le cas des lignes de télécommunication. Les décharges orageuses qui se produisent à proximité de la ligne, font naître des ondes de surtension se propageant le long de la ligne.

Les raisonnements et déductions proposés ne sont employés que pour des lignes suffisamment longues, leur application à des lignes courtes et à des circuits électriques habituels n'ayant pour résultat que des corrections peu importantes à introduire dans l'étude des phénomènes.

Dans ce qui suit nous nous limiterons à l'étude des phénomènes qui se manifestent dans une ligne homogène à deux conducteurs (ligne bifilaire). Délimitons une portion élémentaire dx de la ligne à deux conducteurs (fig. 3-10). Soient les constantes linéiques, c'est-à-dire réparties par unité de longueur de la ligne : r la résistance, L l'inductance, C la capacité et g la conductance de fuite ou la perdite entre les fils. Le courant entrant dans la portion de ligne délimitée par des traits interrompus est égal à i (fig. 3-10, a). Le courant sortant de cette portion s'exprime par $i + \frac{\partial i}{\partial x} dx + C \frac{\partial u}{\partial t} dx + gudx$, u étant la tension entre les conducteurs de la ligne.

En partant du principe de continuité du courant, nous pouvons conclure que la somme des courants qui entrent dans la portion délimitée et des courants qui en sortent est nulle :

$$i + \frac{\partial i}{\partial x} dx + gu dx + C \frac{du}{dt} dx - i = 0,$$

d'où

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = gu + C \frac{du}{dt}. \quad (3-30)$$

En considérant le contour fermé $abdc$ (fig. 3-10, b), nous obtenons, en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff :

$$-\left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) + u - ir dx - L \frac{\partial i}{\partial t} dx = 0,$$

d'où

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = ir + L \frac{\partial i}{\partial t}. \quad (3-31)$$

La résolution du système d'équations (3-30) et (3-31) permet d'obtenir des expressions décrivant les phénomènes qui se déroulent dans une ligne homogène. Considérons tout d'abord la propagation et la réfraction des ondes en cas de commutations de la ligne ainsi que la propagation des ondes de surtension.

Nous supposons que la ligne n'introduit pas de distorsions, c'est-à-dire que la condition $rC = gL$ reste valable. Comme il sera montré par la suite, l'onde se propage dans ces conditions en s'atténuant, mais sa forme reste inchangée.

En désignant $r/L = g/c = \delta$ et en introduisant au lieu de u et i les nouvelles variables $u = u_1 e^{-\delta t}$ et $i = i_1 e^{-\delta t}$, nous obtenons les valeurs des dérivées :

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{\partial u_1}{\partial x} e^{-\delta t}; \quad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial u_1}{\partial t} e^{-\delta t} - \delta u_1 e^{-\delta t}; \\ \frac{\partial i}{\partial x} &= \frac{\partial i_1}{\partial x} e^{-\delta t}; \quad \frac{\partial i}{\partial t} = \frac{\partial i_1}{\partial t} e^{-\delta t} - \delta i_1 e^{-\delta t}. \end{aligned}$$

En portant ces valeurs des dérivées dans les équations (3-30) et (3-31) et en simplifiant par $e^{-\delta t}$, nous obtenons un système d'équations

$$-\frac{\partial u_1}{\partial x} = L \frac{\partial i_1}{\partial t}; \quad -\frac{\partial i_1}{\partial x} = C \frac{\partial u_1}{\partial t}.$$

En dérivant la première équation par rapport à la coordonnée x et la seconde par rapport au temps, nous déduisons, compte tenu de l'égalité des dérivées $\frac{\partial i_1}{\partial x \partial t}$ et $\frac{\partial i_1}{\partial t \partial x}$, l'équation de l'onde pour u_1 :

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}$$

ou encore, en égalant $LC = 1/v^2$,

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = v^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}. \quad (3-32)$$

La solution de cette équation de l'onde est analogue à celle de l'équation (3-18). La tension u_1 non amortie sera déterminée par :

$$u_1 = \varphi(x - vt) + \psi(x + vt).$$

Quant à la tension u , elle aura pour expression :

$$u = u_1 e^{-\delta t} = [\varphi(x - vt) + \psi(x + vt)] e^{-\delta t}. \quad (3-33)$$

En procédant d'une manière analogue, nous obtenons les expressions pour les courants qui sont pareilles aux expressions (3-21) :

$$\begin{aligned} i_1 &= \sqrt{\frac{C}{L}} [\varphi(x - vt) - \psi(x + vt)], \\ i &= \sqrt{\frac{C}{L}} [\varphi(x - vt) - \psi(x + vt)] e^{-\delta t}. \end{aligned} \quad (3-34)$$

L'examen de ces expressions permet de conclure que l'onde de tension, par exemple, doit être considérée comme étant constituée par une onde *incidente* qui se propage le long de l'axe Ox à la vitesse $v = 1/\sqrt{LC}$ et d'une onde *réfléchie* qui chemine à la même vitesse mais en sens inverse.

La répartition des ondes se propageant le long de la ligne (les fonctions φ et ψ) est déterminée par le régime de fonctionnement donné de la ligne. Lorsque les ondes se propagent le long d'une ligne sans distorsion, leur forme ne subit aucune altération, mais leur amplitude s'atténue suivant une loi exponentielle par suite de la dissipation de l'énergie véhiculée par l'onde. Signalons que lorsque l'égalité $rC = gL$ n'est pas observée, l'onde subit des distorsions lors de sa propagation. La condition de transmission sans distorsions par des lignes interurbaines peut être réalisée artificiellement à l'aide des selfs et des capacités, branchées en série et judicieusement échelonnées le long de la ligne.

En utilisant les expressions (2-27) et (1-23) donnant le coefficient de self-induction et la capacité par unité de longueur d'une ligne à deux conducteurs, nous obtenons pour la vitesse de propagation de l'onde :

$$v = 2/\sqrt{LC} = 1/\sqrt{\mu\epsilon}. \quad (3-35)$$

On voit que l'expression obtenue pour la vitesse de propagation de l'onde est la même que celle donnant la vitesse de propagation d'une onde plane (3-18); le long d'une ligne aérienne, par exemple, l'onde se propage à la vitesse de la lumière.

En multipliant l'expression (3-34) du courant d'une onde incidente ou réfléchie par la quantité $\sqrt{LC}$ ayant la dimension d'une résistance, nous obtenons les valeurs des tensions correspondantes. La quantité $\sqrt{LC}$ appelée *impédance caractéristique* de la ligne n'est déterminée que par les constantes de la ligne, elle est indépendante de l'impédance d'utilisation.

Etant donné la similitude des équations de propagation de l'onde électromagnétique et de répartition des tensions et des courants de l'onde se propageant le long d'une ligne, cette répartition, pour un instant donné $t = t_1$, peut être trouvée à partir des expressions (3-33) et (3-34).

Considérons certains phénomènes de propagation et de réfraction des ondes dans une ligne lors de sa mise sous tension.

Supposons que la ligne (fig. 3-11, a et c) est branchée à une source d'énergie de tension u invariable. Alors, une onde de tension u et une onde de courant $i = \frac{u}{\sqrt{LC}}$ commencent à se propager le long de la ligne. Dans le cas d'une ligne

aérienne sans pertes la vitesse de propagation de ces ondes $v = 1/\sqrt{LC}$ est égale à la vitesse de la lumière. Supposons au début que les ondes se propagent sans subir aucun affaiblissement.

Si la ligne est ouverte à son extrémité, le courant à l'extrémité est nul et cette diminution du courant jusqu'à zéro se propage le long de la ligne en sens inverse, autrement dit, l'onde de courant se réfléchit à l'extrémité de la ligne avec inversedement de signe. L'onde de tension se réfléchit à l'extrémité de la ligne sans changement de signe et la tension à l'extrémité de la ligne s'accroît

jusqu'à sa valeur double (fig. 3-11, c). Cette augmentation de deux fois de la tension se propage depuis l'extrémité de la ligne en sens inverse. Vers la fin de la période de retour des ondes, la tension sur la ligne aura sa valeur double et le courant dans la ligne sera nul.

L'examen des phénomènes qui se produisent ensuite montre qu'après la réflexion des ondes sur la source d'énergie et l'arrivée des ondes réfléchies à l'extrémité de la ligne, la tension et le courant deviennent nuls et tout le

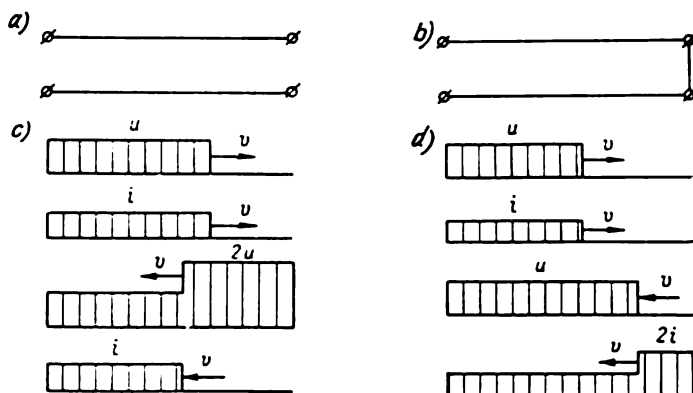


Fig. 3-11. Propagation des ondes de tension et de courant le long des lignes : a, ligne ouverte à son extrémité ; b, ligne court-circuitée à son extrémité ; c, progression des ondes de tension et de courant sur une ligne ouverte à son extrémité ; d, progression des ondes sur une ligne court-circuitée à son extrémité

processus recommence. En réalité, les tensions et les courants des ondes réfléchies s'affaiblissent rapidement de sorte que le long de la ligne s'établit une tension u et un courant nul.

Si la ligne de transmission est court-circuitée à son extrémité (fig. 3-11, b), l'onde de tension se réfléchit à l'extrémité de la ligne avec renversement de signe et l'onde de courant sans renversement de signe, de sorte que vers l'instant où les ondes reviennent à l'entrée de la ligne, il s'établit, le long de la ligne, une tension $u = 0$ et un courant $i = 2u/\sqrt{L/C}$. A l'instant de l'arrivée de l'onde vers la source d'énergie, il s'établit de nouveau une tension u et un courant $i = u/\sqrt{L/C}$. Après la deuxième réflexion des ondes à l'extrémité de la ligne, tous ces phénomènes se répéteraient, si la propagation des ondes s'effectuait sans leur affaiblissement.

Dans les cas que nous venons de considérer, les ondes rectangulaires présentent des fronts verticaux. Dans la pratique, les fronts sont généralement inclinés à cause des distorsions. Cependant, étant donné que des surtensions considérables peuvent prendre naissance entre les spires voisines dans les bobinages des appareils électromagnétiques, il convient de renforcer l'isolation entre les premières spires des appareils à haute tension. π

Dans les réseaux de distribution de l'énergie électrique, on pratique souvent des raccords des lignes ayant des impédances caractéristiques différentes, comme par exemple en cas de passage d'une ligne aérienne à une ligne en câbles ou inversement, ou bien en cas de passage d'une ligne en câbles à l'enroulement d'un appareil, etc. Les impédances caractéristiques des tronçons de tels circuits peuvent différer fortement l'une de l'autre, l'impédance caractéristique d'une ligne en câbles étant par exemple plusieurs fois inférieure à celle d'une ligne aérienne. Dans de tels cas, il se produit non seulement la réfraction des ondes avec le passage en sens direct mais aussi leur réflexion sur l'endroit de raccord.

Envisageons le passage d'une ligne d'impédance caractéristique $z_1 = \sqrt{L_1/C_1}$, à une autre ligne d'impédance $z_2 = \sqrt{L_2/C_2}$. A l'endroit de raccord, les tensions et les courants des deux tronçons doivent avoir la même valeur: $u_1 = u_2$ et $i_1 = i_2$.

La tension u_1 est la somme de la tension u_{φ_1} de l'onde incidente et de la tension u_{ψ_1} de l'onde réfléchie, alors que la tension u_{φ_2} de l'onde réfractée est égale à u_2 :

$$u_1 = u_{\varphi_1} + u_{\psi_1} = u_{\varphi_2} = u_2.$$

Compte tenu de l'expression (3-34), nous obtenons pour les courants:

$$i_1 = (u_{\varphi_1} - u_{\psi_1}) : z_1 = u_{\varphi_2} : z_2 = i_2.$$

Il résulte de ces expressions:

$$\begin{aligned} u_{\varphi_2} &= \frac{2z_2}{z_1 + z_2} u_{\varphi_1}; & u_{\psi_1} &= \frac{z_2 - z_1}{z_1 + z_2} u_{\varphi_1}; \\ i_{\varphi_2} &= \frac{2z_1}{z_1 + z_2} i_{\varphi_1}; & i_{\psi_1} &= \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} i_{\varphi_1}. \end{aligned} \quad (3-36)$$

Analysons maintenant le passage d'une ligne aérienne d'impédance caractéristique z_1 à une ligne en câbles d'impédance caractéristique $z_2 \ll z_1$.

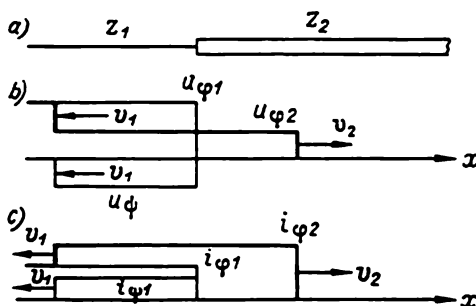


Fig. 3-12. Réflexion et réfraction des ondes lors du passage d'une ligne aérienne à une ligne en câbles: a, schéma des lignes; b, réflexion et réfraction de l'onde de tension; c, réflexion et réfraction de l'onde de courant

En appliquant à ce cas les expressions (3-36) nous voyons que la tension u_{φ_2} de l'onde incidente réfractée sera très nettement inférieure à la tension u_{φ_1} de l'onde incidente alors que le courant i_{φ_2} sera plus élevé que le courant i_{φ_1} de l'onde incidente. La fig. 3-12 montre les ondes incidentes et réfléchies de tension et de courant pour le cas du passage de l'onde d'une ligne aérienne à une ligne en câbles. Les ondes incidentes et réfléchies de tension et de courant sont représentées en traits fins et les ondes résultantes en traits forts. Parfois, pour réduire les valeurs des tensions des ondes qui se propagent le long des lignes, les lignes aériennes de transport d'énergie sont raccordées aux postes de transformation et aux installations à haute tension au moyen de tronçons de ligne en câbles. Cela permet d'abaisser les valeurs des surtensions dans les installations à haute tension.

Remarquons que les expressions (3-36) permettent de déterminer les tensions et les courants de l'onde réfléchie aussi bien pour une ligne ouverte à son extrémité ($z_2 = \infty$) que pour une ligne court-circuitée ($z_2 = 0$).

Les résultats obtenus peuvent être utilisés pour l'étude des processus d'apparition et de propagation dans les lignes des ondes de surtension dues aux décharges atmosphériques. Etudions sommairement ces processus.

Supposons qu'un nuage chargé apparaît au-dessus d'un tronçon de ligne. Alors, une charge de signe contraire, liée à la charge du nuage, prend naissance sur la ligne. Cette charge sera distribuée sur le tronçon de ligne considéré suivant une loi bien déterminée.

A cette charge correspond une certaine répartition de la tension le long de la ligne, cette tension étant constituée par une onde incidente de tension u_φ et une onde réfléchie de tension u_ψ , égales en grandeur (fig. 3-13, a). Les

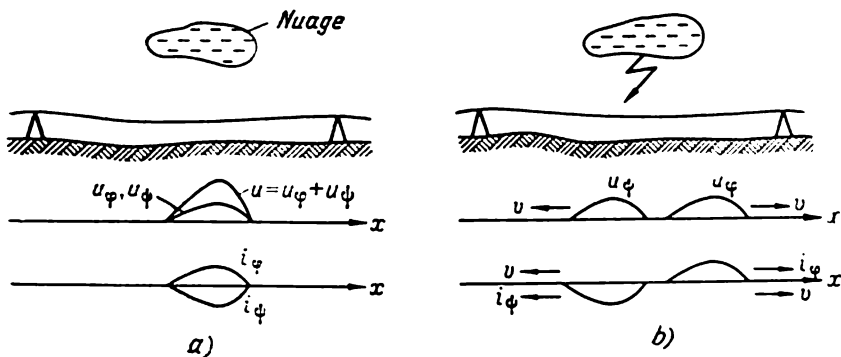


Fig. 3-13. Apparition et propagation des ondes de tension et de courant en cas d'une décharge orageuse: a, tension et courant dans la ligne avant la décharge orageuse; b, tension et courant dans la ligne après la décharge orageuse

courants de l'onde incidente i_φ et de l'onde réfléchie i_ψ doivent être considérés comme étant égaux et de signes contraires parce qu'au début du processus le courant dans le tronçon de ligne est nul.

Après la décharge orageuse, la charge sur le tronçon de ligne disparaît, et en même temps les ondes de tension et de courant se propagent le long de la ligne dans les deux sens à partir de la position initiale (fig. 3-13, b). Nous y trouvons l'explication physique du signe moins dont est affectée l'expression du courant de l'onde réfléchie $-u_\psi/z$ qui détermine le passage du courant dans le sens négatif de l'axe des x .

Au bout d'un certain temps après la mise sous tension ou la commutation de la ligne, les ondes incidentes et réfléchies de tensions et de courants s'amortissent et un régime permanent s'établit. Dans les circuits à courant continu, les tensions et les courants dans les différentes portions du circuit prennent des valeurs bien déterminées qui peuvent être calculées à l'aide des lois d'Ohm et de Kirchhoff. Il en est pratiquement de même pour les circuits à courant alternatif, si les lignes qui constituent le circuit ne sont pas trop longues.

Dans le cas des lignes longues qu'on appelle communément lignes de transmission, la distribution des tensions et des courants le long des lignes ne peut pas être déterminée au moyen d'un tel calcul simple.

Précisons la notion de *ligne longue*. La longueur λ de l'onde de tension ou de courant est donnée par l'expression (3-26):

$$\lambda = vT = v/f,$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde, T la période du courant alternatif et f la fréquence du courant alternatif.

Dans le cas des lignes aériennes de transport, la vitesse de propagation des ondes $v = 2.998 \times 10^8$ m/s. Pour une fréquence du courant alternatif $f = 50$ Hz, une ligne doit être considérée comme longue si sa longueur est de

l'ordre de grandeur de la longueur d'onde $\lambda = v/f = 3 \cdot 10^8 : 50 = 6000$ km, alors que pour des fréquences de l'ordre de quelques mégahertz et plus des lignes doivent être considérées comme longues si leur longueur est de l'ordre de plusieurs dizaines de mètres et moins.

Passons à l'étude des phénomènes qui se produisent dans une ligne de transmission alimentée en courant alternatif sinusoïdal. La tension u et le courant i dans la ligne varient suivant une loi sinusoïdale avec une pulsation ω . Écrivons les expressions de la tension et du courant:

$$u = \sqrt{2} U \cos(\omega t + \xi); \quad i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \eta), \quad (3-37)$$

dans lesquelles U et I sont les valeurs efficaces de la tension et du courant; ξ et η les déphasages initiaux.

En notation complexe, la tension et le courant auront pour expressions $\sqrt{2} \dot{U} e^{j\omega t}$ et $\sqrt{2} \dot{I} e^{j\omega t}$, où $\dot{U}$ et $\dot{I}$ sont les valeurs efficaces complexes de la tension et du courant, e est la base des logarithmes népériens, $j = \sqrt{-1}$.

Les valeurs complexes de $\dot{U}$ et de $\dot{I}$ varient le long de la ligne et ne dépendent que de la coordonnée x . Dans ces conditions, compte tenu des expressions (3-30) et (3-31), on peut écrire:

$$-\frac{d\dot{I}}{dx} = (g + j\omega C) \dot{U}; \quad -\frac{d\dot{U}}{dx} = (r + j\omega L) \dot{I}.$$

En déterminant la dérivée seconde $d^2 \dot{U}/dx^2$, nous obtenons l'équation

$$\frac{d^2 \dot{U}}{dx^2} = \gamma^2 \dot{U}, \quad (3-38)$$

où $\gamma = \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} = \beta + j\alpha$ est une quantité complexe appelée *constante de propagation* ou *exposant linéique de propagation*.

Pour des valeurs complexes données de $\dot{U}_1$ et de $\dot{I}_1$ à l'origine de la ligne ($x = 0$), nous trouvons la solution de l'équation (3-38):

$$\dot{U} = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z}{2} e^{-\gamma x} - \frac{\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z}{2} e^{\gamma x}; \quad (3-39)$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_1 + \dot{U}_1/Z}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\dot{I}_1 - \dot{U}_1/Z}{2} e^{\gamma x}, \quad (3-40)$$

où $Z = \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}}$ est l'expression complexe de l'*impédance caractéristique*.

Les premiers termes de ces expressions déterminent les valeurs complexes de la tension et du courant des *ondes incidentes progressives* qui se déplacent de l'origine à l'extrémité de la ligne alors que les seconds termes donnent les valeurs complexes des *ondes réfléchies progressives*.

La valeur complexe de l'onde incidente progressive s'exprime par

$$\dot{U}_\varphi = \frac{\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z}{2} e^{-\gamma x} = U_\varphi e^{j\xi} e^{-\beta x - j\alpha x} = U_\varphi e^{-\beta x + j(\xi - \alpha x)}, \quad (34-1)$$

où U_φ est la valeur efficace de la tension à l'origine de la ligne, ξ le déphasage initial et $\gamma = \beta + j\alpha$.

Pour les tensions u_φ de l'onde incidente progressive et u_ψ de l'onde réfléchie progressive nous obtenons les expressions suivantes:

$$u_\varphi = \sqrt{2} U_\varphi e^{-\beta x} \cos(\omega t - \alpha x + \xi); \quad (3-42)$$

$$u_\psi = \sqrt{2} U_\psi e^{\beta x} \cos(\omega t + \alpha x + \xi); \quad (3-43)$$

$$u = u_\varphi + u_\psi, \quad (3-44)$$

où ξ est le déphasage initial des tensions.

L'expression (3-42) détermine l'onde progressive qui se propage dans le sens direct. La vitesse de déplacement de l'onde s'appelle *vitesse de phase*:

$$v = \omega/\alpha. \quad (3-45)$$

En progressant le long de la ligne, l'onde incidente subit un affaiblissement suivant la loi $e^{-\beta x}$ (fig. 3-14). D'une manière analogue, l'expression (3-43) détermine l'onde réfléchie, qui se déplace à la même vitesse, en s'affaiblissant, dans le sens inverse, de l'extrémité de la ligne vers son origine.

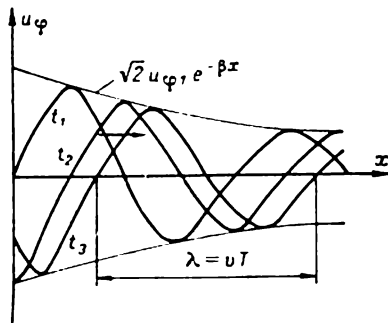


Fig. 3-14. Onde incidente de tension progressant le long d'une ligne

L'addition des tensions de l'onde incidente et de l'onde réfléchie donne la répartition de la tension résultante le long de la ligne. Des expressions correspondantes peuvent être obtenues également pour la répartition du courant constitué par des courants des ondes incidente et réfléchie.

Dans le cas des lignes aériennes, la résistance r et la perditance g par unité de longueur sont relativement peu élevées, de sorte que l'on peut écrire:

$$\left. \begin{aligned} Z &= \sqrt{\frac{r + j\omega L}{g + j\omega C}} \approx \sqrt{LC}; \\ \gamma &= \sqrt{(r + j\omega L)(g + j\omega C)} \approx j\omega \sqrt{LC} = j\alpha. \end{aligned} \right\} \quad (3-46)$$

L'impédance d'onde ou l'impédance caractéristique est dans ce cas la même que celle d'une ligne homogène sans distorsion et la vitesse s'exprime par

$$v = \omega/\alpha = 1/(LC).$$

Pour qu'une ligne fonctionne sans ondes réfléchies qui emportent une partie de l'énergie destinée au récepteur, il est nécessaire que sur toute la longueur de la ligne, le rapport des valeurs complexes de tension $\hat{U}$ aux valeurs complexes de courant $\hat{I}$ (voir les expressions (3-39) et (3-40)) soit égal à l'impédance caractéristique Z . A l'extrémité de la ligne, là où est branché le récepteur d'énergie, ce rapport doit aussi être égal à Z . On voit donc que la condition d'*adaptation* d'un récepteur à une ligne est l'égalité de leur impédance caractéristique.

Dans certains cas, la ligne peut devenir le siège des ondes *stationnaires* de tension et de courant, c'est-à-dire de l'ensemble des ondes de tension et de courant qui varient dans le temps selon une fonction sinusoïdale mais restent fixes par rapport à la ligne.

La présence d'ondes stationnaires signifie que la ligne ne transporte aucune énergie, c'est-à-dire qu'elle est court-circuitée ou ouverte à son extrémité ou enfin qu'elle est branchée sur une réactance alors que les pertes dans la ligne sont pratiquement nulles.

Dans le cas particulier d'une ligne ouverte à son extrémité ($Z_{ut} = \infty$) et sans pertes ($r = g = 0$), nous obtenons les expressions suivantes:

$$\dot{U} = \dot{U}_2 \cos \alpha x; \quad \dot{I} = j \frac{\dot{U}_2}{Z} \sin \alpha x, \quad (3-47)$$

où U_2 est la tension à l'extrémité de la ligne et x la distance comptée depuis l'extrémité de la ligne.

La fig. 3-15 représente en traits pleins la distribution des tensions et des courants le long de la ligne pour un certain instant et en traits interrompus pour l'instant qui le suit. Des nœuds et des ventres de tension et de courant

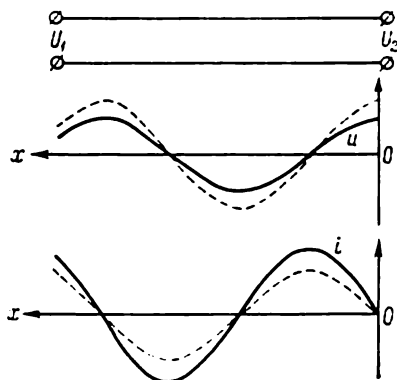


Fig. 3-15. Ondes stationnaires sur une ligne ouverte à son extrémité

s'alternent le long de la ligne, étant décalés d'un quart d'onde l'un par rapport à l'autre. Pour une fréquence donnée, l'impédance d'entrée d'une ligne de transmission peut prendre, en fonction de sa longueur, des valeurs différentes dans les limites de zéro à l'infini.

3-6. Réflexion des ondes à la surface de séparation de deux milieux. Propagation des ondes dans un milieu conducteur

L'onde électromagnétique se propageant librement dans un diélectrique homogène ne subit ni de réfractions, ni de réflexions. Au contraire, dans le cas où l'onde passe d'un milieu à un autre, de propriétés physiques différentes, on observe la réfraction de l'onde incidente et la réflexion de l'onde sur la surface de séparation de deux milieux.

Le phénomène de réflexion se manifeste le plus fortement dans le cas où l'onde incidente rencontre un corps conducteur.

Si la conductibilité du matériau de ce corps est élevée, les intensités de champ électrique E sur la surface du corps seront très petites devant les intensités de l'onde dans le diélectrique alors que les courants induits dans la couche superficielle du corps produiront sur la surface des intensités de champ magnétique ayant à peu près la même valeur et dirigées dans le sens opposé à celui de l'intensité de champ dû à l'onde incidente. Dans ce cas, le phénomène de réflexion de l'onde est pareil à la réflexion de l'onde sur l'extrémité d'une ligne court-circuitée.

L'onde réfléchie sur la surface de séparation peut être collectée par un récepteur radio-électrique. C'est justement sur la réception des ondes réfléchies que repose le principe de fonctionnement des postes radars qui déterminent la dis-

tance jusqu'à l'objet observé d'après le temps qui s'écoule entre l'émission d'un train d'ondes et la réception des échos provenant de l'objet touché. Sur l'écran d'un radar de surveillance, dont l'antenne scrute de façon continue le secteur d'exploration, on peut également obtenir une image contrastée car les intensités de réflexion des ondes sur les diverses surfaces seront différentes. C'est ainsi par exemple que le sol ne réfléchit pas les ondes de la même manière qu'un plan d'eau.

Si l'onde électromagnétique rencontre sur son chemin la surface d'un corps conducteur dont la conductibilité n'est pas infiniment grande, il se produit non seulement la réflexion mais aussi la réfraction de cette onde. L'onde pénètre partiellement dans le corps conducteur, de sorte que dans la masse de ce dernier sont induits des courants tourbillonnaires qui déterminent l'atténuation de l'onde au fur et à mesure qu'elle pénètre dans la profondeur. Ainsi que nous le verrons par la suite, l'amortissement de l'onde dépend de la conductibilité et de la perméabilité magnétique du milieu.

Sur ce phénomène est basé l'emploi de blindages, c'est-à-dire d'enceintes conductrices, généralement métalliques, qui sont destinées à protéger des appareils contre l'action perturbatrice des rayonnements électromagnétiques.

Le passage d'un courant alternatif dans les fils conducteurs peut être aussi considéré comme un processus qui fait intervenir, à côté d'autres phénomènes, l'incidence des ondes électromagnétiques sur la surface du fil conducteur (voir par. 3-4). Les ondes qui pénètrent à l'intérieur des conducteurs s'affaiblissent rapidement au fur et à mesure que la profondeur de pénétration augmente, de sorte qu'aux fréquences élevées et dans des conducteurs massifs, seule une couche superficielle mince joue un rôle dans la conductibilité. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet de peau* ou d'*effet pelliculaire*.

Propagation des ondes planes dans un milieu conducteur. Le cas le plus simple est celui où une onde plane polarisée tombe, suivant la normale, sur la surface plane d'un conducteur dont l'aire est suffisamment grande.

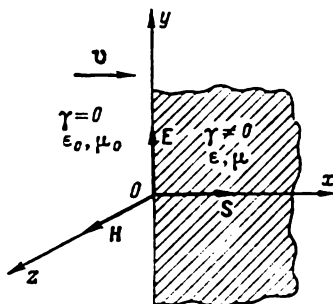


Fig. 3-16. Incidence d'une onde sur la surface d'un milieu conducteur

Orientons les axes de coordonnées comme il est indiqué sur la fig. 3-16. Les vecteurs E et H de l'onde plane sont perpendiculaires l'un à l'autre et orientés suivant les axes des y et des z .

Supposons que l'onde passe de l'air, pour lequel on a pratiquement comme pour le vide $\mu_{\text{air}} = \mu_0$, $\epsilon_{\text{air}} = \epsilon_0$, $\gamma_{\text{air}} = 0$, à un milieu conducteur caractérisé par les paramètres ϵ , μ et γ . En négligeant les courants de déplacement qui sont très faibles dans le milieu conducteur, nous obtenons les équations de Maxwell [voir (3-8), (3-11) et (3-15)] sous la forme :

$$\text{rot } H = \delta - \gamma E; \quad \text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t} = -\mu \frac{\partial H}{\partial t}.$$

En excluant les composantes continues des champs et en tenant compte du fait que pour l'orientation adoptée des vecteurs on a $E = E_y$ et $H = H_z$,

nous déduisons :

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = \gamma E_y \text{ et } \frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t}.$$

Si les intensités du champ de l'onde incidente varient selon une fonction sinusoïdale de pulsation ω , les intensités du champ dans le corps conducteur obéissent à la même loi :

$$E_y = E_m \cos(\omega t + \psi_E); H_z = H_m \cos(\omega t + \psi_H).$$

Les amplitudes des intensités des champs E_m et H_m , de même que les déphasages initiaux ψ_E et ψ_H dépendent de la coordonnée x .

En récrivant les expressions de E_y et H_z en notation symbolique, nous obtenons les équations de Maxwell pour des valeurs complexes qui ne dépendent que de la coordonnée x :

$$-\frac{d\dot{H}_m}{dx} = \gamma \dot{E}_m; \quad \frac{d\dot{E}_m}{dx} = -j\omega\mu H_m.$$

De ces équations nous déduisons l'équation différentielle $\frac{d^2 \dot{H}_m}{dx^2} = j\omega\mu\gamma \dot{H}_m$ dont la solution est :

$$\dot{H}_m = A_1 e^{-\sqrt{j\omega\mu\gamma}x} + A_2 e^{\sqrt{j\omega\mu\gamma}x}.$$

Le deuxième terme de cette solution détermine une composante qui croît indéfiniment, ce qui physiquement n'a pas de sens, on doit donc conclure que $A_2 = 0$. Tenons compte du fait que $\sqrt{j} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + j)$ et désignons $\sqrt{\frac{\omega\mu\gamma}{2}} = k$. Sur la surface de séparation de deux milieux, pour $x = 0$, l'intensité du champ H_{m0} et le déphasage initial ψ_{H0} seront les mêmes que pour l'onde incidente, ce qui permet d'écrire $A_1 = \dot{H}_{m0} e^{j\psi_{H0}}$.

Dès lors, l'expression complexe de H_m devient

$$\dot{H}_m = H_{m0} e^{j\psi_{H0}} e^{-kx} e^{-jhx}.$$

On peut en déduire l'expression pour la valeur instantanée de H :

$$H = H_{m0} e^{-kx} \cos(\omega t + \psi_{H0} - kx). \quad (3-48)$$

De l'expression $\dot{E}_m = \frac{1}{\gamma} \frac{d\dot{H}_m}{dx}$, nous obtenons après avoir effectué toutes les transformations et réductions :

$$E = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\gamma}} H_{m0} e^{-kx} \cos\left(\omega t + \psi_{H0} + \frac{\pi}{4} - kx\right). \quad (3-49)$$

La densité de courant $\delta = \gamma E$ dans le milieu conducteur varie selon la même loi.

La valeur complexe de l'impédance caractéristique du milieu conducteur sera donnée par le rapport des nombres complexes $\dot{E}_m$ et $\dot{H}_m$:

$$Z = \frac{\dot{E}_m}{\dot{H}_m} = \frac{\sqrt{\frac{\omega\mu}{\gamma}} e^{j(\psi_{H0} + \frac{\pi}{4})} H_{m0}}{e^{j\psi_{H0}} H_{m0}} = (1 + j) \sqrt{\frac{\omega\mu}{2\gamma}}. \quad (3-50)$$

La valeur complexe de Z diffère fortement de celle de l'impédance caractéristique de l'air $z = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ ohms}$ (3-22), ce qui détermine une réflexion partielle de l'onde à la surface de séparation de deux milieux.

On voit donc que l'onde électromagnétique s'affaiblit au fur et à mesure qu'elle pénètre à l'intérieur d'un milieu conducteur pareillement aux ondes de marée venant mourir sur le rivage. Lorsque la profondeur de pénétration augmente, le déphasage augmente aussi.

La répartition des intensités du champ suivant la profondeur d'un milieu conducteur est représentée pour un instant donné sur la fig. 3-17.

La longueur d'onde dans le milieu conducteur est déterminée par la distance sur laquelle la phase subit une variation de

$$k\lambda = 2\pi; \lambda = 2\pi/k = 2\sqrt{2\pi}/\sqrt{\omega\mu\gamma}.$$

A la distance $x = \lambda$ de la surface de séparation on a $e^{-kx} = e^{-2\pi} = 0,00185$ et l'intensité du champ à cette distance est inférieure à 0,2 % de l'intensité

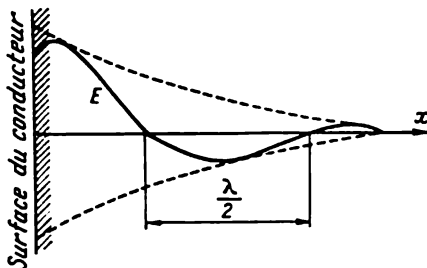


Fig. 3-17. Distribution des intensités de champ électrique le long de la ligne de propagation dans un milieu conducteur

du champ à la surface. On peut estimer que pratiquement les ondes s'amortissent complètement même à une distance deux à trois fois inférieure à la longueur d'onde.

Pour le cuivre, la *profondeur de pénétration*, mesurée par une distance de $\lambda/2$ à $\lambda/3$, constitue 1 à 2 cm à la fréquence de 50 Hz et quelques fractions de millimètre aux fréquences radio-électriques. Pour les métaux ferromagnétiques, la profondeur de pénétration est de l'ordre de quelques millimètres à la fréquence de 50 Hz et de quelques microns aux fréquences radio-électriques.

Les résultats obtenus ci-dessus pour une surface de séparation de dimensions infinies doivent être précisés parce que les surfaces de séparation qu'on rencontre dans la pratique ne sont pas infinies. Pour les métaux ferromagnétiques caractérisés par $\mu \neq \text{const}$, la solution obtenue n'est que très approchée. Il n'existe pas de solution théoriquement exacte du problème pour les métaux ferromagnétiques de sorte que pour calculer la profondeur de pénétration dans ces matériaux on a recours à des méthodes approchées.

Réflexion des ondes à la surface de séparation de deux milieux. L'impédance caractéristique du milieu conducteur étant plusieurs fois plus petite que celle du diélectrique, il y a une réflexion presque totale de l'onde à la surface de séparation de ces milieux. En utilisant l'expression (3-36), on peut déterminer les valeurs complexes des intensités du champ électrique de l'onde réfractée $\dot{E}_{\varphi_2}$ et de l'onde réfléchie $\dot{E}_{\psi_1}$ en fonction de $\dot{E}_{\varphi_1}$ de l'onde incidente ainsi que les valeurs complexes de $\dot{H}_{\varphi_2}$ et $\dot{H}_{\psi_1}$ en fonction de $\dot{H}_{\varphi_1}$:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{\varphi_2} &= \frac{2Z}{Z+z_1} \dot{E}_{\varphi_1}; \quad \dot{E}_{\psi_1} = \frac{Z-z_1}{Z+z_1} \dot{E}_{\varphi_1}; \\ \dot{H}_{\varphi_2} &= \frac{2z_1}{Z+z_1} \dot{H}_{\varphi_1}; \quad \dot{H}_{\psi_1} = \frac{z_1-Z}{Z+z_1} \dot{H}_{\varphi_1}, \end{aligned} \right\} \quad (3-51)$$

où $Z = (1 + j) \sqrt{\omega\mu/(2\gamma)}$ et $z_1 = \sqrt{\mu/\varepsilon}$ sont les impédances caractéristiques du milieu conducteur et du diélectrique.

Si la conductibilité du milieu est très grande ($Z \rightarrow 0$) et l'onde se réfléchit totalement à la surface de séparation, on a :

$$\dot{E}_{\psi_1} = -\dot{E}_{\varphi_1}; \dot{H}_{\psi_1} = \dot{H}_{\varphi_1}; \dot{E}_{\varphi_2} = 0; \dot{H}_{\varphi_2} = 2\dot{H}_{\varphi_1}.$$

Dans le cas d'une réflexion totale, il se produit dans le diélectrique l'addition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie et donc la formation d'une onde stationnaire.

Effet de peau. Si un conducteur rectiligne de section circulaire, faisant partie d'un circuit électrique, est parcouru par un courant alternatif, il existe un flux magnétique alternatif lié à ce conducteur. Décomposons ce flux en deux

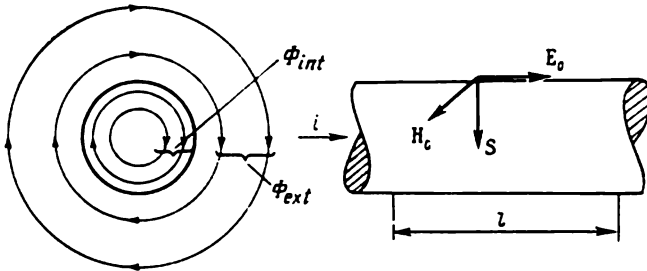


Fig. 3-18. Détermination de l'impédance d'un conducteur en courant alternatif

parties : Φ_{ext} constitué par les lignes magnétiques dans l'espace extérieur et Φ_{int} représenté par les lignes magnétiques qui se ferment à l'intérieur du conducteur (fig. 3-18). Les variations du flux magnétique font naître les F.E.M. induites dans le conducteur qui déterminent les réactances x_{int} et x_{ext} .

La valeur de x_{ext} dépend de la configuration du circuit alors que l'impédance du conducteur lui-même s'exprime par :

$$Z = r + jx_{int}.$$

Les valeurs complexes des intensités du champ magnétique $\dot{H}_0$ et du champ électrique $\dot{E}_0$ au voisinage de la surface du conducteur sont déterminées à partir des expressions

$$\dot{H}_0 p = \dot{I} \text{ et } \dot{E}_0 l = \dot{U},$$

où $\dot{I}$ est la valeur complexe du courant, $\dot{U}$ la valeur complexe de la tension sur une portion du conducteur de longueur l , $p = 2\pi R$ le périmètre du conducteur circulaire de rayon R .

La valeur complexe de l'impédance du conducteur proprement dit a pour expression :

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{l\dot{E}_0}{p\dot{H}_0}.$$

Lorsque l'effet de peau est très prononcé, les intensités du champ dans la partie centrale du conducteur sont nulles. Seule une couche superficielle mince est utilisée pour le transport du courant. Pour cette couche, on peut négliger la variation du périmètre avec l'éloignement de la surface. Sous ces hypothèses, on peut appliquer les résultats obtenus pour l'incidence de l'onde électromagnétique sur une surface plane d'un corps conducteur. Alors, de l'expression (3-50)

nous déduisons:

$$Z = r + jx_{\text{int}} = \frac{l}{p} \frac{\dot{E}_0}{\dot{H}_0} = \frac{l}{p} (1 + j) \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\gamma}}. \quad (3-52)$$

Le rapport de la résistance effective r offerte par un conducteur cylindrique au passage du courant alternatif à sa résistance r_0 en courant continu a pour valeur:

$$\frac{r}{r_0} = \frac{l}{p} \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\gamma}} : \frac{l}{\gamma s} = \frac{s}{p} \sqrt{\frac{\omega \mu \gamma}{2}},$$

où s est la section du conducteur.

Il résulte des expressions (3-48) et (3-49) qu'en cas d'un effet de peau fortement prononcé seule une couche mince près de la surface est utile alors que la partie centrale des conducteurs massifs est inutilisée pour le transport du courant. C'est pourquoi, en haute fréquence, on utilise souvent des conducteurs tubulaires. Pour réduire cet effet de concentration superficielle du courant, les conducteurs massifs sont parfois exécutés sous forme de paquets de tôles séparées l'une de l'autre.

L'effet de peau est surtout sensible dans les conducteurs faits en métaux ferromagnétiques.

Dans la pratique, les conducteurs ont le plus souvent une section telle que l'effet de peau ne se manifeste pas. Dans de tels cas, il faut tenir compte de ce que les ondes tombent sur la surface du conducteur suivant tout son périmètre, en subissant à l'intérieur des conducteurs un affaiblissement relativement petit et de ce que la longueur du périmètre varie elle aussi avec la profondeur de pénétration.

Dans les cours spéciaux, on donne les calculs et dans les catalogues, on indique les valeurs du rapport r/r_0 pour les fils conducteurs les plus employés.

Un effet de peau se manifeste aussi lorsqu'un flux magnétique variable traverse un circuit magnétique. Les lignes de champ magnétique se concentrent près de la surface du circuit magnétique massif dont la partie interne n'est donc pas utilisée. C'est la raison pour laquelle les circuits magnétiques en acier des machines et appareils électriques sont faits en tôles d'acier isolées ou en fils d'acier.

L'étude mathématique de cet effet est analogue à celle qu'on effectue pour les conducteurs utilisés dans les circuits électriques et le processus est déterminé dans ce cas aussi par l'incidence des ondes sur une surface.

La fig. 3-19 montre, à titre d'exemple, la distribution des amplitudes des inductions magnétiques B_m d'un champ alternatif suivant la section d'une tôle d'acier ayant une épaisseur relativement faible. La diminution des inductions magnétiques avec la profondeur s'explique par l'effet d'écran dû aux courants de Foucault i_F induits dans l'épaisseur de la tôle.

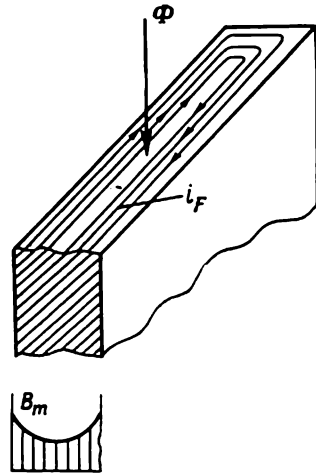


Fig. 3-19. Effet de peau dans une tôle d'acier du circuit magnétique

DEUXIEME PARTIE

PRINCIPES DE LA THÉORIE ET DES MÉTHODES DE CALCUL DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

CHAPITRE IV

CIRCUITS À COURANT CONTINU

4-1. Définitions et notions fondamentales

Les conducteurs diffèrent des diélectriques du fait de la présence d'une quantité importante d'électrons animés d'un mouvement chaotique à l'intérieur d'un conducteur.

Si une tension agit le long d'un conducteur, à l'intérieur de ce dernier apparaît un champ électrique, dont l'intensité est E , alors les forces qui s'exercent sur les électrons ayant la charge e s'expriment par

$$f = Ee. \quad (4-1)$$

Sous l'action de ces forces les électrons durant leur libre parcours en plus du mouvement chaotique acquièrent un mouvement

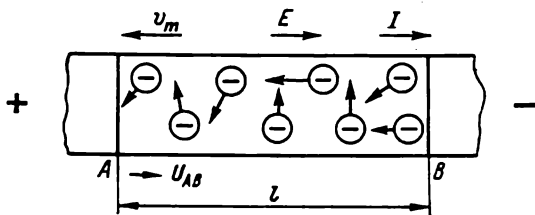


Fig. 4-1. Mouvement orienté des électrons dans un conducteur

ordonné. Chaque électron au cours de son déplacement possède une composante de vitesse dirigée dans le sens opposé à celui du vecteur E (fig. 4-1). Le mouvement ordonné des électrons, caractérisé par une certaine vitesse moyenne v_m , détermine le courant électrique. Les électrons peuvent également avoir un mouvement ordonné dans un gaz raréfié. Dans les électrolytes et les gaz ionisés les porteurs de charge mobiles peuvent être constitués par des ions.

Du fait que dans les électrolytes les ions à charge positive des métaux vont du pôle positif au pôle négatif, le sens affecté historiquement au courant est inverse à celui du mouvement des électrons.

Lorsqu'un circuit électrique est parcouru par un courant, divers phénomènes se manifestent dans ce circuit et dans le milieu ambiant : échauffement des conducteurs du circuit, électrolyse des solutions basiques et acides, action sur les aimants dans l'espace environnant, apparition de forces électromagnétiques (par. 2-10), etc.

Dans le système S.I. la grandeur ou l'intensité d'un courant I s'exprime en ampères (A). Pour la mesure des courants faibles on utilise des sous-multiples des unités : le milliampère (mA), égal à 10^{-3} A, et le microampère (μ A), égal à 10^{-6} A. L'unité de courant est définie dans les cours de physique (voir également par. 3-2). Rappelons qu'une intensité du courant égale à un ampère correspond au passage par un conducteur d'une quantité d'électricité de 1 coulomb par seconde. On peut reproduire l'unité d'intensité du courant, l'ampère, en utilisant divers effets, qui se manifestent lorsqu'un tel courant circule dans un circuit électrique. En particulier, on reproduit l'ampère en mesurant les forces d'interaction entre les conducteurs parcourus par un courant.

La densité de courant δ est déterminée par le rapport d'un courant élémentaire dI passant à travers une surface élémentaire perpendiculaire ds à la grandeur de cette surface [voir (3-3)] : $\delta = dI/ds$. Le sens du vecteur δ détermine le sens du courant au point donné d'un conducteur.

La dimension de la densité de courant est A/m^2 ; dans la technique on utilise plus souvent une grandeur dérivée : A/mm^2 .

L'intensité du courant I passant à travers une surface s pour une densité de courant δ est déterminée en cas général par l'expression (3-4) :

$$I = \int_s \delta ds.$$

Si la densité de courant est identique en tous les points de la section et si les vecteurs de la densité de courant sont perpendiculaires aux surfaces élémentaires, on tombe sur

$$I = \delta s. \quad (4-2)$$

Dans un milieu isotrope la densité de courant est proportionnelle à l'intensité du champ électrique et les vecteurs δ et E ont le même sens, car la vitesse directionnelle moyenne des électrons y_m acquise au cours du libre parcours est proportionnelle à l'intensité du champ, voir (3-5) :

$$\delta = \gamma E,$$

γ étant la conductivité du matériau du conducteur.

Sous une autre forme on a :

$$E = \rho \delta, \quad (4-3)$$

ρ étant la résistivité du matériau du conducteur.

Le courant circule à travers le conducteur sous l'action de la tension. On a défini cette grandeur physique au par. 1-2. La tension entre les sections A et B d'un conducteur cylindrique (fig. 4-1) dans lequel l'intensité du champ électrique E est identique à tous les points est déterminée par l'expression (1-4):

$$U_{AB} = \int E dl = El.$$

En portant dans cette égalité l'expression de E tirée de (4-3) et de δ tirée de (4-2), nous obtenons:

$$U_{AB} = \rho \frac{l}{s} I = rI, \quad (4-4)$$

où $r = \rho l/s$ est la résistance d'un conducteur de longueur l et de section transversale s .

A l'aide de considérations physiques relativement simples on a déduit l'expression de la loi d'Ohm qui fut obtenue par Ohm en résultat de ses expériences. L'expression (4-3) est une expression de la loi d'Ohm sous forme différentielle.

L'expression (4-3) permet de déterminer la dimension de la résistivité:

$$[\rho] = [E/\delta] = V \cdot m^2/(m \cdot A) = \Omega \cdot m.$$

En pratique on utilise plus couramment les résistivités en $\Omega \cdot mm^2/m$.

La dimension de la conductivité $\gamma = 1/\rho$:

$$[\gamma] = 1/(\Omega \cdot m).$$

L'expression (4-4) a pour corollaire que la résistance d'un conducteur cylindrique est proportionnelle à la résistivité, à sa longueur et inversement proportionnelle à la surface de la section transversale s . Nous remarquerons que si ρ est exprimé en $\Omega \cdot mm^2/m$ la longueur l doit être exprimée en m , et la section s en mm^2 .

Par exemple, la résistivité des matériaux les plus utilisés comme conducteurs à une température de $20^\circ C$ est égale à $0,0172 \Omega \cdot mm^2/m$ pour le cuivre et à $0,026 \Omega \cdot mm^2/m$ pour l'aluminium.

Pour les calculs on utilise fréquemment la conductance:

$$g = 1/r, \quad 1/\Omega. \quad (4-5)$$

La description du phénomène du passage du courant permet de conclure que pour un courant continu, contrairement au courant alternatif (par. 3-6) la densité de courant en tous les points d'un conducteur cylindrique est identique.

On a démontré au par. 3-5 que la propagation des ondes le long des lignes se produit à une vitesse élevée, qui pour les lignes aériennes atteint la vitesse de la lumière. Cette vitesse de propagation ne doit pas être confondue avec la vitesse moyenne v_m du mouvement

ordonné des électrons, qui est très faible en comparaison même de celle du mouvement thermique et possède une grandeur de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre ou quelques millimètres par seconde.

A mesure que la température accroît, la résistance des conducteurs métalliques augmente, et lorsque elle décroît, la résistance diminue.

La résistance en fonction de la température est déterminée à l'aide de l'expression :

$$r = r_0 [1 + \alpha (t - t_0)], \quad (4-6)$$

r_0 étant la résistance à la température initiale, d'ordinaire 20°C ; r la résistance à la température t ; α le coefficient de température.

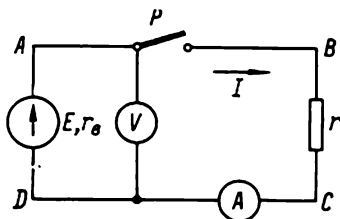


Fig. 4-2. Circuit électrique fermé

Voyons un circuit électrique très simple dont le schéma est représenté sur la fig. 4-2. Le schéma électrique des connexions est un dessin, qui représente conventionnellement les éléments du circuit raccordés par des conducteurs, représentés sur le schéma par des lignes. Le dessin représente la source de force électromotrice (F.E.M.), qui peut être branchée à l'aide de l'interrupteur P sur la résistance r , représentée par un rectangle allongé. Pour mesurer l'intensité du courant, on utilise l'ampèremètre A branché en série dans le circuit, et pour mesurer la tension, le voltmètre V , qui est raccordé aux points du circuit entre lesquels la tension est mesurée. Dans les schémas utilisés pour les calculs et les études, on indique d'ordinaire le sens des F.E.M. en action et les sens des courants qui circulent. Si les sens des F.E.M. et des courants ne sont pas connus au préalable pour les diverses portions du circuit, on les indique *conventionnellement*, puis au cours du calcul, ils seront précisés.

Au cas d'un champ électrostatique, en vertu de la relation (1-5), la circulation du vecteur de l'intensité du champ électrique $\oint \mathbf{E} d\mathbf{l}$ le long de la courbe fermée $ABCD A$ (fig. 4-2) est nulle.

Dans le cas examiné dans le circuit est introduite la F.E.M. d'une source d'énergie transformant une forme quelconque d'énergie en énergie électrique. Cette F.E.M. n'est pas d'origine électrostatique. En cas d'introduction d'une ou de plusieurs F.E.M. dans le circuit la circulation du vecteur de l'intensité du champ électrique

$\oint E \, dl$ le long du contour fermé du circuit est égal à la somme des n F.E.M. apportées E :

$$\oint E \, dl = \sum_{k=1}^n E_k. \quad (4-7)$$

Ceci représente la différence principale entre un circuit électrique dans lequel sont insérées des F.E.M. et un système de corps chargés dans un champ électrostatique. En l'absence de F.E.M. les potentiels des corps chargés, si on les raccorde entre eux avec des conducteurs s'égalisent après un certain temps, mais en présence de F.E.M. les différences de potentiel entre les corps chargés sont entretenues dans le temps.

Pour le circuit (fig. 4-2) l'intensité du courant est déterminée par le rapport de la F.E.M. à la somme des résistances de la charge r et de la résistance interne de la source r_1 , que possède toute source d'énergie. Par exemple, pour un générateur électrique, c'est la résistance des fils de l'enroulement. On a donc

$$I = \frac{E}{r + r_1}. \quad (4-8)$$

La gamme des courants et des tensions utilisés dans la technique est très étendue.

L'intensité du courant dans les schémas électroniques est de l'ordre de grandeur de 10^{-10} à 10^{-12} A, l'intensité du courant d'une lampe à incandescence de 100 W pour une tension de 127 V est égale à 0,79 A, l'intensité des courants des moteurs de moyenne puissance est de l'ordre de dizaines et de centaines d'ampères; les courants des cuves d'électrolyse de l'aluminium atteignent des dizaines de kiloampères.

Les tensions rencontrées dans les schémas de mesure peuvent être de l'ordre de 10^{-8} à 10^{-9} V, la tension d'un accumulateur est mesurée en volts; les tensions normalisées des réseaux d'éclairage à courant alternatif sont de 127 V et de 220 V, les tensions des lignes de transport d'énergie électrique atteignent des centaines de kilovolts et ces tensions vont encore accroître en perspective.

4-2. Energie et puissance d'un circuit

Selon la loi de Joule l'énergie A en joules dissipée dans un circuit de résistance r lorsqu'il est parcouru par un courant I durant un intervalle de temps t (s) s'exprime par :

$$A = I^2 r t. \quad (4-9)$$

L'énergie dissipée dans un conducteur parcouru par un courant électrique est proportionnelle au carré du courant et à la résistance du conducteur. Cette énergie électrique se transforme en énergie thermique et est dissipée dans l'espace environnant. L'équivalent

thermique pour la transformation de l'énergie électrique en énergie thermique fut déterminé par Joule.

L'énergie peut non seulement être dissipée comme l'énergie thermique, mais également transformée en d'autres formes d'énergie : en énergie mécanique dans les moteurs, en énergie de rayonnement dans les dispositifs radiotechniques, etc.

La puissance P en watts est numériquement égale à l'énergie A en joules calculée par unité de temps :

$$P = \frac{dA}{dt} = I^2 r. \quad (4-10)$$

Dans un circuit de résistance r (fig. 4-3) la tension aux bornes de la résistance est $U = Ir$, et le courant du circuit est $I = U/r = Ug$.

En vertu de cette relation on peut écrire diverses expressions de la puissance :

$$P = I^2 r = UI = U^2 g. \quad (4-11)$$

La puissance du circuit s'exprime souvent en kilowatts (kW) et en mégawatts (MW). La technique fait appel à des puissances

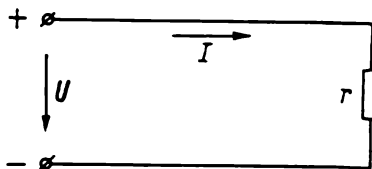


Fig. 4-3. Circuit électrique simple à courant continu

allant de quelques fractions infimes de watt dans les dispositifs radiotechniques et de mesure jusqu'à des dizaines de mégawatts dans de grosses centrales.

Conformément aux déterminations précédentes l'énergie amenée à un récepteur ou débitée par un générateur durant un intervalle de temps $t = t_2 - t_1$ s'écrit :

$$A = \int_{t_1}^{t_2} P dt = \int_{t_1}^{t_2} I^2 r dt = \int_{t_1}^{t_2} UI dt = \int_{t_1}^{t_2} U^2 g dt \quad (4-12)$$

Si la puissance du circuit reste invariable durant l'intervalle de temps t on obtient une expression plus simple de l'énergie :

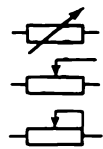
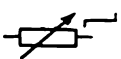
$$A = Pt = I^2 rt = UIt = U^2 gt. \quad (4-13)$$

Comme indiqué plus haut, dans le système S.I. l'énergie est mesurée en joules ($1 \text{ J} = 1 \text{ W} \cdot \text{s}$). En énergétique on utilise des unités plus grandes pour mesurer l'énergie : $1 \text{ watt-heure (Wh)} = 3600 \text{ J}$ est l'énergie débitée en une heure lorsque la puissance du circuit est égale à 1 W ; $1 \text{ kilowatt-heure (kWh)} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$; $1 \text{ mégawatt-heure (MWh)} = 3,6 \cdot 10^9 \text{ J}$.

4-3. Circuit électrique et ses caractéristiques

Les éléments des circuits électriques sont représentés sur les schémas conventionnellement, selon les exigences des normes en vigueur. Les désignations correspondant à la norme soviétique GOST 2721-68 ÷ GOST 2750-68 sont représentées en partie au tableau 4-1.

Tableau 4-1

Dénomination de l'élément du circuit	Désignation conventionnelle
Interrupteur unipolaire Interrupteur bipolaire	
Coupe-circuit	
Pile ou accumulateur	
Résistance non réglable	
Résistance non réglable avec dérivation	
Résistance à réglage progressif de la résistance (rhéostat) Désignation générale Avec rupture du circuit Sans rupture du circuit	
Résistance avec réglage de la résistance par échelons	
Résistance non linéaire, dépendant de la tension	

Dénomination de l'élément du circuit	Désignation conventionnelle
Condensateurs non réglable réglable électrolytique	  
Bobine de self-induction ; self sans noyau	
Bobine de self-induction à noyau ferromagnétique	

Nous allons d'abord examiner les circuits électriques avec des résistances linéaires, dont la valeur est invariable et ne dépend pas, ou en pratique très peu, des courants et des tensions. Remarquons que la valeur des résistances, même des rhéostats ordinaires, varie au cours de leur échauffement, mais on peut le cas échéant en tenir compte, dans les calculs.

Au par. 4-6 nous allons examiner certaines notions concernant les circuits avec des éléments non linéaires, dont les résistances dépendent des courants et des tensions appliqués aux éléments.

Les sources d'énergie alimentant les circuits électriques peuvent posséder des caractéristiques diverses et fonctionner avec des circuits en différents états, c'est-à-dire fonctionner en divers régimes.

On distingue les *sources de F.E.M.* et les *sources de courant*. La tension à la sortie d'une source de F.E.M. est considérée invariable, lorsque le courant consommé varie. En pratique cette tension varie relativement peu, lorsque la résistance et le courant de la charge varient dans certaines limites, par exemple, au cas des accumulateurs à résistance interne, en comparaison de la résistance de la charge.

On considère que le courant de sortie d'une source de courant est invariable. En pratique il varie peu lorsque la résistance de la charge et la tension sur celle-ci varient dans certaines limites. On peut citer à titre d'exemple un amplificateur électronique, dont la résistance interne est d'ordinaire très élevée, en comparaison de la résistance de la charge.

Nous remarquerons qu'au cours des calculs une source de F.E.M. peut être remplacée par une source équivalente de courant et inversement.

En régime de marche à vide la charge est débranchée, par exemple, sur la fig. 4-2 la charge est débranchée à l'aide de l'interrupteur P de la source de F.E.M. Le courant I passant par la résistance de charge r est nul. En négligeant le courant relativement faible du voltmètre, on obtient sur le voltmètre la valeur de la F.E.M. E de la source, car il n'y a pas de chute de tension dans la source, due à la charge.

En régime de fonctionnement l'interrupteur est enclenché et la résistance r est parcourue par un courant dont la valeur est déterminée par l'expression (4-8). La tension aux bornes de la charge U , accusée par le voltmètre, est déterminée en multipliant le courant I par la résistance r :

$$U = Ir = E - Ir_1.$$

En charge il y a une diminution, une *perte de tension*, dans la source en comparaison de la marche à vide.

Remarquons que le régime nominal de fonctionnement de la source, est celui auquel la puissance qu'elle débite est égale à la puissance nominale, c'est-à-dire à la puissance pour laquelle la source est prévue.

En régime de court-circuit, lorsque les conducteurs venant de la source d'énergie sont raccordés ensemble, la tension aux bornes de la source d'énergie et de la charge est nulle. Le courant de la source $I_{cc} = E/r_1$ n'est déterminé que par la résistance interne r_1 de la source et peut être très grand. Un court-circuit, en tant qu'avarie, peut se produire en cas d'endommagement de l'isolation entre les conducteurs. Le régime de court-circuit peut être, par ailleurs, utilisé pour les essais des appareils électriques.

Dans une série de cas on exige l'*adaptation* de la résistance de la charge avec la résistance de la source d'énergie afin d'obtenir une puissance maximale de la source, ce qui s'avère souvent nécessaire pour les dispositifs radio-électriques.

La puissance débitée au récepteur du schéma de la fig. 4-2 s'exprime par

$$P = I^2 r = \frac{E^2}{(r + r_1)^2} r.$$

Supposons que nous modifions la résistance r pour obtenir un rendement maximal en puissance. En calculant la dérivée de la puissance par rapport à la résistance r et en égalant cette dérivée à zéro, nous obtenons la valeur de r pour laquelle la puissance est maximale, E et r_1 restant invariables:

$$\frac{dP}{dr} = \frac{(r + r_1)^2 E^2 - 2(r + r_1) r E^2}{(r + r_1)^4} = \frac{E^2}{(r + r_1)^4} (r_1^2 - r^2).$$

Vu que l'expression au dénominateur est finie et en renonçant à la solution $r = -r_1$ dépourvue de sens physique, nous pouvons conclure que la valeur de la résistance du récepteur adaptée à la résistance de la source est

$$r = r_1. \quad (4-14)$$

Alors les pertes de puissance dans la résistance de la source, égales à la puissance du récepteur, sont trop grandes. Un tel régime de fonctionnement est inutilisable pour les installations énergétiques puissantes, qui doivent avoir de faibles pertes d'énergie et par conséquent fonctionner avec des résistances des récepteurs dépassant notablement la valeur adaptée.

L'examen des circuits électriques permet de conclure que du côté de la source, indépendamment du schéma, les circuits peuvent être considérés comme des *dipôles passifs*, c'est-à-dire des circuits

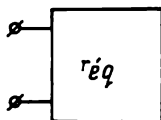


Fig. 4-4. Dipôle passif

sans sources internes de F.E.M. avec deux bornes d'entrée, possédant une certaine résistance d'entrée équivalente. Si le circuit proprement dit ne présente pas d'intérêt pour nous, on peut le remplacer sur les schémas par un dipôle comme représenté sur la fig. 4-4.

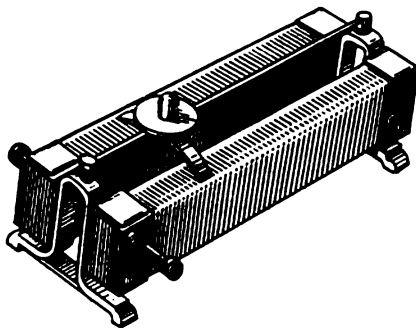


Fig. 4-5. Rhéostat bobiné

Les résistances de charge des circuits à courant continu peuvent être constituées par des dispositifs de chauffage, des cuves d'électrolyse, des lampes à incandescence et autres. Si l'on veut régler la tension d'alimentation pour des puissances importantes, on utilise des sources à tension réglable. Si la puissance du récepteur est relativement faible, on branche sur un réseau à tension normalisée une

résistance de réglage, un rhéostat, en série avec la résistance de la charge. La fig. 4-5 représente un rhéostat bobiné en fil, calculé pour de faibles intensités du courant. Le fil du rhéostat est enroulé

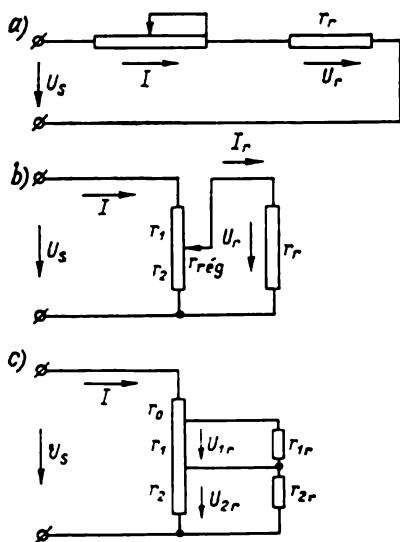


Fig. 4-6. Schéma de réglage de la tension aux bornes d'un récepteur: a, en branchant en série un rhéostat; b, schéma potentiométrique; c, schéma d'un diviseur de tension

que (fig. 4-6, b). Si la résistance du récepteur r_r est relativement élevée en comparaison de la résistance du rhéostat $r_{reg} = r_1 + r_2$, alors, avec une certaine erreur lorsque $I_r \rightarrow 0$, la tension aux bornes du récepteur devient:

$$U_r = I r_2 = \frac{r_2}{r_1 + r_2} U_s.$$

La tension aux bornes du récepteur varie linéairement en fonction de la déviation du curseur. Si on tient compte de l'intensité du courant du récepteur, qui varie lorsque la position du curseur est modifiée, r_r restant invariable, la relation entre U_r et la position du curseur n'est pas linéaire.

S'il faut obtenir une ou plusieurs tensions différentes d'alimentation des récepteurs, lorsque la tension secteur U_s est invariable, on branche les résistances de réglage selon un montage en *diviseur de tension* (fig. 4-6, c).

Si les résistances des portions r_1 et r_2 sont relativement faibles en comparaison des résistances r_{1r} et r_{2r} , on obtient:

$$U_{1r} = I r_1 = \frac{r_1}{r_0 + r_1 + r_2} U_s \text{ et } U_{2r} = \frac{r_2}{r_0 + r_1 + r_2} U_s.$$

sur un support isolant. Lorsque le curseur se déplace sur l'enroulement, la résistance du rhéostat est modifiée progressivement. Pour régler les courants dont l'intensité atteint quelques dizaines d'ampères, on utilise d'ordinaire des rhéostats à plots, dont la résistance varie par échelons, lorsqu'un contact mobile va d'un plot à l'autre. Les plots sont raccordés entre eux par des résistances bobinées ou d'un autre type.

Le branchement d'un rhéostat utilisé pour régler le courant I et la tension U_r aux bornes de la résistance r_r est représenté sur la fig. 4-6, a.

Dans une série de cas, lorsqu'on veut régler la tension U_r aux bornes d'un récepteur de faible puissance, la tension du secteur U_s restant invariable, on branche le rhéostat de réglage selon un montage *potentiométrique*

En cas de puissances importantes on utilise en qualité de diviseurs des dispositifs dont les pertes d'énergie sont relativement faibles.

4-4. Calcul des circuits à courant continu

Les lois fondamentales sur lesquelles sont basées les méthodes de calcul des circuits sont la loi d'Ohm et les lois de Kirchhoff.

La première loi de Kirchhoff découle du principe de continuité du courant électrique. L'électricité dans un système conducteur ne

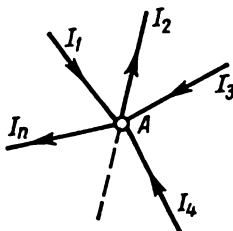


Fig. 4-7. Courants dans les fils d'un nœud d'un circuit électrique

peut s'accumuler en aucun point, au nœud A de la fig. 4-7 par exemple, c'est pourquoi la somme des intensités des courants qui se dirigent vers le nœud A est égale à la somme des intensités des courants qui s'en éloignent à n'importe quel instant. On a donc

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0. \quad (4-15)$$

La formule précédente traduit la première loi de Kirchhoff.

La somme algébrique des intensités des courants qui passent par un nœud est nulle.

On affecte alors les courants qui se dirigent vers le nœud d'un signe et les courants qui s'en éloignent du signe opposé.

La seconde loi de Kirchhoff établit la relation entre la F.E.M. résultante agissant dans un circuit fermé et les produits des courants dans les branches du circuit par les résistances des branches (fig. 4-8).

Soit le circuit fermé ABCD comportant trois F.E.M. : E_1 , E_2 et E_4 . Deux d'elles, E_1 et E_2 , agissent dans le même sens et la troisième E_4 en opposition. Par conséquent, en choisissant le sens de parcours du contour ABCD, représenté par une flèche à l'intérieur, et en supposant que les F.E.M. qui agissent dans le sens du parcours sont positives, tandis que les F.E.M. agissant en sens inverse sont négatives, nous trouvons la F.E.M. résultante :

$$E = E_1 + E_2 - E_4.$$

Cette F.E.M. résultante est utilisée pour faire passer le courant par les branches du circuit et, selon la loi d'Ohm, elle est égale à la

somme des produits des courants par les résistances des branches. Pour le circuit représenté sur la fig. 4-8 :

$$E_1 + E_2 - E_4 = I_1(r_1 + r_{i1}) + I_2(r_2 + r_{i2}) - I_3 r_3 - I_4(r_4 + r_{i4}).$$

Le second membre de l'égalité contient les produits des courants I_3 et I_4 par les résistances correspondantes prises avec le signe moins, car ces courants sont opposés au sens de parcours adopté.

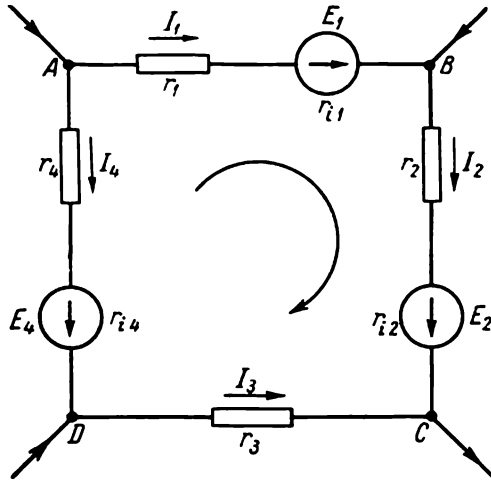


Fig. 4-8. Contour fermé d'un circuit électrique

En généralisant ce raisonnement pour n'importe quel nombre de branches dans un circuit électrique fermé, nous obtenons la deuxième loi de Kirchhoff.

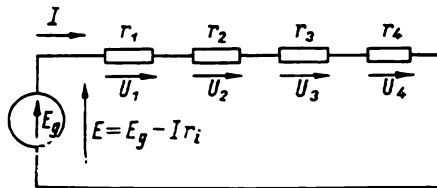


Fig. 4-9. Couplage en série des résistances dans un circuit à courant continu

Dans tout circuit fermé, la somme algébrique des forces électromotrices est égale à la somme algébrique des chutes de tension dues aux résistances dans les branches de ce circuit.

Pour un circuit comportant n branches on obtient l'équation

$$\sum_{k=1}^n E_k = \sum_{k=1}^n I_k r_k. \quad (4-16)$$

Si les résistances d'un circuit sont couplées en série (fig. 4-9), l'intensité du courant I dans toutes les résistances est identique. En vertu de la seconde loi de Kirchhoff on peut écrire l'expression :

$$= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = Ir_1 + Ir_2 + Ir_3 + Ir_4 = I(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = Ir.$$

Ceci permet de conclure que si les résistances sont couplées en série, la résistance globale du circuit est égale à la somme des résistances branchées en série :

$$r = \sum_{k=1}^n r_k. \quad (4-17)$$

La tension (la chute de tension) sur les diverses portions du circuit est suivant la loi d'Ohm :

$$U_1 = Ir_1; U_2 = Ir_2; \\ U_3 = Ir_3; \dots; U_n = Ir_n.$$

La puissance globale du circuit est égale à la somme des puissances dissipées dans les diverses portions du circuit :

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = I^2 r_1 + I^2 r_2 + I^2 r_3 + \dots + I^2 r_n.$$

Pour un montage des résistances en parallèle (fig. 4-10) la tension aux bornes de toutes les branches parallèles est identique :

$$U = I_1 r_1 = I_2 r_2 = I_3 r_3 = I_4 r_4.$$

Le courant du circuit I en vertu de la première loi de Kirchhoff est égal à la somme des courants des branches parallèles :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = \frac{U}{r_1} + \frac{U}{r_2} + \frac{U}{r_3} + \frac{U}{r_4} = U(g_1 + g_2 + g_3 + g_4).$$

Pour un montage en parallèle la conductance globale d'un circuit est égale à la somme des conductances des branches parallèles. Pour un circuit comportant n branches on a :

$$g = \sum_{k=1}^n g_k, \quad (4-18)$$

et pour les résistances :

$$r = \frac{1}{g} = \frac{1}{\sum_{k=1}^n g_k} \quad (4-19)$$

Selon la loi d'Ohm les courants des branches parallèles :

$$I_1 = Ug_1; I_2 = Ug_2; I_3 = Ug_3; \dots; I_n = Ug_n.$$

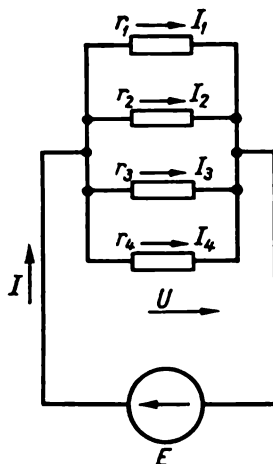


Fig. 4-10. Couplage en parallèle des résistances dans un circuit à courant continu

On remarquera que si le courant global I est connu, les courants dans les branches sont répartis proportionnellement aux conductances :

$$I_1 = I \frac{g_1}{g}; I_2 = I \frac{g_2}{g}; I_3 = I \frac{g_3}{g}; \dots; I_n = I \frac{g_n}{g}.$$

La puissance du circuit est la somme des puissances des diverses branches :

$$P = \sum_{k=1}^n P_k = \sum_{k=1}^n I_k^2 r_k = \sum_{k=1}^n U^2 g_k.$$

Un montage mixte, des plus simples, de résistances est représenté sur la fig. 4-11.

La résistance de la portion 2-3 avec un couplage en parallèle est donnée par l'expression (4-19) :

$$r_{23} = \frac{1}{1/r_2 + 1/r_3} = \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}.$$

La résistance globale du circuit est

$$r = r_1 + \frac{r_2 r_3}{r_2 + r_3}.$$

Cet exemple donne une méthode générale pour trouver la résistance équivalente d'un nombre de portions d'un circuit aussi élevé que l'on veut.

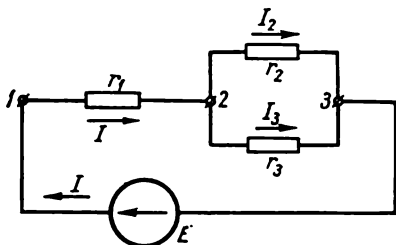


Fig. 4-11. Montage mixte des résistances dans un circuit à courant continu

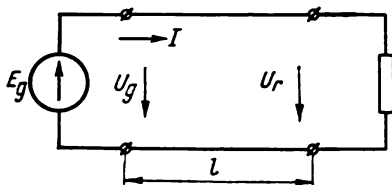


Fig. 4-12. Schéma d'une ligne de transport d'énergie électrique à courant continu

On trouve d'abord les résistances équivalentes des branches parallèles, puis la résistance équivalente du circuit est trouvée comme étant la somme des résistances équivalentes préalablement trouvées et des autres résistances séparées montées en série.

Calcul des circuits simples. Soit un circuit électrique simple, qui se compose d'une source d'énergie, d'une ligne de transport d'énergie de longueur L et d'un récepteur d'énergie dont la résistance est r_r (fig. 4-12).

La tension au départ de la ligne U_g est inférieure à la F.E.M. du générateur E_g de la valeur de la chute de tension sur la résistance interne $I r_g$, tandis que la tension aux bornes du récepteur U_r est inférieure à U_g de la valeur de la chute de tension dans la ligne.

La diminution de la tension est appelée variation ou *perte* de tension et pour les circuits à courant continu elle est égale à la chute de tension. En pratique, on calcule d'ordinaire les écarts de la tension par rapport à la valeur nominale lorsque la charge varie. Les normes en vigueur limitent la diminution de la tension pour des appareils d'éclairage à 2,5-5 %, car lorsque la tension diminue, le flux lumineux des appareils d'éclairage décroît sensiblement. L'accroissement de la tension est limité à 5 %, car une augmentation de la tension au-dessus de la valeur nominale entraîne une réduction sensible de la durée de vie des lampes à incandescence. Les écarts de tension importants par rapport à la valeur nominale sont également inadmissibles pour les moteurs, car alors les moteurs fonctionnent d'une façon anormale et peuvent être mis hors service. C'est pourquoi pour les moteurs on tolère des écarts de tension ne dépassant pas $\pm 5\%$ de la valeur nominale.

La calcul d'un circuit pour connaître l'écart de la tension aux charges maximale et minimale se réduit à trouver les pertes de tension en présence de ces charges. On peut également envisager un problème inverse, qui consiste à trouver les pertes et les écarts de tension d'une ligne, les sections des conducteurs et les valeurs de la charge étant données.

Le problème suivant, qui survient au cours des calculs d'un circuit, est le choix ou la vérification de la section des conducteurs d'une ligne en partant de la condition que les conducteurs ne doivent pas s'échauffer lorsqu'ils sont parcourus par le courant. On peut également envisager un problème inverse : vérifier si les conducteurs existants de section déterminée ne s'échauffent pas.

Au cours des calculs des réseaux de transport d'énergie électrique il existe un problème d'échauffement momentané des conducteurs au cas d'un court-circuit dans l'intervalle de temps entre le moment où survient le court-circuit et celui du débranchement du circuit.

Suivant la loi d'Ohm, la perte de tension dans la ligne (fig. 4-12) s'exprime par

$$\Delta U = Ir = I\rho \frac{l}{s}, \quad (4-20)$$

où $l = 2L$ est la longueur des deux conducteurs de la ligne, m; s l'aire de la section droite des conducteurs, mm^2 ; ρ la résistivité du matériau des conducteurs, $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$.

La perte de tension rapportée à la tension au départ de la ligne en p. cent :

$$\varepsilon = \frac{\Delta U}{U_g} \cdot 100 = \frac{I}{U_g} \rho \frac{l}{s} \cdot 100, \%. \quad (4-21)$$

La tension aux bornes du récepteur

$$U_r = U_g - \Delta U. \quad (4-22)$$

La perte de puissance dans la ligne

$$\Delta P = \Delta UI = I^2 r. \quad (4-23)$$



Le rendement d'une ligne est égal au rapport de la puissance P_r arrivant au récepteur à la puissance P_g fournie sur la ligne :

$$\eta = \frac{P_r}{P_g} \cdot 100 = \frac{P_g - \Delta P}{P_g} \cdot 100 = \frac{U_g I - \Delta U I}{U_g I} \cdot 100 = 100 - \varepsilon. \quad (4-24)$$

On obtient à partir de l'expression (4-21) :

$$\varepsilon = \frac{I}{U_g} \rho \frac{l}{s} \cdot 100 = \frac{P_g}{U_g^2} \rho \frac{l}{s} \cdot 100, \%,$$

P_g étant la puissance de la source d'énergie.

Par conséquent, lors de la transmission d'une puissance donnée la perte de tension est en raison inverse du carré de la tension.

A mesure que la longueur de la ligne augmente, pour une certaine puissance à transmettre et des pertes assignées, et afin que la section des conducteurs soit acceptable, il faut augmenter la tension. C'est pourquoi la transmission des fortes puissances à de grandes distances se fait au moyen de lignes haute tension.

Le courant circulant dans les conducteurs détermine les pertes d'énergie et de puissance dans ceux-ci. Une partie de cette puissance au cours de l'échauffement contribue à l'accroissement de la température des conducteurs, tandis qu'une autre partie est dissipée dans le milieu ambiant.

Quand la température des conducteurs cesse d'augmenter, un certain écart par rapport à la température ambiante s'établit, et toute l'énergie des pertes est dissipée. On peut considérer que l'écart de température des conducteurs par rapport au milieu ambiant est à peu près proportionnel aux pertes de puissance dans ces derniers. Pour divers conducteurs les coefficients de proportionnalité des pertes seront différents. En électrotechnique les températures admissibles sont limitées du fait qu'un échauffement exagéré réduit la durée de vie de l'isolement des conducteurs et quand la température devient assez élevée, l'isolement est carbonisé et les conducteurs mis à nu sont rapidement oxydés.

Pour vérifier l'échauffement des conducteurs on n'effectue pas de calculs, suffisamment compliqués par ailleurs, on utilise d'ordinaire à cette fin des tables indiquant les courants admissibles pour différentes sections de conducteurs et d'âmes de câbles.

Les intensités admissibles pour les conducteurs sont indiquées dans les mémentos. Les intensités de courant admissibles pour les fils de cuivre nus à une température de l'air ambiant $t_{amb} = 20^\circ \text{C}$ sont données ci-dessous à titre d'exemple :

Section du conducteur, mm ²	4	6	10	16	25	35	50	70	95
Intensité admissible, A	40	63	91	125	171	222	280	353	425

Lorsqu'on calcule un circuit, on détermine en premier lieu la section des conducteurs en s'assurant la perte de tension, en arrondissant le résultat jusqu'à la plus grande section normalisée. Puis

on vérifie les conducteurs de section obtenue au point de vue de l'échauffement admissible. Pour les lignes très courtes des réseaux d'éclairage ou pour les canalisations à l'intérieur des ateliers souvent on se borne à vérifier les conducteurs au point de vue des intensités admissibles, vu que les pertes de tension dans ceux-ci ne sont pas très importantes.

Nous avons donné au par. 4-3 une détermination concise du régime du court-circuit. Au cours d'un court-circuit le courant, au lieu de circuler à travers des récepteurs possédant une résistance importante, passe par les conducteurs à l'endroit d'un contact accidentel entre eux. Il en résulte une surintensité du courant. Un court-circuit peut être causé par une mise en contact fortuite des conducteurs nus lorsqu'ils se balancent, par le percement électrique de l'isolement séparant des conducteurs, par un endommagement mécanique de l'isolement, etc.

En cas de court-circuit, la portion défectueuse du réseau doit être éliminée automatiquement. Pendant l'intervalle de temps, qui

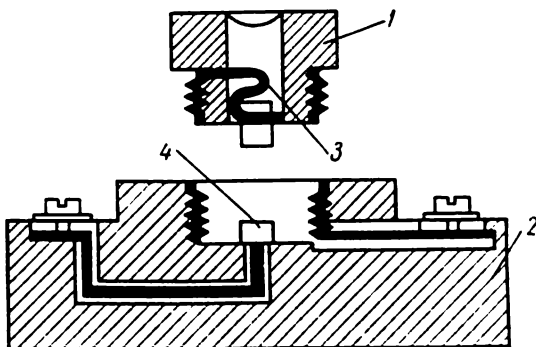


Fig. 4-13. Coupe-circuit à bouchon

s'écoule entre le début du court-circuit et le moment du débranchement du tronçon qui est le siège du court-circuit, l'isolement et les conducteurs du tronçon du réseau parcouru par le courant de court-circuit ne doivent pas être endommagés.

En pratique on peut ne pas prendre en considération la quantité de chaleur dissipée dans l'environnement au cours du temps très court qu'exige la coupure du courant de court-circuit. C'est souvent ainsi que l'on détermine la durée de coupure admissible pour que les conducteurs ne s'échauffent pas au-delà de la limite admissible pour un court intervalle de temps et pour éviter l'endommagement du tronçon du réseau et les incendies dans les locaux, etc.

Dans les circuits puissants le déclenchement en cas de court-circuit est réalisé par des disjoncteurs qui peuvent être les disjoncteurs dans l'huile, les disjoncteurs à air ou les disjoncteurs automatiques

basse tension. Dans les réseaux d'éclairage et de puissance à basse tension la protection contre les courts-circuits est constituée par des fusibles. Les coupe-circuit pour faibles intensités peuvent être à bouchon (fig. 4-13), à lame, à cartouche; dans ces derniers le fusible

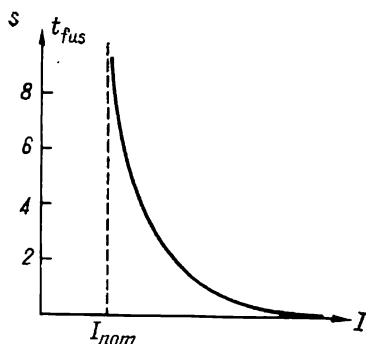


Fig. 4-14. Courbe de la dépendance du temps de fusion d'un fusible vis-à-vis de l'intensité du courant

est placé dans une cartouche, etc. Dans les coupe-circuit à bouchon (fig. 4-13) le fil fusible (ou plus simplement le fusible) est placé dans un bouchon 1, vissé dans un boîtier 2. Le fil 3 est soudé par un bout au filetage du bouchon en porcelaine 1, tandis que son autre bout est soudé à un contact se trouvant dans le bouchon. Le contact du bouchon, quand il est vissé à fond, vient s'appuyer contre la vis de contact 4 qui se trouve dans le boîtier. Les coupe-circuit à bouchon sont utilisés pour les intensités ne dépassant pas 60 A et les basses tensions. La fig. 4-14

représente le temps de fusion d'un fusible en fonction de l'intensité du courant. Ce temps diminue lorsque le courant augmente. Lorsque le fusible est parcouru par un courant ne dépassant pas la valeur nominale indiquée sur le coupe-circuit pour lequel il est prévu, le fusible ne fond pas durant un temps indéfini, si par contre, $I > I_{nom}$, le fusible fond, et plus le courant est élevé plus le temps de fusion est court, en cas de fortes surintensités le fusible fond en quelques fractions de seconde.

Le courant nominal des fusibles doit être choisi compte tenu du caractère de la charge du circuit, par exemple, dans le cas d'un moteur, on doit prendre en considération que le courant de démarrage dépasse de plusieurs fois le courant nominal. C'est pourquoi les coupe-circuit ne sont utilisés que dans les réseaux d'éclairage où il n'y a pas de pics de courant. En général les coupe-circuit n'assurent que la protection contre les courts-circuits.

Dans les installations domestiques ils sont souvent remplacés par des disjoncteurs actionnés par des bilames et incorporés dans les bouchons.

Dans un circuit électrique raccordant une source d'énergie aux consommateurs la section des conducteurs de la ligne alimentant un groupe de consommateurs doit être supérieure à la section des conducteurs des lignes alimentant chacun des consommateurs (fig. 4-15). Dans l'armoire de distribution à partir de laquelle sont alimentés les récepteurs (par exemple, les appareils d'éclairage de divers appartements), on installe des coupe-circuit prévus pour les courants des divers récepteurs, tandis qu'à l'entrée de la ligne d'alimentation le coupe-circuit est calculé pour le courant total du groupe

de récepteurs. Selon les normes en vigueur concernant l'exploitation des réseaux électriques des coupe-circuit doivent être prévus chaque fois qu'on passe d'une section plus forte des conducteurs à une section plus faible.

Les divers éléments des circuits électriques sont calculés d'une autre manière. Le calcul des rhéostats bobinés et des résistances a pour but de déterminer la section et la longueur du fil assurant la

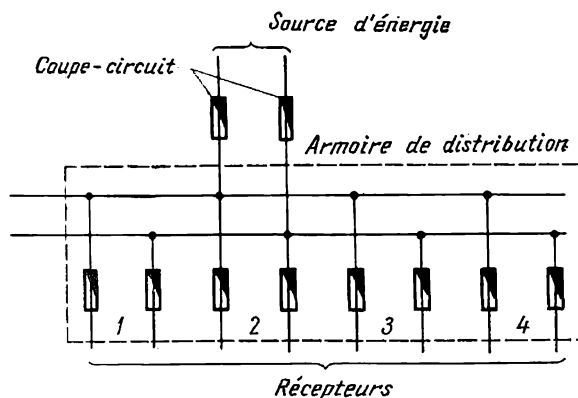


Fig. 4-15. Schéma d'une armoire de distribution à courant continu

résistance nécessaire et supportant le courant assigné avec un échauffement admissible. Les températures admissibles d'échauffement des résistances réalisées en fil nu peuvent atteindre plusieurs centaines de degrés. Dans les installations radiotechniques et les schémas de contrôle les courants sont d'ordinaire faibles, et l'on choisit la section minimale d'un conducteur en se basant sur des considérations de résistance mécanique.

4-5. Méthodes de calcul des circuits complexes

Dans une série de cas les réseaux d'alimentation, les circuits des systèmes d'automation, les circuits des dispositifs électroniques et les autres circuits ont une configuration compliquée. C'est pourquoi, pour résoudre les problèmes exposés au paragraphe précédent, il faut déterminer les courants des diverses branches d'un circuit.

Le problème le plus difficile à résoudre est le calcul de la répartition des courants dans les branches des circuits complexes. Les méthodes de calcul des circuits linéaires complexes exposées dans le présent paragraphe sont également utilisées pour calculer les circuits linéaires complexes à courant alternatif.

Méthode générale d'application des lois de Kirchhoff. La méthode consiste à écrire les équations suivant les première et deuxième lois de Kirchhoff pour les nœuds et les mailles d'un circuit électrique; la résolution de ces équations permet de déterminer les

courants des branches recherchés. Le nombre total d'équations que l'on peut écrire en appliquant la première loi de Kirchhoff est égal au nombre de nœuds moins un ; les autres équations sont écrites en appliquant la deuxième loi de Kirchhoff. Le nombre total d'équations doit être égal au nombre d'inconnues, c'est-à-dire au nombre de branches du circuit.

Soit le circuit complexe représenté sur la fig. 4-16. Imposons-nous les F.E.M. E_1 , E_2 et E_3 , ainsi que les résistances internes des sources de F.E.M. r_{i1} , r_{i2} et r_{i3} , et les résistances des branches r_1 , r_2 et r_3 .

Soit à déterminer les courants I_1 , I_2 et I_3 dans les trois branches du circuit. Fixons arbitrairement les sens des courants dans les

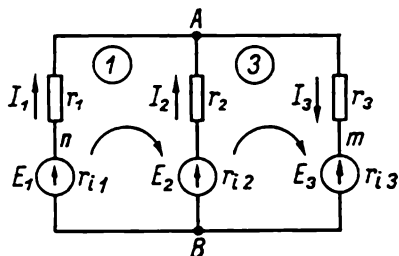


Fig. 4-16. Schéma d'un circuit pour le calcul selon la méthode de résolution des équations composées d'après les lois de Kirchhoff

branches. Si les sens attribués aux courants s'avèrent contraires aux sens réels nous obtiendrons après la résolution des équations les valeurs de ces courants avec un signe négatif. Ceci est un indice que les courants correspondants circulent en sens inverse.

Le circuit comporte deux nœuds A et B . Suivant la première loi de Kirchhoff on peut écrire une seule équation, car les équations pour les nœuds A et B sont identiques :

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0.$$

Pour déterminer les trois courants inconnus, il faut écrire encore les équations qu'on obtient en appliquant la deuxième loi de Kirchhoff. Ces deux équations doivent être écrites pour les mailles 1 et 3 (voir fig. 4-16). On pourrait croire qu'il est possible d'écrire une troisième équation pour la maille $AmBnA$, mais cette troisième équation découle des deux premières, c'est-à-dire que pour ce circuit on ne peut écrire que deux équations linéaires réciproquement indépendantes.

En choisissant le sens positif de parcours de ces mailles, nous écrivons les équations suivantes :

$$I_1 (r_1 + r_{i1}) - I_2 (r_2 + r_{i2}) = E_1 - E_2 ;$$

$$I_2 (r_2 + r_{i2}) + I_3 (r_3 + r_{i3}) = E_2 - E_3.$$

La solution du système d'équations donne I_1 , I_2 et I_3 , par exemple :

$$I_1 = \frac{(E_1 - E_2)(r_2 + r_{12} + r_3 + r_{13}) + (E_2 - E_3)(r_2 + r_{12})}{(r_1 + r_{11})(r_2 + r_{12}) + (r_2 + r_{12})(r_3 + r_{13}) + (r_3 + r_{13})(r_1 + r_{11})}. \quad (4-25)$$

Méthode des mailles indépendantes. La méthode générale d'application des lois de Kirchhoff demande un travail important. Pour un circuit comportant par exemple seize branches, il faut trouver la solution d'un système de seize équations.

La méthode des mailles indépendantes permet de simplifier le calcul, car elle permet de réduire le nombre d'équations.

Elle consiste à appliquer implicitement la deuxième loi de Kirchhoff en choisissant à cet effet le nombre de mailles nécessaires.

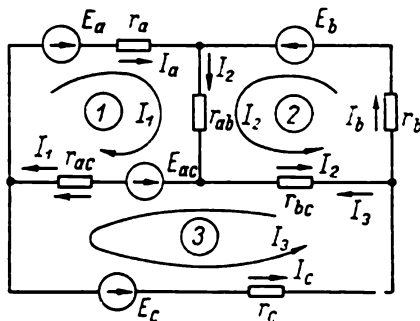


Fig. 4-17. Schéma d'un circuit pour le calcul selon la méthode des mailles indépendantes

On suppose l'existence dans chaque maille d'un courant de maille indépendant auquel on attribue un sens positif arbitraire désigné par une flèche. Soit, par exemple à déterminer les courants dans les six branches du circuit complexe représenté sur la fig. 4-17. Le nombre de nœuds du circuit étant égal à quatre, en appliquant la première loi de Kirchhoff, on devrait écrire trois équations. Sans écrire ces trois équations on écrit directement les trois équations qui découlent de la deuxième loi de Kirchhoff. On choisit trois mailles en désignant respectivement les courants de maille par I_1 , I_2 et I_3 , en leur attribuant un sens arbitraire.

On écrit l'équation de la première maille en la parcourant dans le sens de son propre courant de maille et en tenant compte des chutes de tension provoquées par des courants de maille, qui parcourent une même résistance commune à deux mailles. Le courant I_1 donne une chute de tension globale égale à $I_1(r_a + r_{ab} + r_{ac})$. La résistance r_{ab} est parcourue par le courant I_2 dans le sens de parcours de la maille, qui crée une chute de tension $r_{ab}I_2$. Enfin la résistance r_{ac} est parcourue par le courant I_3 également dans le sens de parcours de la maille. La chute de tension due à ce courant est

La résolution de ce système d'équations donne selon les règles d'algèbre connues pour l'un quelconque des courants :

$$I_k = \frac{\Delta_{1k}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{2k}}{\Delta} E_2 + \dots + \frac{\Delta_{nk}}{\Delta} E_n, \quad (4-27)$$

Δ étant le déterminant principal formé par tous les coefficients des inconnues et Δ_{mk} le complément algébrique que l'on obtient en barrant dans le déterminant principal la ligne m et la colonne k et en multipliant le déterminant obtenu par $(-1)^{m+k}$.

Le courant réel circulant à travers une résistance quelconque est égal à la somme algébrique des courants de maille. On affecte du signe plus tout courant de maille dont le sens dans la résistance donné est celui qui est adopté pour le courant réel. Par exemple, pour le schéma de la fig. 4-17 on a : $I_a = I_1$; $I_{ab} = I_1 + I_2$, etc.

Principe de superposition. L'expression du courant de maille I_k (4-27) a pour corollaire que le courant d'une maille quelconque

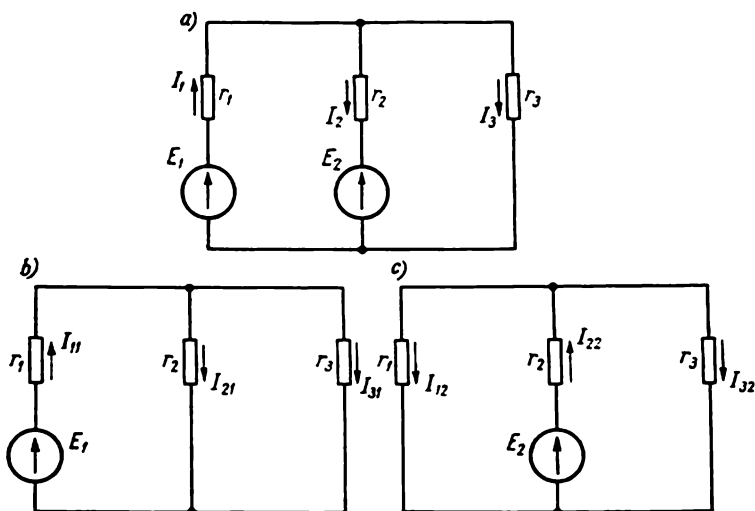


Fig. 4-18. Schéma d'un circuit pour le calcul selon le principe de superposition : a, schéma du circuit ; b, répartition des courants dans les branches lors de l'action de la F.E.M. E_1 ; c, répartition des courants dans les branches lors de l'action de la F.E.M. E_2

peut être considéré comme étant la somme des courants engendrés séparément par chacune des F.E.M. Il est évident que ceci se rapporte à n'importe quelle branche d'un réseau électrique linéaire.

Lorsque le calcul est effectué moyennant le principe de superposition, le courant dans une branche quelconque du circuit est trouvé comme la somme des courants que donneraient dans cette branche chacune des F.E.M. séparément, en supposant que toutes les autres F.E.M. sont nulles.

Voyons à titre d'exemple l'application du principe de superposition au calcul du circuit de la fig. 4-18, *a*. Déterminons les courants dans les branches du circuit, en supposant présente seule la F.E.M. E_1 et $E_2 = 0$ (fig. 4-18, *b*). Les courants dans les branches s'expriment par :

$$I_{11} = \frac{E_1}{r_1 + r_2 r_3 / (r_2 + r_3)}; \quad I_{21} = \frac{r_3}{r_2 + r_3} I_{11} = \frac{r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_1;$$

$$I_{31} = \frac{r_2}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_1.$$

Lorsque seule la F.E.M. E_2 est présente (fig. 4-18, *c*), les courants dans les branches du circuit s'expriment par :

$$I_{22} = \frac{E_2}{r_2 + r_1 r_3 / (r_1 + r_3)}; \quad I_{12} = \frac{r_3}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_2;$$

$$I_{32} = \frac{r_1}{r_1 r_2 + r_2 r_3 + r_1 r_3} E_2.$$

On trouve les courants dans les branches en prenant la somme algébrique des courants provoqués par chacune des F.E.M. séparément, par exemple, $I_1 = I_{11} - I_{12}$. Dans ce cas le courant I_{12} est soustrait du courant I_{11} parce que le sens du courant I_{12} est opposé à celui du courant I_{11} , considéré comme positif.

L'application du principe de superposition pour les calculs est peu économique. Mais, par ailleurs, dans une série de cas son application permet de résoudre rapidement le problème de la détermination du courant dans une branche, d'étudier l'influence de la modification de l'une des F.E.M. sur la variation des courants dans les branches et d'autres problèmes.

Méthode de transfiguration. La méthode de transfiguration consiste à ramener un circuit complexe à un circuit plus simple au moyen d'une série de transformations.

Au cours de ces transformations on remplace les mailles d'un réseau par les résistances équivalentes en cas de couplages en série et en parallèle.

Voyons à titre d'exemple un circuit relativement simple (fig. 4-19, *a*). Par une série de transformations très simples (fig. 4-19, *b* et *c*) on ramène le circuit à un circuit plus simple (fig. 4-19, *d*).

Après la détermination de la résistance équivalente on trouve le courant I dans le circuit. D'ordinaire, il faut trouver également les courants dans les branches du circuit. A cette fin on développe le schéma simplifié (fig. 4-19, *d*) pour revenir au schéma de départ (fig. 4-19, *a*) en trouvant ensuite selon la méthode habituelle la répartition des courants entre les branches.

Une autre méthode très importante est la transformation d'un couplage en étoile en couplage en triangle et la transformation inverse.

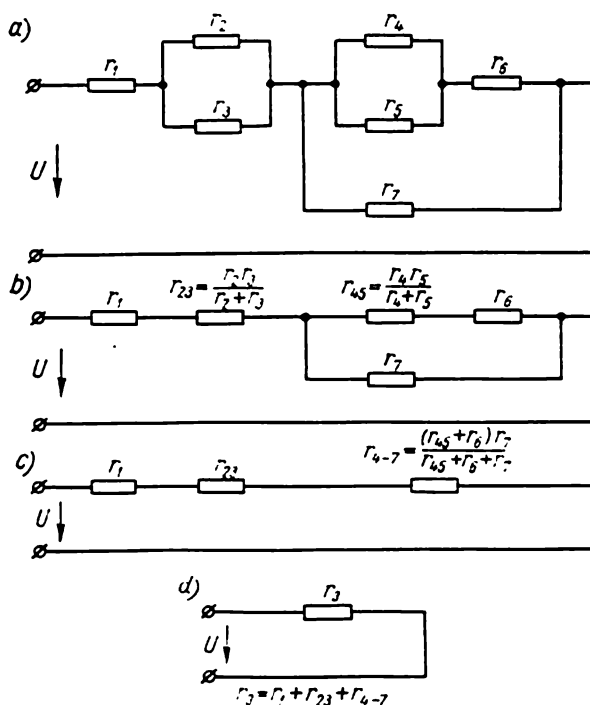


Fig. 4-19. Schéma d'un circuit pour le calcul selon la méthode de transfiguration: a, schéma du circuit; b, première transformation du circuit, c, seconde transformation du circuit; d, circuit à résistance équivalente

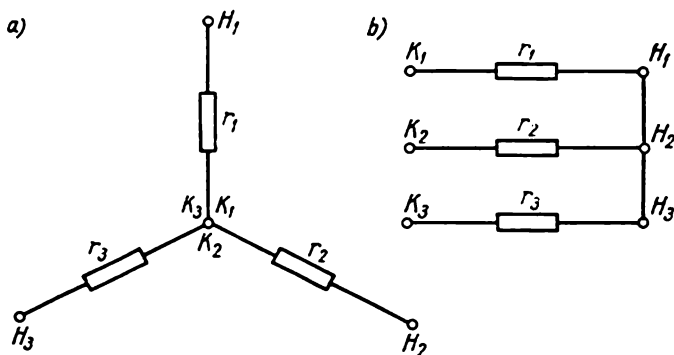


Fig. 4-20. Couplage des résistances en étoile: a, disposition des résistances le long des branches de l'étoile; b, disposition parallèle des résistances

Un couplage en étoile est obtenu en reliant les entrées H ou les sorties K des enroulements au même point. La fig. 4-20, *a* représente une étoile à trois branches constituée par des résistances. Les résistances peuvent être disposées d'une façon arbitraire sur le plan du dessin, comme représenté, par exemple, sur la fig. 4-20, *b*.

Si la sortie de chaque résistance est raccordée à l'entrée de la résistance suivante et si la sortie de la dernière résistance est reliée

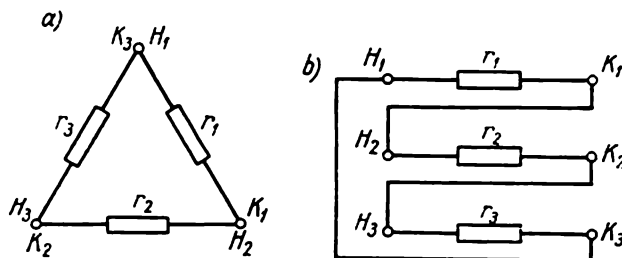


Fig. 4-21. Couplage des résistances en triangle: *a*, disposition des résistances le long des côtés d'un triangle; *b*, disposition parallèle des résistances

à l'entrée de la première, on obtient un couplage en triangle. Les résistances couplées peuvent se suivre dans un ordre quelconque. D'ordinaire, lorsqu'on représente trois résistances accouplées en triangle, on les dispose sur le dessin suivant les côtés d'un triangle équilatéral (fig. 4-21, *a*). Les résistances peuvent également être disposées d'une façon arbitraire, comme représenté sur la fig. 4-21, *b*, le mode de couplage étant primordial.

Dans certains cas, pour simplifier le circuit, on effectue une transfiguration d'un couplage en étoile en couplage équivalent en triangle ou inversement.

Théorème de Kennely. Supposons qu'un réseau comporte un groupe de résistances r_{12} , r_{23} et r_{31} couplées en triangle et raccordées aux points 1, 2 et 3 du circuit externe (fig. 4-22, *a*). Soit à remplacer ce triangle réel par un couplage équivalent en étoile. A cette fin il faut déterminer la valeur des résistances r_1 , r_2 et r_3 (fig. 4-22, *b*) composant l'étoile. Pour que l'on puisse remplacer le triangle par une étoile il faut que les conductances entre les deux points 1 et 2, 2 et 3, 3 et 1 du circuit externe soient identiques. Par exemple, la conductance entre les points 1 et 2 en cas d'un couplage en étoile est la valeur inverse de la somme des résistances entre ces points $1/(r_1 + r_2)$, tandis que la conductance en cas d'un couplage en triangle est égale à la somme des conductances de deux branches parallèles (1-2 et 1-3-2):

$$\frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{23} + r_{31}}.$$

En égalant ces conductances, on obtient

$$\frac{1}{r_1 + r_2} = \frac{1}{r_{12}} + \frac{1}{r_{23} + r_{31}}.$$

En transformant ces trois équations des conductances en trois équations exprimant les résistances, on obtient :

$$r_1 + r_2 = \frac{r_{12}r_{31} + r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_2 + r_3 = \frac{r_{23}r_{12} + r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_3 + r_1 = \frac{r_{31}r_{12} + r_{31}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}.$$

La résolution de ce système d'équations donne :

$$r_1 = \frac{r_{12}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_2 = \frac{r_{12}r_{23}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}; \quad r_3 = \frac{r_{23}r_{31}}{r_{12} + r_{23} + r_{31}}. \quad (4-28)$$

La résolution du même système d'équations par rapport à r_{12} , r_{23} et r_{31} détermine la possibilité de remplacer dans le circuit le

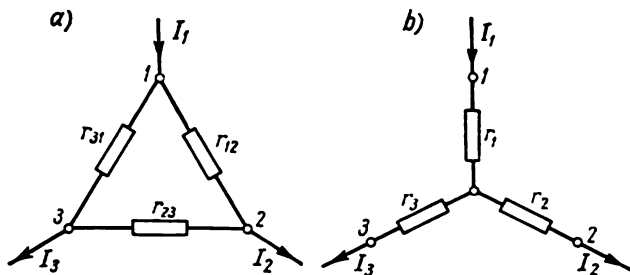


Fig. 4-22. Schéma pour la transformation d'un couplage en triangle en couplage en étoile: a, schéma de couplage en triangle; b, schéma équivalent de couplage en étoile

couplage en étoile des résistances r_1 , r_2 et r_3 par un couplage en triangle des résistances r_{12} , r_{23} et r_{31} , que l'on trouve facilement à partir des équations précédentes et qui sont égales à :

$$r_{12} = r_1 + r_2 + r_1 r_2 / r_3; \quad r_{23} = r_2 + r_3 + r_2 r_3 / r_1; \quad r_{31} = r_3 + r_1 + r_3 r_1 / r_2. \quad (4-29)$$

Souvent l'application des transfigurations indiquées permet de calculer directement un réseau complexe. Par exemple, en appli-

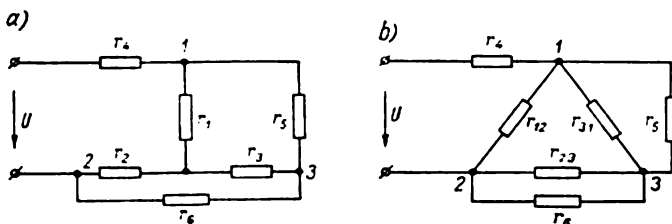


Fig. 4-23. Exemple d'application de la transformation d'un couplage en étoile en couplage en triangle: a, schéma d'un circuit compliqué; b, schéma du circuit après sa transformation

quant le théorème de Kennelly au réseau représenté sur la fig. 4-23, a, on obtient le réseau de la fig. 4-23, b, qui est une combinaison de

couplages de résistances en série et en parallèle. Ce dernier est aisément transformé en circuit encore plus simple, comme indiqué plus haut (voir la fig. 4-19).

Voyons, à titre d'exemple, la détermination des courants dans les branches d'une étoile. Si au cours du calcul l'étoile est transformée en triangle équivalent et si l'on détermine après le calcul du circuit les courants I_1 , I_2 et I_3 qui vont vers les nœuds 1, 2 et 3 (fig. 4-22, a), on obtient les courants des branches de l'étoile. De façon analogue on détermine les courants qui traversent les branches d'un triangle.

Au cours du calcul des circuits peuvent se présenter des montages beaucoup plus compliqués : quadrilatère, étoile à cinq branches, etc. Il convient de remarquer qu'en général la transfiguration des montages aussi complexes devient impossible.

Méthode des nœuds. La méthode des nœuds consiste à déterminer les tensions entre les nœuds d'un réseau complexe en résolvant des

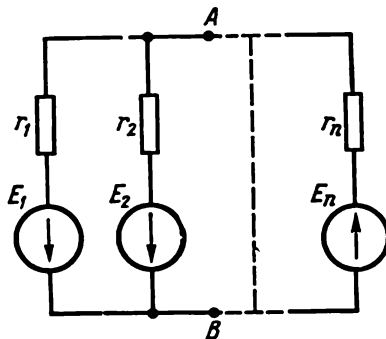


Fig. 4-24. Schéma d'un circuit pour le calcul selon la méthode des nœuds

équations écrites d'après la première loi de Kirchhoff, dans lesquelles les inconnues sont les tensions entre les nœuds du réseau.

De même que la méthode des courants de maille, cette méthode permet de calculer d'une façon assez simple les circuits complexes, car le nombre d'équations à résoudre pour calculer le circuit est relativement faible.

Voyons l'application de cette méthode pour un cas très simple : celui d'un circuit à deux nœuds (fig. 4-24). S'il y a n branches rejoignant les nœuds A et B, pour déterminer les courants dans les branches selon la méthode des courants de maille, il faut écrire $n - 1$ équations. L'application de la méthode des nœuds permet de se borner à une seule équation pour déterminer la tension U_{AB} entre les nœuds A et B.

Nous allons considérer comme positives les F.E.M. agissant en direction du nœud A vers le nœud B et trouver la tension U_{AB} agissant entre les points A et B. En cheminant le long du contour k , qui comporte la F.E.M. E_k , dans le sens opposé à cette F.E.M., puis

du point A au point B , la somme des F.E.M. agissant dans ce contour est égale à $U_{AB} - E_k$.

Si la F.E.M. est positive, le courant de la branche k

$$I_k = \frac{U_{AB} - E_k}{r_k} = (U_{AB} - E_k) g_k.$$

La somme des courants des n branches dans les nœuds A et B est nulle, c'est pourquoi

$$\sum_{k=1}^n I_k = \sum_{k=1}^n (U_{AB} - E_k) g_k = 0.$$

Cette égalité permet de trouver la tension

$$U_{AB} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k g_k}{\sum_{k=1}^n g_k} = \frac{E_1 g_1 + E_2 g_2 + E_3 g_3 + \dots + E_n g_n}{g_1 + g_2 + g_3 + \dots + g_n}, \quad (4-30)$$

où le produit $E_k g_k$ est pris positif si la F.E.M. agit du nœud A vers le nœud B et négatif si elle est de sens opposé. Après avoir trouvé la tension U_{AB} on détermine à l'aide de l'expression donnée plus haut les courants des branches.

Pour un circuit à trois nœuds on peut écrire deux équations pour déterminer les tensions entre l'un des nœuds, que l'on considère initial, et les deux autres nœuds.

L'application de cette méthode est efficace si dans un réseau maillé il y a un nombre important de branches entre une faible quantité de nœuds.

Théorème de Thévenin. (Méthode du générateur équivalent). Cette méthode permet dans une série de cas de déterminer d'une

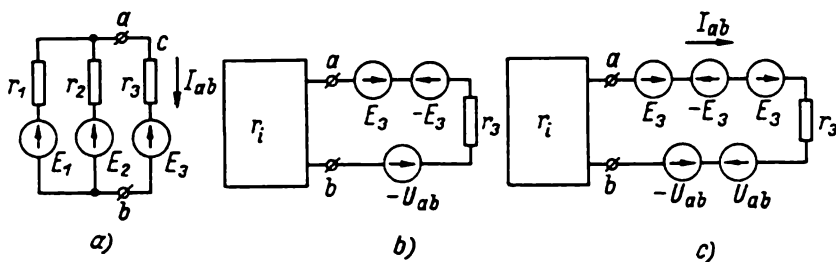


Fig. 4-25. Schéma d'un circuit pour le calcul en appliquant la méthode du générateur équivalent: a , schéma du circuit; b , schéma après l'introduction des F. E. M. de compensation; c , schéma avec des F.E.M. supplémentaires agissant dans le circuit

façon relativement simple le courant dans une des branches d'un réseau complexe, d'étudier les caractéristiques d'une branche en cas de modification de sa résistance et des F.E.M. agissant dans cette branche, ainsi que d'autres variations dans le circuit.

Soit à déterminer le courant dans la branche acb du montage représenté sur la fig. 4-25, a . On peut considérer la partie gauche du schéma par rapport à la branche acb comme un générateur équivalent, un dipôle actif, c'est-à-dire un dipôle comportant une source de F.E.M.

Insérons dans la branche acb (fig. 4-25, b) la F.E.M. $-E_3$ et $-U_{ab}$, la première compense la F.E.M. E_3 , tandis que la seconde composante doit compenser la tension U_{ab} , qui apparaît aux bornes ab en l'absence du courant dans la branche acb et lorsque $E_3 = 0$. Après cette compensation de la F.E.M. E_3 et de U_{ab} le courant parcourant la branche devient nul. La tension U_{ab} est supérieure à la tension sous laquelle se trouve le circuit lorsque la branche est fermée et $E_3 = 0$. Dans le cas examiné (fig. 4-25) on a :

$$U_{ab} = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} r_2 + E_2 = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 + r_2},$$

si $E_1 > E_2$.

La résistance interne r_1 du générateur équivalent est donnée par le rapport entre cette tension et le courant I_{cc} de court-circuit lorsque les bornes a et b sont court-circuitées :

$$I_{cc} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} = \frac{E_1 r_2 + E_2 r_1}{r_1 r_2} \quad \text{et} \quad r_1 = \frac{U_{ab}}{I_{cc}} = \frac{r_1 r_2}{r_1 + r_2}.$$

Introduisons maintenant dans la branche acb la F.E.M. E_3 et la tension U_{ab} (fig. 4-25, c). Revenons alors au montage initial de la fig. 4-25, a , car E_3 et $-E_3$, U_{ab} et $-U_{ab}$ se compensent réciproquement. Mais, en introduisant $-E_3$ et $-U_{ab}$, le courant I_{ab} devient nul, par conséquent, si on introduit encore E_3 et U_{ab} , apparaît le courant I_{ab} qui circule en réalité. C'est pourquoi dans ce cas on peut écrire :

$$I_{ab} = \frac{U_{ab} + E_3}{r_3 + r_1}. \quad (4-31)$$

Ceci a pour corollaire une méthode de calcul du courant dans n'importe quelle branche d'un circuit complexe. On détermine d'abord la tension aux bornes de la branche lorsqu'elle est ouverte ($I_{ab} = 0$) et la résistance interne du dipôle actif r_1 . Le courant de la branche est égal à la somme de la tension U_{ab} et de la F.E.M. agissant dans la branche, divisée par la somme des résistances de la branche et de la résistance interne du générateur équivalent.

On peut d'autre part déterminer le courant d'une branche en mesurant la tension de marche à vide lors de la coupure de la branche ab et du courant de court-circuit en court-circuitant les bornes a et b .

4-6. Notions sur le calcul des circuits non linéaires à courant continu

Dans la technique moderne on utilise largement des éléments dont la résistance dépend de l'intensité du courant. Ces éléments à résistance non linéaire sont utilisés pour des montages d'automation,

de réglage du courant et de la tension, pour des montages de mesure et dans beaucoup d'autres cas.

Voyons certains exemples de caractéristiques d'éléments non linéaires. Les redresseurs à semi-conducteur (au sélénium, cuivre-oxyde de cuivre, au germanium et au silicium) possèdent une conductibilité unidirectionnelle, leur résistance dans le sens conducteur est considérablement inférieure à la résistance en sens inverse.

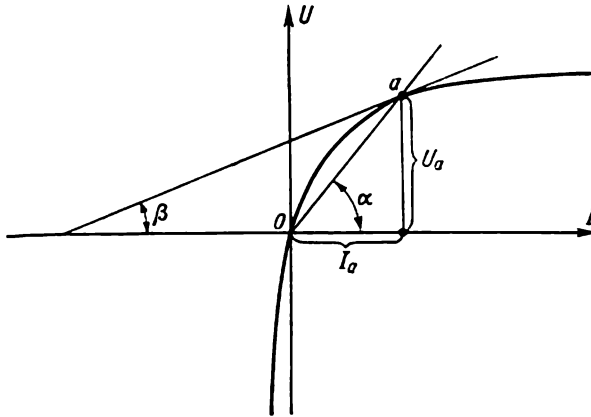


Fig. 4-26. Caractéristique tension-courant d'un redresseur à semi-conducteur

La caractéristique d'un redresseur à semi-conducteur est représentée sur la fig. 4-26. Lorsque le courant accroît, la chute de tension aux bornes d'un redresseur dans le sens direct croît de moins en moins. Si la tension est appliquée en sens inverse, le courant est relativement faible.

A mesure que la tension entre des électrodes se trouvant dans un gaz augmente, le courant qui s'établit entre les électrodes atteint rapidement une valeur de saturation correspondant au tronçon Oa (fig. 4-27). Lorsque la tension augmente davantage, l'intervalle entre les électrodes est percé et un arc électrique apparaît. Après l'apparition d'un arc électrique la tension entre les électrodes diminue à mesure que le courant accroît : tronçon bc .

La résistance des éléments non linéaires dépend de l'intensité du courant. Déterminons la résistance au point a de la caractéristique (4-26) en trouvant le rapport de la tension U_a au point a au courant I_a :

$$r_{st} = U_a / I_a = k \operatorname{tg} \alpha. \quad (4-32)$$

Cette résistance est appelée résistance *statique*. Le dessin met en évidence que r_{st} est proportionnelle à la tangente de l'angle entre la sécante Oa et l'axe des abscisses.

Lorsque le courant varie dans des limites restreintes autour du point a , la résistance est donnée par le quotient de l'accroissement

de la tension par l'accroissement du courant :

$$r_d = \left(\frac{dU}{dI} \right)_{I=I_a} = k \operatorname{tg} \beta \quad (4-33)$$

Cette résistance est appelée résistance *différentielle* ou *dynamique*.

Remarquons que sur certains tronçons des caractéristiques des éléments non linéaires la résistance peut même être négative. Un exemple est donné par le tronçon *bc* de la caractéristique représentée sur la fig. 4-27.

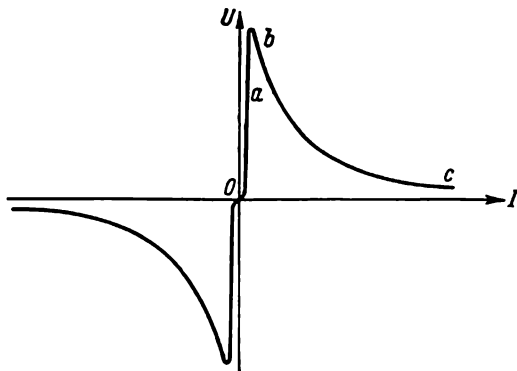


Fig. 4-27. Caractéristique tension-courant d'un arc électrique

Un circuit est appelé non linéaire s'il comporte un ou plusieurs éléments non linéaires. Pour le calcul d'un tel circuit on ne peut utiliser la loi d'Ohm et la deuxième loi de Kirchhoff dans toute la gamme de variations des courants, car la valeur de la résistance d'un élément non linéaire dépend de l'intensité du courant. Ces lois ne peuvent être appliquées que pour les calculs dans une gamme restreinte de variations des courants.

Nous allons analyser les moyens possibles de calcul d'un circuit non linéaire en se basant sur un exemple simple (fig. 4-28, *a*). Pour fixer les idées supposons que la caractéristique de l'élément non linéaire ENL est représentée sur la fig. 4-28, *b*.

La tension aux bornes du circuit est $U = Ir_1 + U_2$.

Le problème est de déterminer le courant I dans le circuit lorsque la tension U est assignée.

La tension U_2 aux bornes de l'élément non linéaire ENL est une fonction du courant (voir fig. 4-26). Cette fonction d'ordinaire n'a pas d'expression stricte et ne peut être décrite que d'une façon approximative par une formule mathématique.

Le calcul analytique d'un circuit, tel nous sommes habitués de le faire pour les circuits linéaires, consiste à résoudre par rapport au courant l'équation :

$$U = Ir + f(I). \quad (4-34)$$

Si l'expression $U_2 = f(I)$ est compliquée, la résolution de cette équation peut soulever de sérieuses difficultés, c'est pourquoi on utilise rarement une méthode de calcul analytique.

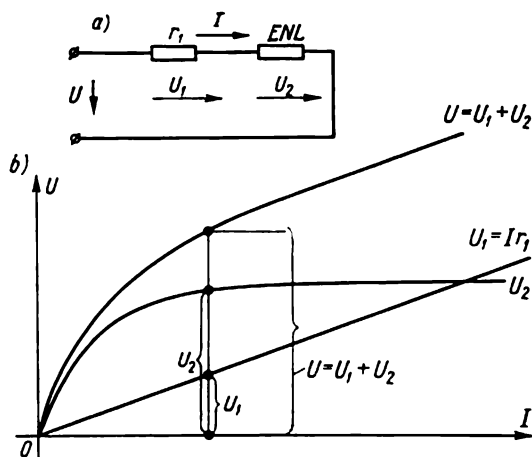


Fig. 4-28. Montage en série d'un élément non linéaire dans un circuit à courant continu: a, schéma du circuit; b, construction de la caractéristique tension-courant du circuit

Le calcul est considérablement simplifié lorsque la tension aux bornes et le courant dans le circuit (fig. 4-28, b) varient dans des limites restreintes. Dans ce cas on a pour le courant I_a au point a (fig. 4-26):

$$U_a = I_a r_1 + I_a r_{st}. \quad (4-35)$$

L'équation peut être écrite pour les accroissements ΔU et ΔI . En considérant la tension U comme la somme de la tension U_a au point a et de l'accroissement ΔU :

$$U = U_a + \Delta U,$$

et de façon analogue le courant comme la somme:

$$I = I_a + \Delta I,$$

nous obtenons:

$$U_a + \Delta U = I_a (r_1 + r_{st}) + \Delta I (r_1 + r_d).$$

Compte tenu de ce que $U_a = I_a (r_1 + r_{st})$, on obtient finalement:

$$\Delta U = \Delta I (r_1 + r_d). \quad (4-36)$$

Vu les difficultés que soulève la résolution des équations lors du calcul des circuits, quand on impose des restrictions à la gamme de variation du courant du circuit, on utilise plus souvent, à la place des méthodes analytiques, des méthodes grapho-analytiques de calcul des circuits.

Voyons l'application de ces méthodes pour le calcul des circuits. Avec un *montage en série des résistances* la tension aux bornes du circuit est égale à la somme des tensions sur les divers éléments. Pour deux résistances branchées en série (voir fig. 4-23)

$$U = U_1 + U_2$$

Si les caractéristiques des résistances $U_1 = f_1(I)$ et $U_2 = f_2(I)$ pour le courant en sens direct sont données, la caractéristique du circuit $U = f(I)$ est trouvée en ajoutant les ordonnées des caracté-

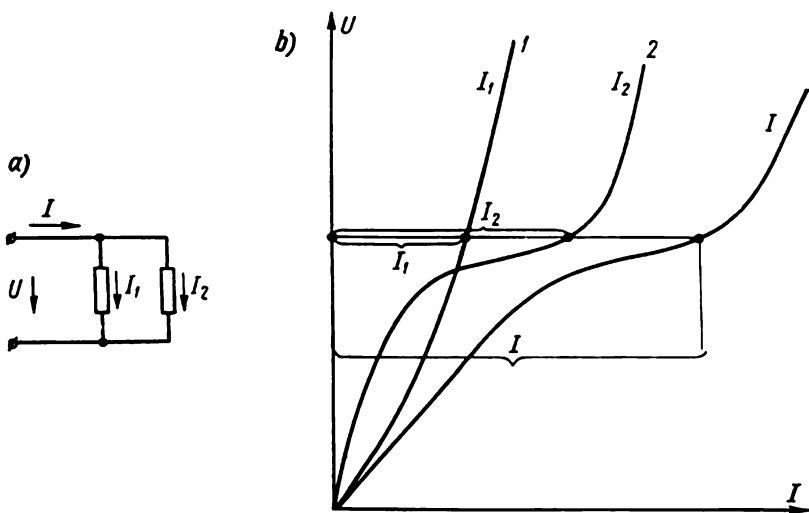


Fig. 4-29. Montage en parallèle des éléments non linéaires: a, schéma du circuit, b, construction de la caractéristique tension-courant du circuit

ristiques U_1 et U_2 (fig. 4-28, b). Remarquons que pour la résistance linéaire r_1 (fig. 4-28, a) la caractéristique $U_1 = Ir_1$ est une droite passant par l'origine des coordonnées.

A l'aide de la caractéristique $U = f(I)$ on peut déterminer les courants pour différentes tensions aux bornes du circuit.

En cas de *montage en parallèle* la somme des courants des branches parallèles est égale au courant du circuit. Lorsque les deux résistances (fig. 4-29, a) sont montées en parallèle le courant du circuit est $I = I_1 + I_2$. La tension aux bornes des deux résistances est identique et égale à U .

Si les caractéristiques des éléments $U_1 = f_1(I)$ et $U_2 = f_2(I)$ sont assignées alors pour construire la caractéristique $U = f(I)$ du circuit il faut ajouter les courants I_1 et I_2 pour chaque tension U , c'est-à-dire qu'il faut obtenir une caractéristique dont les abscisses sont égales aux sommes des abscisses des caractéristiques I_1 et I_2 (fig. 4-29, b). La caractéristique ainsi obtenue permet de calculer le circuit.

En cas d'un montage mixte des résistances, on détermine d'abord les caractéristiques des tronçons parallèles, puis on construit la caractéristique du circuit d'après les caractéristiques des tronçons montés en série.

Pour le circuit (fig. 4-30, *a*) on détermine d'abord la caractéristique du tronçon 2-3 en ajoutant les abscisses des caractéristiques 2 et 3 (fig. 4-30, *b*). Puis on détermine la caractéristique du circuit en ajoutant les ordonnées des caractéristiques des tronçons 1 et 2-3, couplés en série.

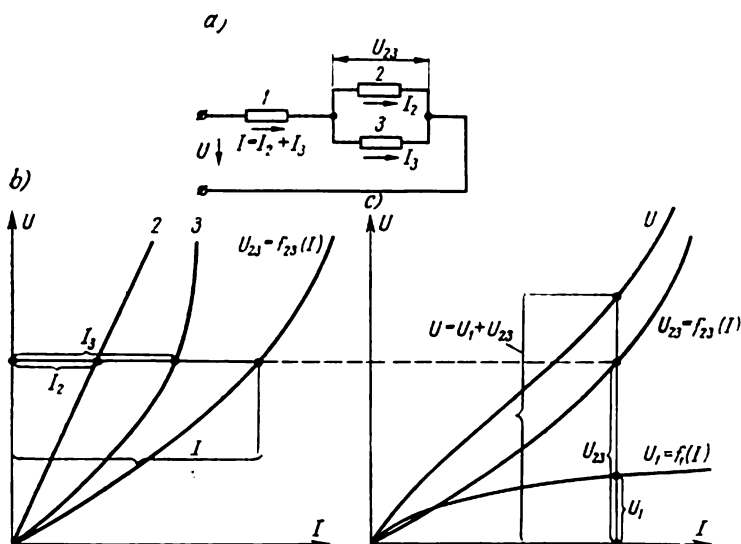


Fig. 4-30. Montage mixte d'éléments non linéaires: *a*, schéma du circuit; *b* construction de la caractéristique tension-courant du tronçon à montage parallèle; *c*, construction de la caractéristique du circuit

Les méthodes examinées pour la construction des caractéristiques des éléments des circuits permettent de résoudre le problème du calcul graphique des réseaux relativement simples se présentant sous la forme d'une combinaison de montages en parallèle et en série. Lorsqu'un circuit compliqué ne comporte qu'un seul élément non linéaire, le procédé ordinaire consiste à ramener le montage à un montage en série de l'élément non linéaire et de la résistance équivalente de la partie restante du réseau. Le calcul d'un réseau pour le cas de deux éléments non linéaires et plus devient plus compliqué.

CIRCUITS À COURANT ALTERNATIF

5-1. Notions fondamentales sur le courant alternatif sinusoïdal

Le courant alternatif est largement utilisé dans divers domaines de l'électrotechnique. Presque dans tous les cas l'énergie électrique est produite, distribuée et consommée sous forme d'énergie à courant alternatif. Ceci s'explique par le fait que le courant alternatif à haute tension est facile à transformer en courant alternatif à basse tension et inversement.

En 1876, Iablotchkov crée un appareil permettant de transformer la tension du courant alternatif qu'il appelle transformateur.

D'autre part, Iablotchkov crée une série de constructions originales de générateurs à courant alternatif et étudie leurs certaines applications.

Nous commencerons par l'étude du plus simple circuit à courant alternatif sinusoïdal. Pour que dans un circuit fermé puisse apparaître un courant alternatif, il faut que dans celui-ci agisse une F.E.M. alternative. Les circuits à courant alternatif sont alimentés par des sources qui sont dans les installations industrielles des générateurs à courant alternatif.

Voyons le phénomène de l'induction d'une F.E.M. dans une spire qu'on fait tourner dans un champ magnétique homogène, l'axe de rotation étant perpendiculaire aux lignes magnétiques (fig. 5-1). Soit une spire tournant dans le sens horaire. La spire est le siège d'une F.E.M. qui varie en fonction de la position de la spire dans le champ magnétique. Par exemple, au moment où la spire se trouve dans la position représentée sur la fig. 5-1, *b* la F.E.M. est dirigée dans le conducteur inférieur vers nous et dans le conducteur supérieur — en sens opposé.

Lorsque le conducteur tourne, les F.E.M. induites varient en grandeur et en direction. Le dessin met en évidence que lorsque la spire tourne d'un angle de 180° par rapport à sa position de départ, la direction de la F.E.M. est renversée.

Selon la loi de Gauss (2-20) la valeur de la F.E.M. induite dans une spire est égale à

$$e = 2Blv \sin \alpha, \quad (5-1)$$

B étant l'induction magnétique du champ magnétique homogène, T ; $2l$ la longueur de la partie active de la spire, m ; v la vitesse cir-

culaire, m/s; α l'angle entre la direction des lignes magnétiques et le vecteur vitesse (fig. 5-1, b et c).

L'angle α est compté à partir de la position de la spire, où son plan est perpendiculaire aux lignes magnétiques et le conducteur 1 se situe à gauche (fig. 5-1, a).

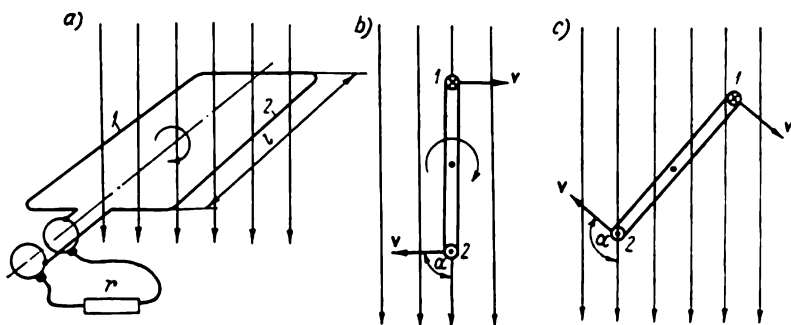


Fig. 5-1. Rotation d'une spire dans un champ magnétique homogène

Lorsque la spire tourne uniformément avec une vitesse circulaire ω , on a $\alpha = \omega t$. En prenant

$$E_m = 2Blv, \quad (5-2)$$

on obtient

$$e = E_m \sin \omega t. \quad (5-3)$$

L'angle variable $\alpha = \omega t$ est appelé *phase* de la F.E.M. Les valeurs courantes que e prend à chaque instant sont appelées *valeurs instantanées* de la F.E.M. La valeur de E_m , qui est la plus grande valeur de la F.E.M. (fig. 5-2), est appelée *valeur maximale* ou *amplitude* de la F.E.M.

T est l'intervalle de temps, qui d'ordinaire est beaucoup inférieur à une seconde, nécessaire pour qu'un cycle complet des variations de la F.E.M. se produise. L'intervalle de temps T est appelé *période* d'une F.E.M. ou d'un courant alternatif.

Le nombre de cycles par seconde est donné par l'expression

$$f = 1/T. \quad (5-4)$$

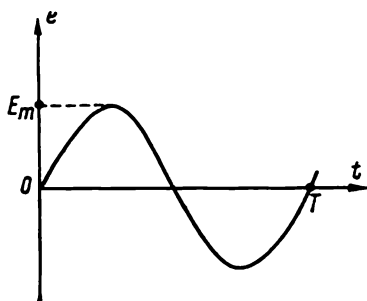


Fig. 5-2. Valeurs courantes d'une F.E.M. en fonction du temps

La grandeur f est appelée *fréquence* d'une F.E.M. alternative ou d'un courant alternatif, sa dimension est 1/s et s'exprime en hertz (Hz).

A la fréquence de 50 Hz, par exemple, il se produit au cours d'une seconde 50 cycles complets de variation de la F.E.M. ou du courant.

La gamme des fréquences utilisées par la technique du courant alternatif est extrêmement étendue. La fréquence industrielle normalisée en U.R.S.S. et en Europe est de 50 Hz, aux U.S.A. de 60 Hz. Les fréquences audibles utilisées pour la télécommunication par fils se situent dans la gamme allant de 300 à 5 000 Hz. En radio-technique on utilise des fréquences allant d'un million à des milliards de hertz.

Si on ferme le circuit d'une spire dont les extrémités sont raccordées à des balais, à travers une résistance externe (voir fig. 5-1, a), le circuit est parcouru par un courant alternatif i , dont l'expression est semblable à l'expression de la F.E.M.

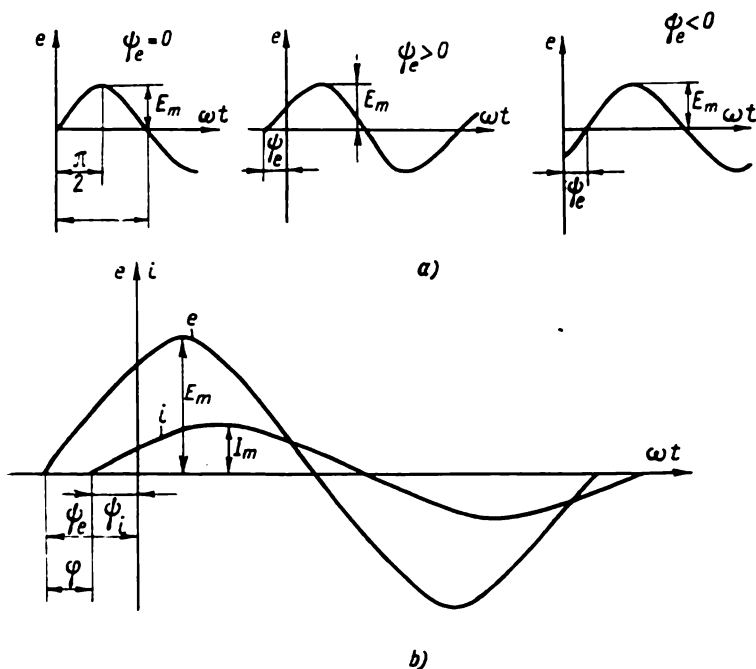


Fig. 5-3. Diagrammes des F.E.M. sinusoïdales: a, pour $\psi_e = 0$, $\psi_e > 0$, $\psi_e < 0$; b, diagrammes dans le temps de e et i dont le déphasage est φ

En considérant que le comptage du temps commence à n'importe quel moment, lorsque la F.E.M. et le courant ne passent pas par zéro, on peut écrire:

$$e = E_m \sin (\omega t + \psi_e); \quad i = I_m \sin (\omega t + \psi_i). \quad (5-5)$$

Pendant le temps T d'une période la phase de la F.E.M. et du courant varie d'un angle 2π , par conséquent, $\omega T = 2\pi$, d'où

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f. \quad (5-6)$$

La grandeur ω est appelée *pulsation* d'un courant alternatif, elle s'exprime en rd/s et sa dimension est 1/s. Remarquons que pour une spire tournant dans un champ magnétique homogène (voir fig. 5-1) la pulsation ω du courant est égale à la vitesse angulaire de rotation de la spire.

Les arguments du sinus $\omega t + \psi_e$ et $\omega t + \psi_i$ sont des phases de la F.E.M. et du courant. Les valeurs ψ_e et ψ_i qui déterminent les valeurs de la F.E.M. et du courant au moment initial ($t = 0$) sont appelées *phases à l'origine* ou *phases initiales* de la F.E.M. et du courant. La fig. 5-3, *a* représente les courbes des F.E.M. sinusoïdales possédant des phases à l'origine différentes, et la fig. 5-3, *b* les courbes d'une F.E.M. et d'un courant. La différence entre les phases de la F.E.M. et du courant de la même fréquence est désignée par φ et appelée *déphasage* entre la F.E.M. et le courant :

$$\varphi = (\omega t + \psi_e) - (\omega t + \psi_i) = \psi_e - \psi_i. \quad (5-6a)$$

Si la F.E.M. et le courant possèdent des phases à l'origine identiques, on dit qu'ils sont *en phase*. Lorsque $\varphi = 180^\circ$, le courant et la F.E.M. se trouvent *en opposition de phase*. On peut également concevoir un déphasage entre deux F.E.M. ou deux courants de la même fréquence.

5-2. Valeurs efficaces et moyennes des F.E.M. périodiques et des courants

La force qui s'exerce entre deux conducteurs parcourus par des courants identiques, de même que l'action thermique du courant sont proportionnelles au carré des valeurs instantanées du courant. Si le courant varie dans le temps, l'action thermique ou mécanique est déterminée par la valeur moyenne des carrés du courant au cours d'un cycle de variation complet, c'est-à-dire par la moyenne quadratique du courant.

C'est pourquoi pour les courants et les F.E.M. périodiques et alternatifs, c'est-à-dire pour les courants et les F.E.M. dont les valeurs reviennent à chaque période, nous introduisons la notion de *valeurs efficaces*, qui sont les valeurs quadratiques moyennes de ces grandeurs. Un courant alternatif possédant une valeur efficace déterminée produit le même effet mécanique ou thermique qu'un courant continu de même intensité.

La quantité de chaleur dissipée par un courant continu dans une résistance r au cours de l'intervalle de temps T , égal à la période du courant alternatif, est :

$$Q = 0,24 I^2 r T.$$

La quantité de chaleur dissipée par un courant alternatif dans la même résistance r au cours de l'intervalle de temps dt s'écrit :

$$dQ = 0,24 i^2 r dt.$$

La quantité de chaleur dissipée au cours d'une période

$$Q = \int_0^T dQ = 0,24 \int_0^T i^2 r dt.$$

En égalant les quantités de chaleur, on obtient :

$$I^2 T = \int_0^T i^2 dt, \quad |$$

d'où

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}. \quad (5-7)$$

De façon analogue, on obtient pour les F.E.M. et les tensions :

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt}; \quad U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt}. \quad (5-7a)$$

Les expressions (5-7) et (5-7a) déterminent sous forme canonisée les valeurs efficaces des F.E.M. et des courants périodiques pour n'importe quelle loi de variation de ceux-ci et pour n'importe quelle durée. Pour un courant alternatif sinusoïdal on a :

$$\begin{aligned} i &= I_m \sin(\omega t + \psi_i); \\ \int_0^T i^2 dt &= I_m^2 \int_0^T \sin^2(\omega t + \psi_i) dt = \frac{I_m^2}{2} \int_0^T [1 - \cos(2\omega t + 2\psi_i)] dt = \\ &= \frac{I_m^2}{2} \int_0^T dt - \frac{I_m^2}{2} \int_0^T \cos(2\omega t + 2\psi_i) dt. \end{aligned}$$

La seconde intégrale est nulle, et pour la valeur efficace d'un courant sinusoïdal nous obtenons :

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = 0,707 I_m. \quad (5-8)$$

De façon analogue on obtient pour les valeurs efficaces des F.E.M. et des tensions sinusoïdales

$$E = E_m / \sqrt{2} \quad \text{et} \quad U = U_m / \sqrt{2}. \quad (5-8a)$$

La plupart des appareils de mesure utilisés en électrotechnique indiquent, lors de la mesure des tensions et des courants périodiques, les valeurs efficaces des tensions et des courants.

A part les valeurs efficaces des F.E.M. et des courants on prend également en considération leurs valeurs moyennes. Pour les F.E.M.,

les courants et les tensions sinusoïdaux la valeur moyenne au cours d'une période est nulle, car les aires des demi-alternances positives et négatives d'une sinusoïde sont de valeur égale et de signe opposé.

Pour les grandeurs périodiques, dont les courbes sont symétriques par rapport à l'axe du temps, on détermine la valeur moyenne au cours d'une demi-alternance positive. Par exemple, la valeur moyenne d'un courant sinusoïdal est :

$$I_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} I_m \sin \omega t \, dt = \frac{2}{\omega T} I_m \cos \omega t \Big|_0^{T/2} = \frac{2}{\pi} I_m = 0,637 I_m.$$

On obtient de façon analogue les valeurs moyennes de la F.E.M. et de la tension :

$$E_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} E_m; \quad U_{\text{moy}} = \frac{2}{\pi} U_m. \quad (5-9)$$

5-3. Représentation de Fresnel ou vectorielle

Les représentations vectorielles lors du calcul et de l'étude des circuits à courant alternatif sont employées pour donner une image suggestive aux phénomènes examinés et pour simplifier les calculs.

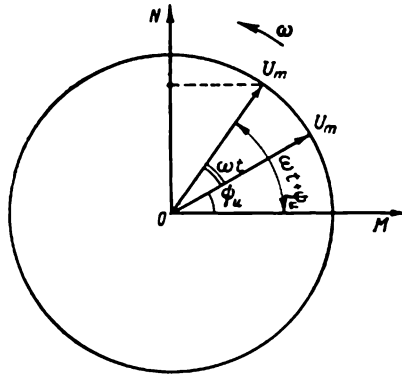


Fig. 5-4. Représentation d'une fonction sinusoïdale u par un vecteur tournant

Les représentations vectorielles sont constituées par un ensemble de vecteurs représentant les valeurs efficaces ou maximales des F.E.M. et des courants.

Une tension qui varie selon une loi sinusoïdale est exprimée par

$$u = U_m \sin (\omega t + \psi_u).$$

Disposons sous un angle ψ_u par rapport à l'axe OM le vecteur $\vec{U}_m$ dont la longueur à une échelle arbitraire est égale à l'amplitude de la grandeur sinusoïdale représentée (fig. 5-4). Les angles positifs seront tracés dans le "sens" antihoraire et les angles négatifs dans le

sens horaire. Supposons qu'à partir du moment $t = 0$ le vecteur $\vec{U}_m$ se met à tourner autour de l'origine des coordonnées dans le sens antihoraire à une vitesse circulaire constante ω qui est égale à la pulsation de la fonction représentée. Au moment t le vecteur $\vec{U}_m$ tourne d'un angle ωt et se situe sous un angle $\omega t + \varphi_u$ par rapport à l'axe OM .

La projection de ce vecteur sur l'axe ON à l'échelle choisie est égale à la valeur instantanée de la fonction représentée :

$$u = U_m \sin (\omega t + \psi_u).$$

Par conséquent une grandeur variant harmoniquement dans le temps peut être représentée par un vecteur tournant. Pour une phase initiale égale à zéro, lorsque $u = 0$, le vecteur $\vec{U}_m$ pour $t = 0$ doit se situer sur l'axe OM .

Le graphique dans le temps de n'importe quelle variable (y compris une variable harmonique) est appelé diagramme dans le temps. Pour les grandeurs harmoniques il est plus commode de porter sur l'axe des abscisses à la place du temps t une grandeur proportionnelle ωt . Les diagrammes dans le temps déterminent entièrement une fonction harmonique, car ils indiquent sa phase à l'origine, son amplitude et sa période (voir fig. 5-3).

D'ordinaire au cours des calculs nous ne voulons connaître que l'amplitude ou la valeur efficace des F.E.M., tensions et courants, ainsi que leur déphasage mutuel. C'est pourquoi nous examinons des vecteurs fixes à un certain moment, choisi de manière à ce que la représentation soit concrète. Ce diagramme est appelé *représentation vectorielle*.

Lorsqu'on calcule des circuits à courant alternatif, on utilise souvent l'addition des courants, des F.E.M. ou des tensions de la même fréquence.

Soit à ajouter deux F.E.M.

$$e_1 = E_{1m} \sin (\omega t + \psi_{1e}) \quad \text{et} \quad e_2 = E_{2m} \sin (\omega t + \psi_{2e}).$$

Cette addition peut être réalisée soit analytiquement, soit graphiquement. Ce dernier procédé est plus évident et simple. Les deux F.E.M. à additionner e_1 et e_2 sont représentées à une même échelle par les vecteurs $\vec{E}_{1m}$ et $\vec{E}_{2m}$ (fig. 5-5). Lorsque ces vecteurs tournent à la même vitesse circulaire, égale à la pulsation, la disposition réciproque des vecteurs tournants reste invariable. La somme des projections sur l'axe ON des vecteurs tournants $\vec{E}_{1m}$ et $\vec{E}_{2m}$ est égale à la projection sur ce même axe du vecteur $\vec{E}_m$ qui représente la somme géométrique de ces deux vecteurs. Par conséquent, lors de l'addition de deux F.E.M. sinusoïdales de la même fréquence on obtient une F.E.M. sinusoïdale de la même fréquence, dont l'amplitude est représentée par le vecteur $\vec{E}_m$ égal à la somme géométrique

des vecteurs $\overline{E}_{1m}$ et $\overline{E}_{2m}$:

$$\overline{E}_m = \overline{E}_{1m} + \overline{E}_{2m}.$$

Les vecteurs des F.E.M. et des courants alternatifs sont des images graphiques des F.E.M. et des courants, contrairement aux vecteurs des grandeurs physiques, qui ont un sens physique déterminé : par exemple, le vecteur d'une force, de l'intensité d'un champ, etc.

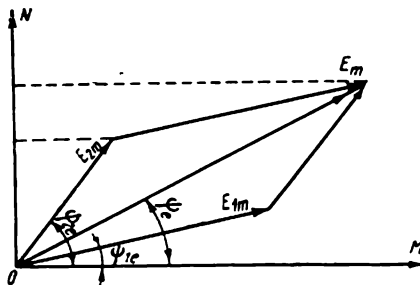


Fig. 5-5. Addition graphique de deux F.E.M. sinusoïdales de la même fréquence

Le procédé indiqué peut être utilisé pour l'addition ou la soustraction de nombre quelconque de F.E.M. et de courants de la même fréquence. La soustraction de deux grandeurs sinusoïdales peut être représentée sous la forme d'une addition :

$$e_1 - e_2 = e_1 + (-e_2),$$

c'est-à-dire que la première grandeur est ajoutée à la grandeur soustraite prise avec un signe opposé. Le plus souvent les représentations vectorielles sont tracées non pas pour les valeurs maximales, mais pour les valeurs efficaces des F.E.M. et des courants alternatifs, qui sont proportionnelles aux valeurs maximales, car d'ordinaire on effectue tous les calculs des circuits en utilisant les valeurs efficaces.

5-4. Quelques notions sur les nombres complexes. La méthode symbolique

Le calcul des circuits à courant alternatif peut être effectué non seulement par construction géométrique effectuée avec des vecteurs, mais également par une méthode analytique en effectuant des opérations algébriques avec des nombres complexes, représentant les valeurs symboliques des F.E.M. et des courants sinusoïdaux. L'application de la méthode symbolique permet de pallier à l'inconvénient majeur des représentations vectorielles qui siège dans leur faible précision. Par ailleurs, l'application de cette méthode est particulièrement commode pour l'analyse des réseaux développés.

Un nombre complexe $\dot{A}$ peut être représenté sous forme algébrique, exponentielle ou trigonométrique :

$$\dot{A} = a_1 + ja_2 = ae^{j\alpha} = a \cos \alpha + ja \sin \alpha = a (\cos \alpha + j \sin \alpha),$$

$j = \sqrt{-1}$ étant un nombre imaginaire.

Pour résoudre un problème on est parfois obligé de passer d'une expression d'un nombre complexe à une autre expression de celui-ci, en utilisant à cet effet des formules de transition. La partie réelle

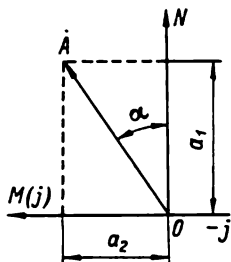


Fig. 5-6. Représentation d'un grandeur complexe

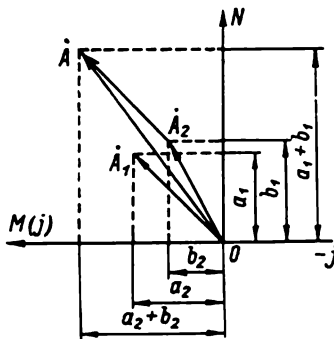


Fig. 5-7. Addition des nombres complexes

d'un nombre complexe est $a_1 = a \cos \alpha$, la partie imaginaire d'un nombre complexe, $a_2 = a \sin \alpha$, l'argument d'un nombre complexe $\alpha = \arctg(a_2/a_1)$, le module d'un nombre complexe, $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$.

En appliquant les formules de transition, nous obtenons une série d'expressions que nous utiliserons plus loin :

$$e^{\pm j\frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} \pm j \sin \frac{\pi}{2} = \pm j;$$

$$e^{\pm j\pi} = \cos \pi \pm j \sin \pi = -1;$$

$$e^{\pm j2\pi} = \cos 2\pi \pm j \sin 2\pi = 1.$$

Le symbole j placé devant la partie imaginaire d'un nombre complexe représenté sous forme algébrique signifie que la partie imaginaire est tournée de l'angle $\pi/2$ par rapport à la partie réelle dans le sens positif (antihoraire).

Les nombres complexes sont représentés par construction géométrique sur le plan complexe. Alors pour des raisons de commodité, l'axe réel positif ON est dirigé vers le haut, tandis que l'axe imaginaire $OM(j)$ est dirigé vers la gauche par rapport à l'axe réel (fig. 5-6). La représentation sur le plan complexe d'un vecteur, dont le module est $a = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$ et l'argument α , est donnée sur le même dessin. La partie réelle d'un nombre complexe est représentée par le

segment a_1 sur l'axe réel ON , et la partie imaginaire par le segment a_2 sur l'axe imaginaire OM . A chaque point du plan complexe correspond un seul nombre complexe et un seul vecteur mené de l'origine des coordonnées jusqu'à ce point. Si les F.E.M. et les courants harmoniques peuvent être représentés par des vecteurs, et les vecteurs, à leur tour, par des nombres complexes, les F.E.M. et les courants harmoniques peuvent être représentés par des nombres complexes. Les vecteurs représentés par des nombres complexes sont désignés par un symbole approprié: une lettre surmontée d'un point. On emploie souvent le symbole $\dot{A} = Ae^{j\alpha} = A\angle\alpha$.

En ajoutant les nombres complexes correspondant à des F.E.M. et des courants sinusoïdaux, on obtient des nombres complexes repré-

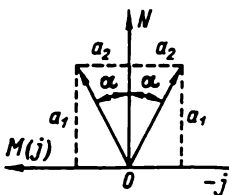


Fig. 5-8. Représentation des nombres complexes conjugués

sentant la somme algébrique des vecteurs additionnés. La fig. 5-7 représente l'addition de deux nombres complexes. Quand on ajoute deux nombres complexes $\dot{A}_1 = a_1 + ja_2$ et $\dot{A}_2 = b_1 + jb_2$, le nombre complexe $\dot{A}$ correspondant à leur somme est

$$\dot{A} = \dot{A}_1 + \dot{A}_2 = (a_1 + ja_2) + (b_1 + jb_2).$$

La partie réelle de ce nombre est $a_1 + b_1$, tandis que sa partie imaginaire est $j(a_2 + b_2)$.

Le vecteur correspondant au nombre complexe obtenu est trouvé par addition géométrique des vecteurs A_1 et A_2 .

Les nombres complexes conjugués $a_1 + ja_2$ et $a_1 - ja_2$ ont des modules identiques et des arguments de grandeur égale mais de signes opposés. Sur le plan complexe les nombres complexes conjugués sont représentés par des vecteurs identiques à image miroir par rapport à l'axe des nombres réels (fig. 5-8).

La multiplication ou la division des nombres complexes est d'ordinaire plus aisée en représentant ceux-ci sous forme exponentielle. Quand on multiplie $\dot{A} = Ae^{j\alpha}$ par $\dot{B} = Be^{j\beta}$, les modules sont multipliés et les arguments s'ajoutent, c'est-à-dire

$$\dot{A}\dot{B} = AB e^{j(\alpha+\beta)}.$$

Lorsqu'on divise des nombres complexes, les modules sont divisés et les arguments soustraits, c'est-à-dire

$$\frac{\dot{A}}{\dot{B}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha - \beta)}.$$

Soit la valeur instantanée de la tension u donnée par l'expression :

$$u = U_m \cos(\omega t + \psi_u).$$

Graphiquement cette tension alternative est représentée par un vecteur de longueur U_m (à l'échelle choisie), tournant dans le sens antihoraire à la vitesse circulaire ω .

Le vecteur de module U_m et d'argument $\omega t + \psi_u$ est représenté symboliquement sous forme exponentielle :

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)}.$$

D'ordinaire on rejette dans les expressions symboliques l'argument variable ωt , identique pour toutes les F.E.M. et les courants de la même fréquence.

Dans ce cas on écrit les expressions symboliques des vecteurs de l'amplitude et de la valeur efficace de la tension :

$$\dot{U}_m = U_m e^{j\psi_u}; \quad \dot{U} = U e^{j\psi_u}.$$

Remarquons que le complexe $\dot{U}_m$ a comme expression :

$$\dot{U}_m = U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = U_m \cos(\omega t + \psi_u) + j U_m \sin(\omega t + \psi_u).$$

Les tensions et les courants existant réellement s'expriment par des nombres réels, c'est pourquoi les valeurs instantanées de la tension sont déterminées par la partie réelle du nombre complexe.

5-5. Circuit à courant alternatif sinusoïdal

Les phénomènes dans les circuits à courant alternatif diffèrent en principe des phénomènes qui se produisent dans les circuits à courant continu, dont les tensions et les courants sont invariables. Si les courants dans un circuit sont invariables, il n'y a pas de variations des champs magnétiques et électriques liés au circuit.

Dans les circuits à courant alternatif, lorsque les tensions et les courants varient, les champs électriques et magnétiques liés au circuit varient eux aussi. Lorsque les champs magnétiques varient, des F.E.M. dues à l'auto-induction et à l'induction mutuelle apparaissent, et lorsque les champs électriques varient, le circuit est parcouru par des courants de charge et de décharge.

Les lois fondamentales de la physique ont été formulées pour les circuits à courant continu. Il est évident que ces lois sont également valables lorsqu'elles sont appliquées aux circuits à courant alternatif, mais seulement pour des valeurs instantanées existant à chaque moment. En se basant sur les expressions traduisant ces lois pour les valeurs instantanées, on écrit les équations et on trouve les lois va-

lables pour des vecteurs et des représentations des tensions, des F.E.M. et des courants en expression symbolique.

Comme nous l'avons déjà fait pour les circuits à courant continu, nous représenterons les directions positives conventionnelles des courants alternatifs, des F.E.M. et des courants, appelés en ce qui suit tout simplement *directions positives*. Pour les courants alternatifs les directions positives adoptées correspondent à la réalité seulement au cours de certains intervalles de temps, mais lorsqu'on écrit les expressions suivant les directions adoptées ce n'est que l'orientation réciproque des courants des F.E.M. et des tensions qui est importante. Suivant les directions positives adoptées pour les courants, F.E.M. et tensions instantanés on représente les directions positives des valeurs d'amplitude ou des valeurs efficaces de ces grandeurs, de même que de leurs représentations. Si on s'est trompé en assignant au début les directions, en calculant les valeurs recherchées, on obtient un résultat qui permet de corriger les erreurs commises.

Dans la seconde partie de ce livre nous ne nous arrêterons que sur les circuits à constantes localisées, c'est-à-dire les circuits dans lesquels on peut considérer que les résistances, les inductances et les capacités sont localisées sur des tronçons distincts du circuit. En réalité chaque tronçon du circuit possède, à part sa résistance, une inductance et une capacité par rapport au reste du circuit. L'hypothèse que les résistances, les inductances et les capacités sont localisées sur des tronçons distincts est une abstraction scientifique, valable pour la plupart des circuits. Nous avons exposé au chapitre III les notions sur les circuits à constantes réparties.

Circuit renfermant une résistance pure. Soit un circuit à résistance r branché sous une tension u variant selon une loi sinusoïdale

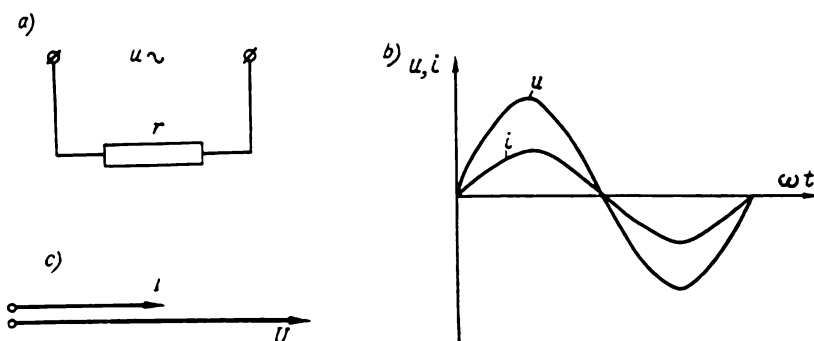


Fig. 5-9. Circuit à courant alternatif avec une résistance r : a, schéma d'un circuit; b, diagrammes dans le temps de la tension et du courant pour des phases d'origine nulles; c, représentation vectorielle de la tension et du courant

$u = U_m \sin \omega t$ (fig. 5-9, a). Le dessin représente la direction positive de u . Négligeons les très faibles inductances et capacités des conduc-

teurs du circuit. Nous allons démontrer plus loin (voir également le par. 3-6) que la valeur d'une résistance au courant alternatif est supérieure à la résistance au courant continu du fait de la répartition inégale du courant dans le conducteur et à cause de l'énergie dissipée dans le milieu ambiant. C'est pourquoi, pour la distinguer de la résistance au courant continu, la résistance r dans un circuit à courant alternatif est appelée active.

Suivant la loi d'Ohm la tension appliquée à une résistance r est déterminée à n'importe quel instant par l'expression $u = ir$. D'où la valeur instantanée du courant :

$$i = \frac{u}{r} = \frac{U_m}{r} \sin \omega t = I_m \sin \omega t, \quad (5-10)$$

où $I_m = U_m/r$ est l'amplitude du courant.

Les valeurs efficaces de la tension U et du courant I sont $\sqrt{2}$ fois inférieures à la valeur d'amplitude, par conséquent, la valeur efficace du courant est

$$I = U/r, \quad (5-11)$$

c'est-à-dire elle est égale à la valeur efficace de la tension divisée par la résistance active.

De même pour les représentations symboliques

$$\dot{I} = \dot{U}/r. \quad (5-11a)$$

L'expression (5-10) permet de conclure que dans un circuit, ne comportant qu'une résistance r , le courant et la tension sont en phase.

La fig. 5-9, *b* représente le diagramme dans le temps de la tension et du courant, et la fig. 5-9, *c* en donne une représentation vectorielle.

Les récepteurs possédant aux fréquences industrielles une résistance pratiquement active sont les rhéostats, les lampes électriques, les appareils de chauffage et autres dispositifs similaires.

Circuit renfermant une inductance pure. Il n'existe pas dans la nature de circuits ne renfermant que l'inductance. Tout circuit possède une certaine résistance, même très faible aux basses températures. L'étude d'un élément de circuit à paramètres localisés ne comportant qu'une inductance est une abstraction scientifique, permettant de se faire une idée précise sur les propriétés d'un tel élément.

La variation du courant parcourant un circuit comportant une inductance L (fig. 5-10, *a*) provoque l'apparition d'une F.E.M. d'auto-induction e_L , qui, suivant la loi de Lenz, s'oppose à la variation du courant. Lorsque le courant accroit, la F.E.M. e_L agit en sens opposé au courant, lorsqu'il décroît, elle agit dans le sens du courant, en s'opposant à sa diminution. Les directions positives de u et de i représentées sur le dessin n'existent qu'au cours de certains intervalles de temps. Pour un courant variant selon une loi sinusoidale

$i = I_m \sin \omega t$ et $L = \text{const}$, la F.E.M. d'auto-induction est

$$\begin{aligned} e_L &= -L \frac{di}{dt} = -\omega L I_m \cos \omega t = \\ &= -E_{Lm} \cos \omega t = E_{Lm} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \quad (5-12)$$

où $E_{Lm} = \omega L I_m$ est l'amplitude de la F.E.M. d'auto-induction.

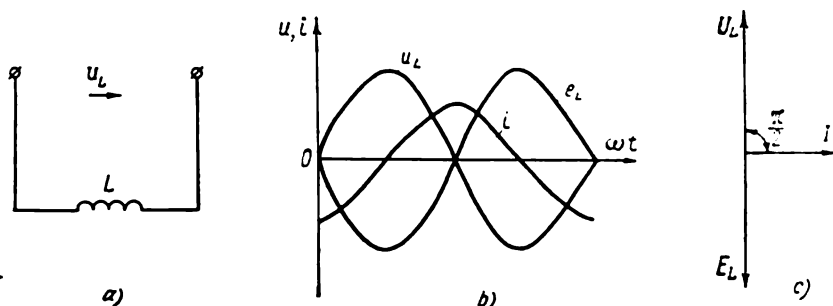


Fig. 5-10. Circuit à courant alternatif comportant une inductance: a, schéma du circuit; b, diagrammes dans le temps de la tension et du courant; c, représentation vectorielle de la tension et du courant

Il découle de l'expression (5-12) que la F.E.M. d'auto-induction est en retard de $\pi/2$ sur le courant. Pour que le courant circule dans le circuit, il faut appliquer aux bornes une tension qui équilibre la F.E.M. d'auto-induction:

$$u = -e_L = L \frac{di}{dt} = \omega L I_m \cos \omega t = U_{Lm} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (5-13)$$

où $U_{Lm} = \omega L I_m$ est l'amplitude de la tension $u_L = u$.

Pour les valeurs efficaces du courant et de la tension nous obtenons des expressions dont la forme est analogue à la loi d'Ohm:

$$U_L = \omega L I \quad \text{et} \quad I = \frac{U_L}{\omega L}. \quad (5-14)$$

La grandeur ωL possède la dimension de la résistance et est appelée *réactance d'induction* du circuit. La réactance d'induction $x_L = \omega L = 2\pi f L$ est proportionnelle à la fréquence.

La représentation graphique dans le temps et la représentation vectorielle sont données sur les fig. 5-10, b et 5-10, c. Sur ces représentations on voit que la F.E.M. d'auto-induction et la tension appliquée sont en opposition de phase.

Déterminons la F.E.M., la tension et la réactance en expression symbolique. Si la valeur complexe de l'amplitude du courant est exprimée par $\dot{I}_m = I_m e^{j(\omega t + \psi_i)}$, la valeur complexe de la tension est donnée par

$$\dot{U}_{Lm} = L d\dot{I}_m/dt = j\omega L I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = jx_L \dot{I}_m. \quad (5-15)$$

Une expression analogue peut être écrite pour les expressions symboliques des valeurs efficaces de $\dot{U}$ et $\dot{I}$. La relation (5-15) a pour corollaire que l'expression complexe de l'amplitude ou de la valeur efficace de la tension est obtenue en multipliant la représentation symbolique du courant par la réactance et par le nombre imaginaire j . La multiplication par j détermine la rotation du vecteur d'un angle $\pi/2$ dans le sens de rotation des vecteurs. Ceci concorde avec l'expression (5-13). Par conséquent, pour la représentation symbolique des valeurs efficaces nous avons, par analogie avec la loi d'Ohm :

$$\dot{U}_L = jx_L \dot{I} \quad \text{et} \quad \dot{I} = \frac{\dot{U}_L}{jx_L}, \quad (5-16)$$

où $jx_L = j\omega L$ est la représentation complexe de la réactance d'induction.

Circuit comportant une capacité pure. L'étude des phénomènes qui se manifestent dans un circuit à capacité pure est également une abstraction scientifique comme pour le cas d'une inductance pure.

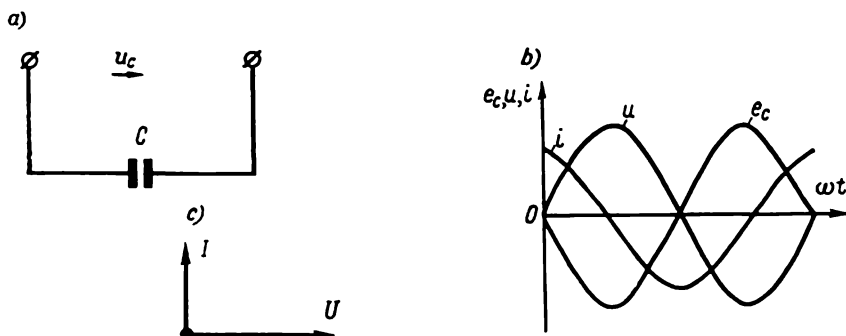


Fig. 5-11. Circuit à courant alternatif comportant une capacité: *a*, schéma du circuit, *b*, diagrammes dans le temps de la tension et du courant; *c*, représentation vectorielle de la tension et du courant

Dans un circuit comportant une capacité (fig. 5-11) branchée sous une tension alternative il y a un déplacement permanent des charges électriques. Lorsque la tension accroît, le courant dans le circuit du condensateur est un courant de charge, et lorsque la tension diminue, c'est un courant de décharge. La valeur instantanée du courant dans le circuit est égale à la vitesse de la variation de la charge du condensateur :

$$i = dq/dt = C du_c/dt,$$

où q est la charge du condensateur, C sa capacité.

La tension U_c aux bornes du condensateur est déterminée par le rapport de la charge du condensateur q à la capacité C . La charge q doit être considérée comme la somme de charges infiniment petites

dq arrivant au cours d'intervalles de temps infiniment petits dt lorsque circule un courant i . Alors

$$u_c = \frac{q}{C} = \frac{\int dq}{C} = \frac{\int i dt}{C}.$$

Si la tension aux bornes du condensateur varie selon une loi sinusoïdale $u_c = U_{c_m} \sin \omega t$, le courant qui parcourt le circuit sera

$$i = C \frac{du_c}{dt} = \omega C U_{c_m} \cos \omega t = I_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right), \quad (5-17)$$

où $I_m = \omega C U_{c_m}$ est l'amplitude du courant.

La grandeur $1/(\omega C)$ dont la dimension est celle de la résistance et qui est désignée par x_c est appelée réactance de capacité du circuit :

$$x_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}. \quad (5-18)$$

La réactance de capacité est en raison inverse de la fréquence et de la tension appliquée.

En partant de l'expression (5-17) on trouve la relation entre les valeurs efficaces de la tension et du courant :

$$U_c = \frac{I}{\omega C} = x_c I \quad \text{et} \quad I = \omega C U_c = \frac{U_c}{x_c}. \quad (5-19)$$

Ces dernières expressions sont de forme identique à la loi d'Ohm.

L'expression (5-17) fait voir que dans un circuit renfermant une capacité le courant est en avance sur la tension d'un angle de $\pi/2$. Le graphique dans le temps et la représentation vectorielle sont donnés sur les fig. 5-11, *b* et 5-11, *c*. Sur la représentation vectorielle le vecteur de l'intensité du courant I est en avance sur le vecteur de la tension U_c . De même que pour la F.E.M. d'auto-induction, on introduit la notion de F.E.M. de capacité, déphasée de 180° par rapport à la tension u (fig. 5-11, *b*).

De même que pour l'expression (5-15) on peut déterminer le complexe de l'amplitude du courant :

$$\dot{I}_m = C \frac{d\dot{U}_{c_m}}{dt} = j\omega C U_{c_m} e^{j(\omega t + \psi_u)} = \frac{1}{j x_c} \dot{U}_{c_m}, \quad (5-20)$$

$$\text{où} \quad j\omega C = \frac{j^2}{j/(\omega C)} = -\frac{1}{j x_c}.$$

L'expression (5-20) a pour corollaire que les représentations complexes de l'amplitude ou de la valeur efficace de la tension sont obtenues en multipliant l'expression complexe du courant par la réactance de capacité x_c et par le nombre imaginaire $-j$, ce dernier déterminant la rotation du vecteur de la tension d'un angle $-\pi/2$, c'est-à-dire dans le sens opposé au sens de rotation des vecteurs. Par conséquent pour les représentations symboliques des valeurs effi-

caces il y a analogie avec la loi d'Ohm :

$$\dot{U}_C = -jx_C \dot{I} \quad \text{et} \quad \dot{I} = -\frac{\dot{U}_C}{jx_C}. \quad (5-21)$$

Circuit comportant une résistance ohmique, une inductance et une capacité. Soit un circuit à courant alternatif comportant une résistance active, une inductance et une capacité branchées en série. Ces éléments sont représentés sur la fig. 5-12 séparément, localisés

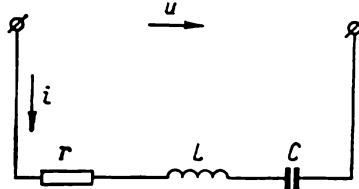


Fig. 5-12. Circuit à courant alternatif comportant une résistance, une inductance et une capacité

sur des tronçons distincts. En réalité la résistance ohmique représentée séparément peut être entièrement ou partiellement la résistance de la bobine de self-induction, la capacité représentée comme une capacité distincte peut être la capacité entre les conducteurs du circuit, c'est-à-dire que chaque élément du circuit peut posséder non pas une, mais deux ou trois propriétés.

Néanmoins un tel circuit peut être considéré dans une série de cas comme un circuit idéalisé à constantes localisées.

Lorsqu'une tension $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ est branchée, le circuit est parcouru par un courant $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$. En vertu de la deuxième loi de Kirchhoff la chute de tension ir dans le circuit est égale à la somme des F.E.M. agissant dans le circuit (fig. 5-12) :

$$ir = u + e_L + e_C = u - L \frac{di}{dt} - \frac{\int i dt}{C}.$$

On obtient à partir de cette expression, compte tenu de ce que la tension aux bornes est à chaque instant égale à la somme des chutes de tension sur les portions du circuit :

$$u = u_a + u_L + U_C = ir + L \frac{di}{dt} + \frac{\int i dt}{C}.$$

Cette équation peut être transformée en équation différentielle du deuxième ordre, dont la solution donnant la relation entre le courant et le temps, c'est-à-dire $i = f(t)$ est la somme de la solution générale de l'équation homogène et d'une solution particulière. La solution générale de l'équation homogène détermine la composante due au régime transitoire qui se déroule au cours d'un intervalle de temps

relativement court après le début de la transition du circuit à un autre état établi, par exemple dans les instants qui suivent la fermeture du circuit. Nous allons étudier ces phénomènes au chapitre VIII. Nous ne donnerons ici que la solution particulière, qui détermine le courant dans le circuit lorsque le régime transitoire s'est terminé, quand le circuit est parcouru par le courant alternatif établi.

La solution particulière est l'expression du courant sinusoïdal $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ dont il faut trouver l'amplitude I_m et soit l'angle de la phase à l'origine ψ_i , soit l'angle de déphasage $\varphi = \psi_u - \psi_i$.

Si le courant parcourant le circuit varie selon une loi sinusoïdale, les tensions sur les diverses portions de circuit varient suivant cette même loi. Alors en vertu de l'équation des valeurs instantanées écrite suivant la deuxième loi de Kirchhoff, on obtient :

$$U = U_a + \dot{U}_L + \dot{U}_C. \quad (5-22)$$

La représentation vectorielle de cette équation est donnée sur la fig. 5-13. Vu qu'aucune condition n'est imposée au vecteur initial

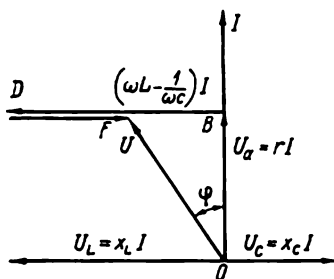


Fig. 5-13. Représentation vectorielle d'un circuit à courant alternatif comportant une résistance, une inductance et une capacité

du courant $\bar{I}$ quant à sa direction, nous dirigeons ce vecteur verticalement vers le haut. Tous les vecteurs seront représentés à l'échelle adoptée. En phase avec le vecteur du courant $\bar{I}$ nous avons le vecteur de la composante active de la tension $\bar{U}_a = r\bar{I}$. Sous un angle $\pi/2$, déphasé en avance sur le vecteur $\bar{I}$, nous dirigeons le vecteur de la composante inductive de la tension $\bar{U}_L = x_L \bar{I}$, et sous un angle $\pi/2$, mais déphasé cette fois en arrière, le vecteur de la composante capacitive de la tension $\bar{U}_C = x_C \bar{I}$. La somme géométrique de ces vecteurs des valeurs efficaces détermine le vecteur de la valeur efficace de la tension $\bar{U}$ aux bornes du circuit.

On obtient à partir du triangle rectangle OBF :

$$U^2 = r^2 I^2 + (x_L - x_C)^2 I^2,$$

d'où

$$I = \frac{U}{\sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}}. \quad (5-23)$$

Le déphasage φ entre la tension et le courant peut être trouvé (fig. 5-13) à l'aide de l'expression :

$$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_C}{r}. \quad (5-24)$$

L'expression (5-23) est souvent appelée loi d'Ohm pour les circuits à courant alternatif, car cette expression est de forme semblable à la loi d'Ohm proprement dite pour un circuit à courant continu.

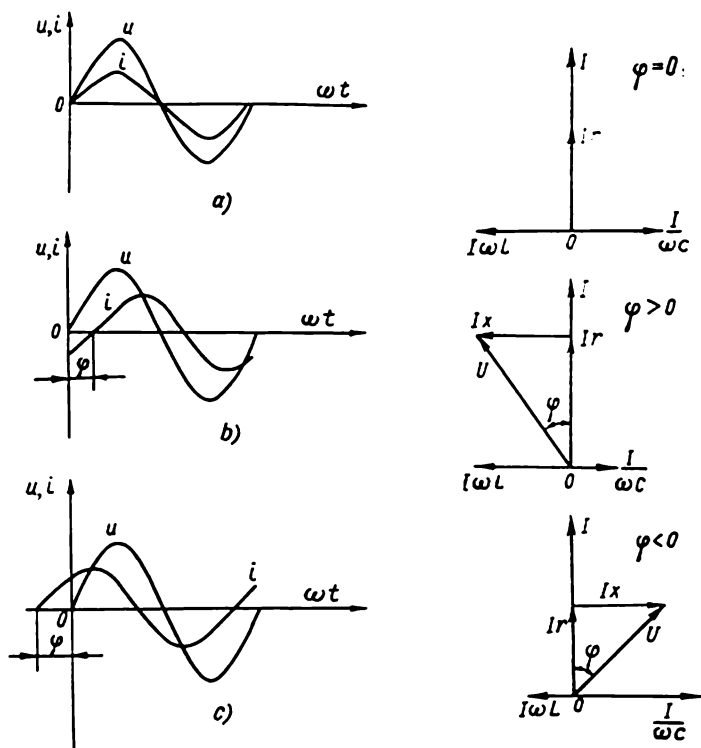


Fig. 5-14. Courbes de la tension et du courant et représentations vectorielles: a, pour $\varphi = 0$; b, pour $\varphi > 0$; c, pour $\varphi < 0$

Soulignons, d'autre part, que la nature des réactances d'induction et de capacité diffère substantiellement de la nature d'une résistance ohmique.

La résistance du circuit donnée par la formule :

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2}, \quad (5-25)$$

est appelée *impédance du circuit*, où $x = x_L - x_C$ constitue la *réactance* du circuit. Si dans un circuit domine une réactance d'induction, la réactance du circuit est exprimée par un nombre positif, le déphasage entre la tension et le courant est positif ($\varphi > 0$) et la tension du circuit est en avance sur le courant. Si dans le circuit domine une réactance de capacité, la réactance du circuit est exprimée par un nombre négatif, le déphasage est négatif ($\varphi < 0$) et dans le circuit le courant est en avance sur la tension.

Par conséquent dans ces circuits le déphasage φ peut varier dans les limites: $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$.

Les représentations dans le temps et vectorielles du courant et de la tension pour tous les cas mentionnés sont représentées sur la fig. 5-14.

De même que pour (5-22), nous pouvons écrire les expressions complexes des valeurs efficaces des tensions:

$$\dot{U} = \dot{U}_a + \dot{U}_L + \dot{U}_C = r\dot{I} + j(x_L - x_C)\dot{I} = Z\dot{I}. \quad (5-26)$$

La grandeur Z est la *représentation complexe de l'impédance*, sous forme symbolique l'impédance est représentée par une majuscule et comporte une partie réelle et une partie imaginaire:

$$Z = r + j(x_L - x_C). \quad (5-27)$$

Comme pour la loi d'Ohm, la représentation complexe du courant est donnée d'une façon analogue par l'expression:

$$\dot{I} = \dot{U}/Z. \quad (5-28)$$

Application des lois d'Ohm et de Kirchhoff. Les lois d'Ohm et de Kirchhoff sont applicables aux valeurs instantanées des courants et des tensions. Il découle de ceci ainsi que des corollaires précédents, que ces lois sont valables pour les notations symboliques des courants et des tensions.

C'est pourquoi l'expression (5-28) analogue à la loi d'Ohm est vraie, de même que les expressions analogues aux lois de Kirchhoff.

La somme des valeurs complexes des courants qui arrivent vers un nœud est nulle:

$$\sum_{k=1}^n \dot{I}_k = 0. \quad (5-29)$$

La somme des valeurs complexes des forces électromotrices dans un circuit fermé est égale à la somme des valeurs complexes des chutes de tension dans les branches de ce circuit:

$$\sum_{k=1}^n \dot{E}_k = \sum_{k=1}^n [r_k + j(x_{Lk} - x_{Ck})] \dot{I}_k = \sum_{k=1}^n Z_k \dot{I}_k. \quad (5-30)$$

Pour le calcul des circuits à courant alternatif on utilise les valeurs complexes des tensions, des courants et des impédances.

5-6. Puissance des circuits à courant alternatif

La valeur instantanée de la puissance d'un circuit électrique est donnée par la relation (4-11) :

$$p = ui,$$

u et i étant respectivement les valeurs instantanées de la tension aux bornes et du courant parcourant le circuit.

L'énergie fournie au circuit est égale au produit du temps au cours duquel l'énergie est amenée par la valeur moyenne de la puissance pendant le temps considéré. C'est pourquoi la valeur moyenne de la puissance au cours d'une période du courant alternatif est une grandeur très importante :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt.$$

Cette expression de la puissance est applicable à n'importe quelle fonction périodique de la tension et du courant.

Calculons la valeur moyenne de la puissance au cours d'une période pour une tension et un courant sinusoïdaux :

$$u = U_m \sin \omega t; \quad i = I_m \sin (\omega t - \varphi).$$

La valeur moyenne de la puissance au cours d'une période est :

$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt = \frac{1}{T} \int_0^T [V\sqrt{2}U \sin \omega t \, V\sqrt{2}I \sin (\omega t - \varphi)] \, dt = \\ &= \frac{UI}{T} \int_0^T [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] \, dt. \end{aligned}$$

L'intégrale du deuxième terme entre crochets est nulle, on a donc :

$$P = UI \cos \varphi. \quad (5-31)$$

La valeur de la puissance moyenne dans l'intervalle d'une période, comme pour la puissance d'un circuit à courant continu, détermine l'énergie fournie au circuit au cours d'un intervalle de temps déterminé. C'est pourquoi cette puissance moyenne est appelée *puissance active* ou *puissance réelle*. La valeur de la puissance dépend des valeurs efficaces du courant et de la tension du circuit et de l'angle de déphasage entre la tension et le courant. Le facteur $\cos \varphi$ est appelé *facteur de puissance*.

Voyons l'expression de la puissance instantanée pour les circuits comportant une résistance, une inductance et une capacité.

En déduisant l'expression (5-31), nous avons obtenu :

$$p = ui = UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)]. \quad (5-32)$$

L'expression (5-32) infère que la puissance instantanée d'un circuit varie à une double pulsation 2ω , l'amplitude de la variation de puissance étant égale à UI .

Voyons le caractère de la variation de la puissance pour certains circuits électriques.

Circuit dont la résistance est purement ohmique. Dans ce cas $\varphi = 1$ et $\varphi = 0$. La valeur instantanée de la puissance sera donc

$$p = UI (1 - \cos 2\omega t). \quad (5-33)$$

La valeur moyenne de la puissance est égale au produit des valeurs efficaces de la tension et du courant UI , la valeur maximale de la puissance est égale à $2UI$, car la valeur minimale de $\cos 2\omega t = -1$, tandis que la valeur maximale de $\cos 2\omega t = 1$.

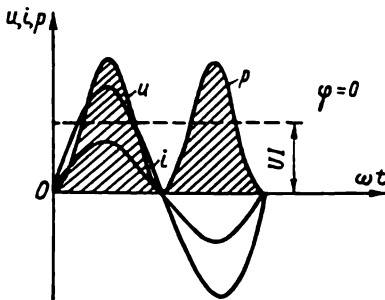


Fig. 5-15. Courbes de la tension, du courant et de la puissance d'un circuit comportant une résistance

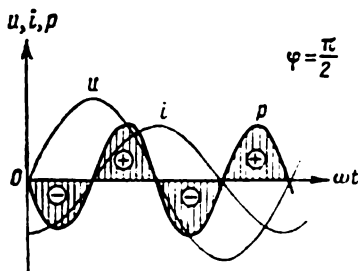


Fig. 5-16. Courbes de la tension, du courant et de la puissance pour un circuit comportant une inductance

La fig. 5-15 représente les courbes de la tension, du courant et de la puissance pour ce cas. La courbe de la puissance est symétrique par rapport à la valeur moyenne UI . L'aire hachurée limitée par la courbe de la puissance p et l'axe des abscisses détermine $\int_0^T p dt$, c'est-à-dire l'énergie électrique transformée en chaleur au cours d'une période.

Circuit comportant une inductance. Dans ce cas le courant est déphasé en arrière sur la tension d'un angle $\varphi = \pi/2$. En vertu de l'expression (5-32)

$$p = -UI \cos (2\omega t - \pi/2) = -UI \sin 2\omega t.$$

La valeur moyenne de la puissance est nulle (fig. 5-16).

Si le courant alternatif varie selon une loi sinusoïdale

$$i = I_m \sin (\omega t - \pi/2) = -I_m \cos \omega t,$$

l'énergie du champ magnétique

$$W_m = \frac{Li^2}{2} = \frac{LI_m^2}{2} \cos^2 \omega t = \frac{LI_m^2}{2} \frac{1 + \cos 2\omega t}{2} \quad (5-34)$$

varie également selon une loi harmonique entre 0 et $LI_m^2/2$ à pulsation 2ω .

La valeur instantanée de la puissance du circuit est déterminée par la vitesse de variation de l'énergie du champ magnétique :

$$p = ui = \frac{d}{dt} \left(\frac{Li^2}{2} \right) = Li \frac{di}{dt} = -UI \sin 2\omega t.$$

Lorsque le courant accroît, la tension agit dans le sens de passage du courant, la F.E.M. d'auto-induction agit à l'encontre du courant, alors $p = ui > 0$, c'est-à-dire que l'énergie est fournie au circuit et transformée en énergie du champ magnétique. Lorsque l'intensité du courant diminue, la tension agit dans le sens opposé au courant, la F.E.M. d'auto-induction agit dans le sens du passage du courant, $p = iu < 0$: l'énergie accumulée dans le champ magnétique revient à la source d'alimentation. Il y a dans le circuit un échange continu d'énergie entre la source d'énergie et le circuit auquel est relié le champ magnétique.

Circuit comportant une capacité. De même que dans un circuit comportant une inductance, dans un circuit comportant une capacité a lieu un échange continu d'énergie entre la source d'énergie et le circuit, où l'énergie fournie est transformée en énergie du champ électrique du condensateur ou bien a lieu une transformation inverse. Le courant parcourant le circuit est déphasé en avance sur la tension d'un angle $\varphi = \pi/2$.

La valeur moyenne de la puissance dans l'intervalle d'une période est nulle, la valeur maximale de l'énergie accumulée dans le champ électrique est

$$W_e = CU_m^2/2. \quad (5-35)$$

Circuit comportant une résistance ohmique, une inductance et une capacité. Lorsque la réactance du circuit porte un caractère inductif, le courant circulant dans le circuit est en retard sur la tension d'un angle φ , lorsque c'est la capacitance qui est prépondérante, ce courant est en avance sur la tension.

La fig. 5-17 représente les courbes de la tension, du courant et de la puissance pour le cas où le courant est en retard sur la tension.

L'expression (5-32) donne la puissance instantanée

$$p = UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)].$$

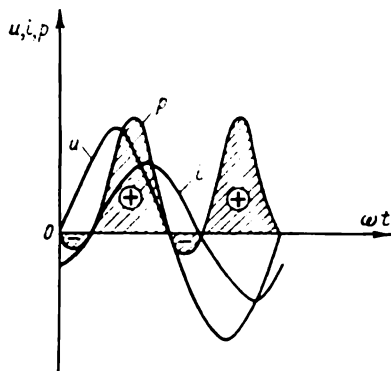


Fig. 5-17. Courbes de la tension, du courant et de la puissance pour un circuit dans lequel le courant est déphasé en arrière par rapport à la tension

Cette expression et la fig. 5-17 permettent de conclure qu'au cours d'une période la puissance prend des valeurs positives, lorsque l'énergie est fournie au circuit, et des valeurs négatives, lorsque l'énergie accumulée dans les champs électrique et magnétique, revient à la source d'énergie.

L'expression de la puissance instantanée peut être réécrite d'une autre façon :

$$p = UI [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)] = \\ = UI \cos \varphi (1 - \cos 2\omega t) - UI \sin \varphi \sin 2\omega t = p_a + p_r.$$

La puissance p_a est la puissance active alternative qui varie entre zéro et le double de la valeur moyenne à une double fréquence, tandis que p_r est la puissance réactive alternative qui varie de $-UI \sin \varphi$ à $+UI \sin \varphi$ à une double fréquence (fig. 5-18).

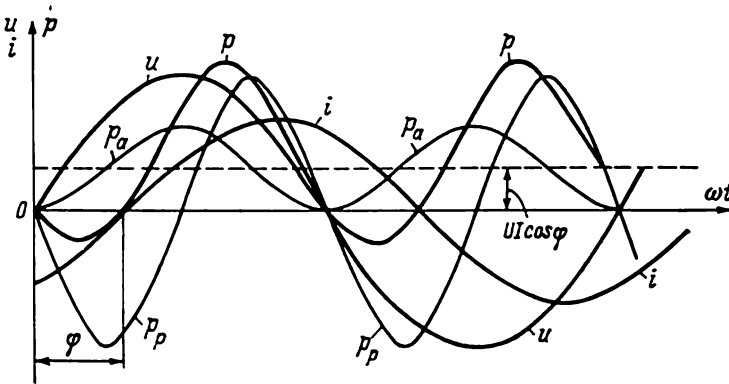


Fig. 5-18. Courbes de la tension, du courant, de la puissance apparente, active et réactive, dans le cas où le courant est déphasé en arrière par rapport à la tension

Comme indiqué plus haut, la valeur moyenne de la puissance $P = UI \cos \varphi$ est appelée puissance active ou puissance réelle.

L'amplitude de la puissance alternative réactive, qui augmente l'énergie des champs électrique ou magnétique ou qui revient au réseau, est appelée *puissance réactive* :

$$Q = UI \sin \varphi \quad (5-36)$$

et est exprimée en voltampères (VA) ou kilovoltampères (kVA), parfois ces unités sont appelées « voltampères réactifs » (VAR) ou (kVAR).

La valeur maximale de

$$S = UI = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (5-37)$$

est appelée *puissance apparente* et s'exprime également en voltampères (VA) ou kilovoltampères (kVA).

Puissance d'un circuit en expression symbolique. Nous allons faire la démonstration de ce que le produit de la quantité conjuguée de l'expression imaginaire d'une F.E.M. ou d'une tension par l'expression imaginaire du courant donne l'expression symbolique de la puissance du circuit.

L'expression symbolique de la puissance du circuit

$$\tilde{S} = \dot{\bar{U}} \dot{I} = U e^{-j\psi_u} I e^{j\psi_i} = UI e^{-j(\psi_u - \psi_i)} = UI e^{-j\varphi}.$$

L'expression symbolique de la puissance est un vecteur dont le module est égal à la puissance apparente et l'argument à $-\varphi$.

Déterminons les parties réelle et imaginaire de cette expression symbolique. On trouve alors :

$$\tilde{S} = \dot{\bar{U}} \dot{I} = UI \cos \varphi - jUI \sin \varphi = P - jQ, \quad (5-38)$$

c'est-à-dire que la partie réelle de la valeur complexe exprime la puissance active, tandis que la partie imaginaire prise avec le signe négatif exprime la puissance réactive.

Nous noterons que lorsque $\varphi > 0$, c'est-à-dire lorsque l'inductance dans le circuit est prépondérante, la puissance réactive est du signe négatif, tandis que lorsque $\varphi < 0$, son signe est positif.

5-7. Montage en série des éléments d'un circuit.

Triangles des tensions et de l'impédance

Voyons un circuit, où r , L et C sont montés en série (fig. 5-12). L'impédance de ce circuit est

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2},$$

où $x = x_L - x_C$.

En expression symbolique $Z = r + j(x_L - x_C)$.

Le vecteur de la tension appliquée $\bar{U}$ peut être considéré comme étant la somme géométrique des vecteurs $\bar{U}_a = \bar{I}r$ et $\bar{U}_r = \bar{I}x$. Le vecteur $\bar{U}_a$ est en phase avec le vecteur du courant, qu'on peut orienter d'une façon arbitraire, tandis que le vecteur $\bar{U}_r$ est perpendiculaire au vecteur $\bar{I}$ et dirigé vers la gauche si $\varphi > 0$, donc l'inductance est prépondérante (fig. 5-19, a), et vers la droite si $\varphi < 0$ la capacitance est prépondérante (fig. 5-19, b).

Dans le triangle des tensions obtenu U_a qui est en phase avec le courant, est appelée *composante active* de la tension :

$$U_a = U \cos \varphi = Ir. \quad (5-39a)$$

La tension U_r est déphasée de l'angle $\pi/2$ sur le courant et est appelée *composante réactive* de la tension :

$$U_r = U \sin \varphi = Ix. \quad (5-39b)$$

La tension aux bornes du circuit est

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} = Iz. \quad (5-39c)$$

La tension aux bornes du circuit U et la tension active sont toujours positives. La tension réactive U_r peut être positive, si $\varphi > 0$, ou négative si $\varphi < 0$.

Le triangle de l'impédance peut être obtenu du triangle des tensions. Les triangles des tensions et de l'impédance sont semblables. Les longueurs des côtés du triangle de l'impédance sont trouvées en divisant les tensions correspondantes par la valeur du courant.

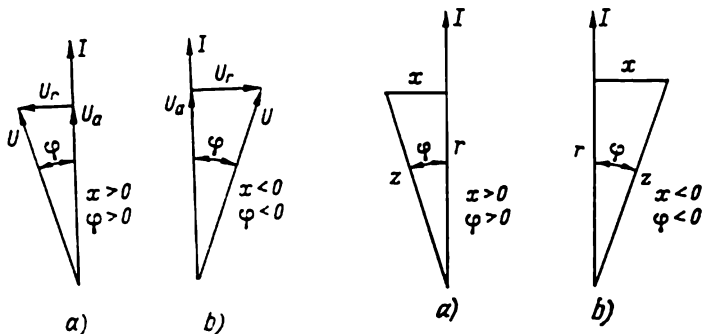


Fig. 5-19. Triangles des tensions: a, $\varphi > 0$; b, $\varphi < 0$ Fig. 5-20. Triangles de l'impédance: a, $\varphi > 0$; b, $\varphi < 0$

L'hypoténuse du triangle de l'impédance représente l'impédance, ses côtés représentent la résistance et la réactance (fig. 5-20). Lorsque $\varphi > 0$, le côté x du triangle est dirigé à gauche du vecteur du courant: l'inductance est prédominante, lorsque $\varphi < 0$, le côté x du triangle est dirigé à droite: la capacitance est prédominante.

Le triangle de l'impédance permet de trouver les relations suivantes:

$$\cos \varphi = r/z; \sin \varphi = x/z; \operatorname{tg} \varphi = x/r.$$

Lorsque nous connaissons deux éléments du triangle, il est aisé de trouver les autres inconnues. Par exemple, si on connaît z et φ on trouve aisément r et x .

En partant du triangle des tensions, on peut construire un triangle semblable pour les puissances, en multipliant les côtés du triangle des tensions par la valeur du courant I (fig. 5-21). Le triangle des puissances fait voir que

$$\cos \varphi = P/S; \sin \varphi = Q/S; \operatorname{tg} \varphi = Q/P. \quad (5-40)$$

L'hypoténuse du triangle des puissances représente la puissance apparente S du circuit, l'un des côtés, la puissance active ou réelle P , et l'autre côté, la puissance réactive Q .

Soit un circuit (fig. 5-22) constitué par des récepteurs montés en série $z_1, z_2, \dots, z_n$, aux bornes du circuit est appliquée une tension

$$u = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t.$$

La valeur instantanée de la puissance aux bornes du circuit est déterminée en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff par la somme

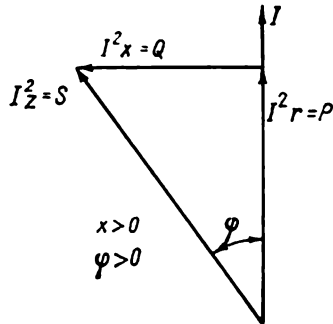


Fig. 5-21. Triangle des puissances pour $\varphi > 0$

algébrique des valeurs instantanées des tensions des diverses portions du circuit :

$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n.$$

En conformité avec cette égalité on peut écrire pour les vecteurs des valeurs efficaces :

$$\vec{U} = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \dots + \vec{U}_n.$$

Chacun de ces vecteurs possède ses composantes active et réacti-

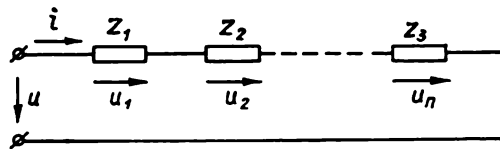


Fig. 5-22. Circuit à courant alternatif avec montage en série des impédances

ve, qui sont égales aux produits du courant par les résistances ou réactances correspondantes :

$$U_{1a} = Ir_1, \quad U_{2a} = Ir_2, \quad \dots, \quad U_{na} = Ir_n;$$

$$U_{1r} = Ix_1, \quad U_{2r} = Ix_2, \quad \dots, \quad U_{nr} = Ix_n.$$

Vu que toutes les composantes actives des tensions sont en phase avec le courant, on peut les additionner arithmétiquement :

$$U_a = U_{1a} + U_{2a} + \dots + U_{na} = I(r_1 + r_2 + \dots + r_n).$$

De manière analogue on peut prendre la somme algébrique des composantes réactives de la tension, car les vecteurs de ces composantes sont perpendiculaires au vecteur du courant :

$$U_r = U_{1r} + U_{2r} + \dots + U_{nr} = I(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

Ces expressions ont pour corollaire que la résistance r et la réactance x équivalentes du circuit sont égales aux sommes algébriques des résistances et des réactances des diverses portions du circuit :

$$\begin{aligned} r &= r_1 + r_2 + \dots + r_n; \\ x &= x_1 + x_2 + \dots + x_n = \\ &= (x_{L1} - x_{C1}) + (x_{L2} - x_{C2}) + \dots + (x_{Ln} - x_{Cn}), \end{aligned} \quad (5-41)$$

$x_1, x_2, \dots, x_n$ étant les réactances des diverses portions du circuit égales aux différences entre les self-inductances ($x_{L1}, x_{L2}, \dots, x_{Ln}$) et les capacités ($x_{C1}, x_{C2}, \dots, x_{Cn}$) des portions du circuit.

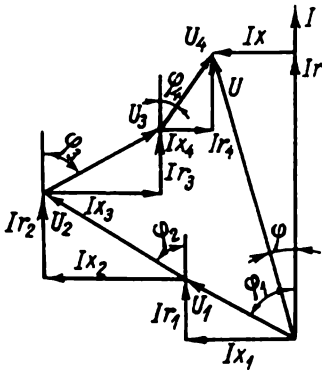


Fig. 5-23. Triangles des tensions pour un montage en série des impédances

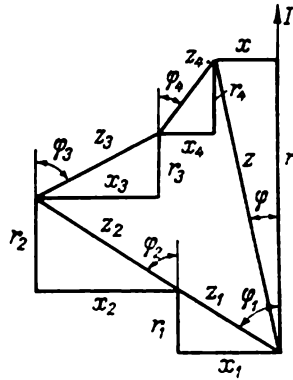


Fig. 5-24. Triangles des impédances pour un montage en série

Le vecteur de la tension totale est égal à la somme géométrique de ses composantes active et réactive :

$$\vec{U} = \vec{U}_a + \vec{U}_r.$$

La valeur efficace de la tension appliquée aux bornes du circuit

$$U = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} = I \sqrt{r^2 + x^2} = Iz, \quad (5-42)$$

r et x étant la résistance ohmique et la réactance équivalentes ; z , l'impédance équivalente.

Les impédances des divers éléments du circuit ne peuvent pas être additionnées algébriquement, on ne peut les additionner que

géométriquement, comme représenté sur les fig. 5-23 et 5-24, où sont donnés les triangles des tensions et des impédances de deux circuits composés de quatre récepteurs, dans deux desquels la self-inductance est prépondérante, et dans deux autres la capacitance.

Si les vecteurs des tensions sur diverses portions du circuit sont représentés dans l'ordre suivant lequel les portions sont raccordées entre elles, la représentation vectorielle (fig. 5-23) est appelée *représentation vectorielle topographique*. Sur une représentation vectorielle topographique les distances entre les points de la représentation donnent, à l'échelle choisie, la tension entre les points correspondants du circuit. Par exemple, la distance entre les extrémités des vecteurs $\overline{U}_1$ et $\overline{U}_2$ donne la tension entre le début de la portion 2 du circuit (l'extrémité de la portion 1) et le début de la portion 4 (l'extrémité de la portion 3).

La puissance active du circuit se compose des puissances actives des diverses portions :

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = I^2 r_1 + I^2 r_2 + I^2 r_3 + \dots + I^2 r_n = I^2 r.$$

La puissance réactive du circuit est égale à la somme algébrique des puissances réactives des diverses portions du circuit :

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots + Q_n = I^2 x_1 + I^2 x_2 + I^2 x_3 + \dots + I^2 x_n = I^2 x.$$

La puissance apparente est

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

En appliquant la méthode symbolique pour le calcul d'un circuit, nous allons déterminer l'expression complexe de la tension aux bornes du circuit en additionnant les valeurs complexes des tensions sur les diverses portions du circuit :

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 + \dots + \dot{U}_n = \dot{U}_a \pm jU_r.$$

Le signe devant j dépend de la prépondérance de la self-inductance ou de la capacitance du circuit.

Chacune des expressions complexes additionnées $\dot{U}_k$ peut à son tour être présentée sous la forme :

$$\dot{U}_k = \dot{I} (r_k \pm jx_k) = \dot{I} Z_k.$$

Les expressions données plus haut permettent d'écrire l'impédance équivalente du circuit en notation symbolique :

$$Z = r + jx = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n,$$

d'où

$$r + jx = (r_1 + r_2 + \dots + r_n) + j(x_1 + x_2 + \dots + x_n). \quad (5-43)$$

Ceci met en évidence que les impédances complexes sont obtenues en ajoutant les résistances ohmiques, qui constituent les parties réelles des expressions complexes, et les réactances, qui en constituent les parties imaginaires. Alors les self-inductances sont imaginaires positives et les capacitances imaginaires négatives.

L'impédance complexe d'un circuit peut également être donnée sous formes exponentielle ou trigonométrique :

$$Z = r + jx = ze^{j\varphi} = z \cos \varphi + jz \sin \varphi, \quad (5-44)$$

où $z = \sqrt{r^2 + x^2}$, le module du nombre complexe, est l'impédance du circuit ; φ est le déphasage entre le courant et la tension.

Les expressions obtenues permettent de conclure que l'impédance complexe du circuit est déterminée par la somme des impédances complexes des diverses portions du circuit.

Lorsqu'on connaît l'impédance du circuit, on trouve le courant en expression symbolique :

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{Z} = \frac{U e^{j\psi_u}}{z e^{j\varphi}} = I e^{j(\psi_u - \varphi)}. \quad (5-45)$$

5-8. Couplage en parallèle des éléments d'un circuit. Triangles des courants et de l'admittance

Voyons un circuit comportant, branchées en parallèle, une résistance ohmique, une inductance et une capacité (fig. 5-25). En

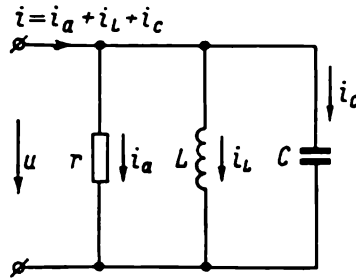


Fig. 5-25. Circuit à courant alternatif avec montage en parallèle des éléments

réalité toute bobine d'inductance possède une résistance, et dans les condensateurs il se produit une dissipation de l'énergie. C'est pourquoi, après avoir étudié le circuit idéalisé de la fig. 5-25, pour lequel il est particulièrement aisé de déterminer les expressions nécessaires, nous passerons à l'étude d'un circuit avec des éléments réels.

Quand la tension $u = U_m \sin \omega t$ est appliquée à la portion sans dérivations du circuit, celle-ci est parcourue par un courant

$$i = i_a + i_L + i_C = \frac{U_m}{r} \sin \omega t + \frac{U_m}{\omega L} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right) + \omega C U_m \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right),$$

où i_a , i_L et i_C sont les valeurs instantanées des courants actifs et réactifs (inductif et capacitif).

La composante réactive des courants est donnée par :

$$i_r = i_L - i_C = U_m \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C \right) \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} \right).$$

A chaque instant les courants i_L et i_C ont des directions différentes. Les directions positives, représentées conventionnellement sur la fig. 5-25, peuvent au début être considérées identiques, ce qui correspond à l'addition des courants. Construisons la représentation

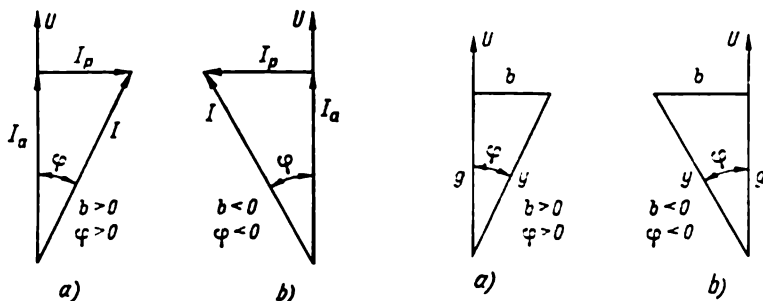


Fig. 5-26. Triangles des courants: a, $\varphi > 0$; b, $\varphi < 0$ Fig. 5-27. Triangles de l'admittance: a, $\varphi > 0$; b, $\varphi < 0$

vectorielle et le *triangle des courants* (fig. 5-26). Les côtés du triangle des courants sont le courant actif I_a et le courant réactif I_r , l'hypoténuse du triangle rectangle des courants est le courant I .

Le vecteur $\bar{I}_r$ représentant la composante réactive du courant est dirigé vers la droite par rapport au vecteur de la tension lorsque $\varphi > 0$ (fig. 5-26, a) et vers la gauche lorsque $\varphi < 0$ (fig. 5-26, b).

La composante active du courant I_a conserve le même signe pour n'importe quelle valeur de φ . La composante réactive du courant change de signe lorsque le signe de l'angle φ est modifié.

En divisant les valeurs de chacun des côtés du triangle des courants par la valeur efficace de la tension U , nous obtenons le *triangle de l'admittance*, semblable au triangle des courants (fig. 5-27). Les côtés du triangle de l'admittance, de même que les côtés du triangle de l'impédance, ne sont pas fonction du temps. La conductance

et la susceptance sont représentées par les côtés, et l'admittance par l'hypoténuse du triangle rectangle.

Les notions de susceptance et d'admittance sont en rapport avec les notions de courant actif, réactif et global.

En tenant compte des relations, qui pour le triangle de l'admittance sont

$$\cos \varphi = \frac{r}{z}; \quad \sin \varphi = \frac{x}{z},$$

nous obtenons les expressions qui donnent les courants, l'admittance, la conductance et la susceptance en cas de couplage des récepteurs en parallèle :

$$I_a = I \cos \varphi = \frac{U}{z} \frac{r}{z} = \frac{r}{z^2} U = Ug;$$

$$I_r = I \sin \varphi = \frac{U}{z} \frac{x}{z} = \frac{x_L - x_C}{z^2} U = (b_L - b_C) U = Ub; \quad (5-46)$$

$$I = U/z = Uy = U \sqrt{g^2 + b^2},$$

où $g = r/z^2$ est la conductance; $b = b_L - b_C = x_L/z^2 - x_C/z^2 = x/z^2$ est la susceptance; $y = 1/z = \sqrt{g^2 + b^2}$ est l'admittance.

On obtient à partir du triangle de l'admittance :

$$\cos \varphi = g/y; \quad \sin \varphi = b/y; \quad \operatorname{tg} \varphi = b/g. \quad (5-47)$$

et à partir des expressions (5-46) on obtient les expressions de la résistance, de la réactance et de l'impédance, équivalentes du circuit :

$$r = g/y^2, \quad x = b/y^2; \quad z = 1/y. \quad (5-48)$$

Les relations obtenues plus haut permettent de trouver l'impédance, la réactance et la résistance, l'admittance, la susceptance et la conductance étant connues, et inversement. Au cours des calculs des circuits à courant alternatif on est souvent obligé de remplacer les résistances, les réactances et les impédances par leurs valeurs inverses et vice versa.

Voyons le calcul d'un circuit à courant alternatif comportant plusieurs récepteurs couplés en parallèle (fig. 5-28). Supposons qu'une tension sinusoïdale est appliquée aux branches de conductances $g_1, g_2, \dots, g_n$ et de susceptances $b_1, b_2, \dots, b_n$.

Si les résistances et les réactances des récepteurs sont connues, les conductances et les susceptances des branches se déterminent à partir des expressions (5-46). Le courant dans la portion sans dérivations du circuit est égal à

$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n.$$

La somme algébrique ne peut être réalisée qu'avec les valeurs instantanées des courants, cette addition des valeurs instantanées

des courants correspond à l'addition des vecteurs des valeurs efficaces :

$$\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \dots + \bar{I}_n,$$

où le courant dans chaque branche est égal à la somme géométrique des composantes actives et réactives des courants

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{1a} + \bar{I}_{1r}; \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_{2a} + \bar{I}_{2r}; \quad \dots; \quad \bar{I}_n = \bar{I}_{na} + \bar{I}_{nr}.$$

Les composantes actives des courants sont en phase avec la tension et les composantes réactives sont déphasées d'un angle $\pi/2$ en

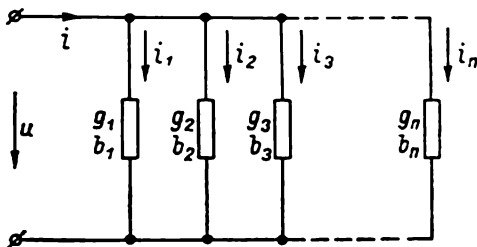


Fig. 5-28. Circuit à courant alternatif avec un montage en parallèle des admittances;

retard ou en avance. C'est pourquoi on peut additionner séparément les courants actifs et réactifs :

$$I_a = Ug_1 + Ug_2 + \dots + Ug_n = U(g_1 + g_2 + \dots + g_n) = Ug,$$

$$I_r = Ub_1 + Ub_2 + \dots + Ub_n = U(b_1 + b_2 + \dots + b_n) = Ub,$$

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_r^2} = U\sqrt{g^2 + b^2} = Uy.$$

Ces expressions permettent de trouver la conductance, la susceptance et l'admittance équivalentes du circuit :

$$g = g_1 + g_2 + \dots + g_n;$$

$$b = b_1 + b_2 + \dots + b_n = (b_{L1} - b_{C1}) + (b_{L2} - b_{C2}) + \dots + (b_{Ln} - b_{Cn});$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}.$$

Le vecteur du courant I dans un circuit sans dérivations représente la somme géométrique des courants des différentes branches, c'est pourquoi l'admittance représente la somme géométrique, et non algébrique, de l'admittance des différentes branches.

L'angle de déphasage φ du courant sur la tension est déterminé par l'expression :

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g}.$$

Les puissances active et réactive sont obtenues en additionnant les puissances des différentes branches :

$$\left. \begin{aligned} P &= P_1 + P_2 + \dots + P_n = UI_a = U^2 g; \\ Q &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n = UI_r = U^2 b; \\ S &= \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = U^2 y. \end{aligned} \right\} \quad (5-50)$$

La fig. 5-29 donne les représentations vectorielles et les triangles des courants et de l'admittance de quatre circuits composés par des

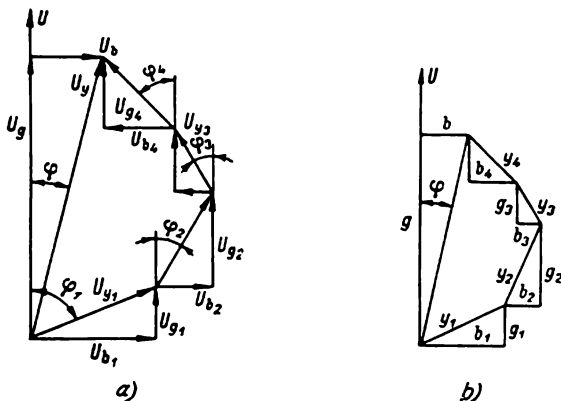


Fig. 5-29. Triangles des courants et des admittances pour un montage en parallèle des impédances: a, triangles des courants; b, triangles des admittances.

récepteurs couplés en parallèle, dans deux desquels prédomine une susceptance inductive, et dans les deux autres une susceptance capacitive.

Ecrivons l'expression de l'admittance du circuit en notation symbolique. L'admittance complexe étant désignée par Y , on trouve celle-ci en prenant la valeur inverse de la grandeur de l'impédance complexe Z :

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{r + j(x_L - x_C)} = \frac{r - j(x_L - x_C)}{r^2 + (x_L - x_C)^2} = \frac{r}{z^2} - j \frac{x_L}{z^2} + j \frac{x_C}{z^2} = g - jb_L + jb_C = g - jb. \quad (5-51)$$

L'admittance complexe se compose de la partie réelle: la conductance, et imaginaire: la susceptance. La susceptance d'induction est imaginaire négative, la susceptance de capacité imaginaire positive.

La valeur imaginaire du courant $\dot{I}$ dans la partie sans dérivations du circuit est égale à la somme des valeurs complexes des courants des différentes branches dont les vecteurs s'ajoutent géométriquement:

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dots + \dot{I}_n = \dot{U}/Z_1 + \dot{U}/Z_2 + \dots + \dot{U}/Z_n = \\ &= \dot{U}(Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n) = \dot{U}Y, \end{aligned}$$

où $Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$ est l'admittance complexe du circuit égale à la somme des admittances complexes des diverses branches.

La sommation des admittances imaginaires des diverses branches est effectuée comme auparavant : on additionne séparément les conductances et les susceptances des branches :

$$Y = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = (g_1 + g_2 + \dots + g_n) - j[(b_{L1} - b_{C1}) + (b_{L2} - b_{C2}) + \dots + (b_{Ln} - b_{Cn})] = g - j(b_L - b_C) = g - jb. \quad (5-52)$$

L'admittance complexe Y peut être écrite sous formes exponentielle ou trigonométrique :

$$Y = ye^{-j\varphi} = y(\cos \varphi - j \sin \varphi), \quad (5-53)$$

où $y = \sqrt{g^2 + b^2}$ est le module de l'admittance.

Les valeurs imaginaires des courants du circuit et des branches sont trouvées en multipliant les tensions imaginaires par les admittances imaginaires :

$$\dot{I} = \dot{U}Y, \quad \dot{I}_1 = \dot{U}Y_1, \quad \dot{I}_2 = \dot{U}Y_2, \dots, \dot{I}_n = \dot{U}Y_n.$$

5-9. Couplage mixte et calcul des circuits à courant alternatif

Un exemple simple de couplage mixte des éléments est représenté sur la fig. 5-30, *a*. L'impédance de la partie du circuit sans dérivation est z_1 , les impédances des branches parallèles sont z_2 et z_3 .

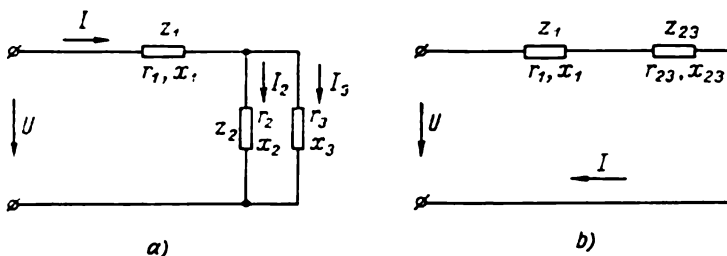


Fig. 5-30. Montage mixte des récepteurs : *a*, schéma du circuit, *b*, schéma équivalent

On commence par le calcul de l'impédance de la portion comportant des branches parallèles. Les conductances et susceptances des branches parallèles sont données par :

$$g_2 = \frac{r_2}{z_2^2}; \quad b_2 = b_{L2} - b_{C2} = \frac{x_2}{z_2^2};$$

$$g_3 = \frac{r_3}{z_3^2}; \quad b_3 = \frac{x_3}{z_3^2}.$$

On trouve la conductance, la susceptance et l'admittance totales des deux branches parallèles :

$$g_{23} = g_2 + g_3; \quad b_{23} = b_2 + b_3; \quad y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2},$$

d'où

$$r_{23} = g_{23}/y_{23}^2; \quad x_{23} = b_{23}/y_{23}^2; \quad z_{23} = 1/y_{23}.$$

Puis on représente le circuit sous la forme d'impédances z_1 et z_{23} couplées en série (fig. 5-30, b).

La résistance, la réactance et l'impédance équivalentes du circuit pour un couplage en série sont :

$$r = r_1 + r_{23}; \quad x = x_1 + x_{23}; \quad z = \sqrt{r^2 + x^2}.$$

Les signes des réactances x et des susceptances b dépendent de la prédominance de la capacité ou de l'inductance.

La valeur efficace du courant du circuit I et l'angle de déphasage φ sont donnés par les expressions déjà connues :

$$I = \frac{U}{z}; \quad \varphi = \arctg \frac{x}{r}.$$

La tension aux bornes des branches parallèles et les courants dans les branches I_2 et I_3 sont donnés par les expressions :

$$U_{23} = I z_{23}; \quad I_2 = U_{23}/z_2; \quad I_3 = U_{23}/z_3.$$

D'ordinaire ces calculs sont réalisés en appliquant la méthode symbolique. On obtient alors :

$$Y_{23} = Y_2 + Y_3 = \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} = \frac{Z_2 + Z_3}{Z_2 Z_3}.$$

L'impédance complexe du circuit est

$$Z = Z_1 + \frac{1}{Y_{23}} = Z_1 + \frac{Z_2 Z_3}{Z_2 + Z_3}.$$

L'expression de l'impédance complexe du circuit est semblable à celle de la résistance équivalente d'un circuit en cas d'un couplage mixte.

Les méthodes examinées de calcul et d'étude des circuits à courant alternatif sont utilisées pour les réseaux énergétiques, les circuits des appareils de mesure, les circuits de commande, etc.

La chute de tension U_z dans une ligne à courant alternatif pour une valeur I du courant du récepteur est donnée par l'expression (5-25) :

$$U_z = I z,$$

où $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ est l'impédance de la ligne entre la source d'énergie et le récepteur ; r et x sont respectivement la résistance et l'inductance de la ligne de longueur l , la réactance est d'ordinaire inductive.

Si la tension au départ de la ligne est U_1 , et à l'extrémité de la ligne U_2 , la représentation vectorielle de la fig. 5-31 met en évidence que la perte de tension dans la ligne $\Delta U = U_1 - U_2$ est inférieure à U_2 . Abaissons à partir de l'extrémité du vecteur $\vec{U}_1$ une perpendiculaire sur le prolongement du vecteur $\vec{U}_2$. On peut

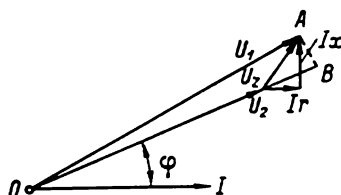


Fig. 5-31. Représentation vectorielle d'une ligne à courant alternatif

affirmer que pour une valeur relativement faible de U_z le segment OB diffère peu du segment OA . Mais le segment OB à l'échelle des tensions est donné par :

$$OB = U_s + Ir \cos \varphi + Ix \sin \varphi \approx U_1.$$

Par conséquent la perte de tension dans la ligne

$$\Delta U = U_1 - U_2 \approx Ir \cos \varphi + Ix \sin \varphi. \quad (5-54)$$

On utilise en électrotechnique des circuits déphaseurs et des circuits de mise en phase qui permettent d'obtenir dans une branche déterminée des tensions ou des courants déphasés par rapport à la

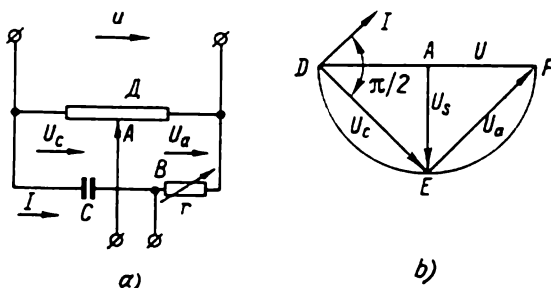


Fig. 5-32. Circuit déphaseur monophasé: *a*, schéma du circuit déphaseur; *b*, représentation vectorielle

tension ou au courant à l'entrée du circuit. Les circuits déphaseurs servent à modifier la phase d'une tension de sortie invariable. Ces circuits peuvent être utilisés, par exemple, pour régler la tension d'un redresseur alimentant le moteur de commande d'une machine-outil.

Voyons, à titre d'exemple, le schéma du circuit déphaseur simple représenté sur la fig. 5-32, *a*. La tension de sortie U_s est prélevée du

point médian A du diviseur de tension D et du point B entre la capacité C et la résistance réglable r . La tension U_C aux bornes de la capacité est déphasée en arrière sur le courant I du circuit d'un angle $\pi/2$, tandis que la tension U_a aux bornes de la résistance r est en phase avec le courant. Les vecteurs $\overline{U}_C$ et $\overline{U}_a$ sont perpendiculaires l'un à l'autre, tandis que l'hypoténuse du triangle DEF est la tension invariable U . Par conséquent, au cours du réglage de la résistance r , lorsque U_a varie, le point E se déplace de D à F selon une circonférence, qui vient s'appuyer sur le vecteur $\overline{U}$. D'autre part, la phase de la tension de sortie U_s peut théoriquement varier par rapport à la tension de $-\pi$ à 0 . En pratique la variation de la phase est plus faible.

Au par. 5-5 nous avons donné les expressions (5-28) à (5-30) des lois d'Ohm et de Kirchhoff en notation symbolique. Toutes les méthodes de calcul des circuits compliqués à courant continu étudiées au par. 4-5 sont basées sur l'application de ces lois formulées pour des circuits à courant continu. Le fait que les lois d'Ohm et de Kirchhoff peuvent être écrites en notation symbolique, permet d'appliquer les méthodes de calcul des circuits compliqués, élaborées pour le courant continu au calcul des circuits compliqués à courant alternatif en opérant des notations symboliques. Pour le calcul d'un circuit à courant continu selon la méthode des mailles indépendantes, par exemple, chaque équation s'inscrivait sous la forme (4-26):

$$I_1 r_{k1} + I_2 r_{k2} + \dots + I_k r_{kk} + \dots + I_n r_{kn} = E_k.$$

Le calcul pour un circuit à courant alternatif est effectué à l'aide d'une équation semblable

$$\dot{I}_1 Z_{k1} + \dot{I}_2 Z_{k2} + \dots + \dot{I}_k Z_{kk} + \dots + \dot{I}_n Z_{kn} = \dot{E}_k.$$

Les équations en notation symbolique permettent de trouver les expressions complexes des courants circulant dans les branches d'un circuit.

5-10. Résonance dans les circuits à courant alternatif

Les réactances de capacité et d'induction d'un circuit à courant alternatif peuvent se compenser mutuellement, comme ceci découle du par. 5-5. Dans ce cas nous sommes en présence d'une résonance dans le circuit.

L'impédance du circuit en cas de résonance est purement active, l'angle de déphasage entre la tension et le courant est nul et $\cos \varphi = 1$.

Il y a trois moyens d'obtenir une résonance dans un circuit: en modifiant soit la pulsation de la tension dans le circuit, soit la valeur de l'inductance ou de la capacité, soit enfin les deux ensemble.

La pulsation ω_0 à la résonance est appelée *pulsation de résonance* ou *pulsation propre du circuit*. Les circuits électriques réagissent

particulièrement bien aux oscillations à pulsation égale à ω_0 ; ce phénomène est utilisé pour l'accord des circuits oscillants des récepteurs radio sur la fréquence d'un poste émetteur.

On distingue la résonance en cas de couplage en série des éléments d'un circuit : résonance en série (résonance de tension), et en cas de couplage en parallèle : antirésonance (résonance de courant).

Lors de l'étude des phénomènes dans les circuits à courant alternatif on doit tenir compte de ce que toute inductance comporte une

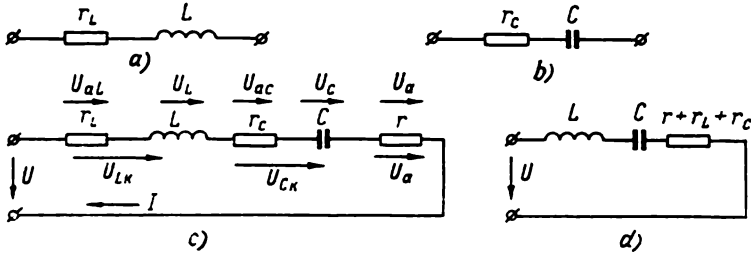


Fig. 5-33. Montage en série d'une résistance, d'une inductance et d'une capacité : a, schéma équivalent d'une bobine d'inductance; b, schéma équivalent d'un condensateur; c, schéma pour un montage en série des éléments; d, schéma équivalent du circuit

résistance r_L que l'on peut considérer, en mettant à part les lignes à constantes réparties (par. 3-5), comme branchée en série avec l'inductance (fig. 5-33, a). Lorsqu'un condensateur est inséré dans un circuit à courant alternatif, il dissipe de l'énergie, par conséquent, on doit considérer un condensateur comme étant une combinaison d'une capacité et d'une résistance. La résistance équivalente peut être considérée comme branchée en parallèle ou en série avec la capacité. Nous considérerons donc que la résistance r_C (relativement faible et souvent négligée) est insérée en série avec la capacité (fig. 5-33, b). En cas de couplage en série d'une bobine d'inductance, d'un condensateur et d'une résistance, on obtient le schéma représenté sur la fig. 5-33, c. Sur ce schéma la tension appliquée à la bobine U_{Lb} se compose de la tension sur l'inductance proprement dite U_L et la résistance de la bobine U_{aL} , tandis que la tension appliquée au condensateur U_{Cc} , des tensions U_C et U_{aC} .

Le schéma peut être représenté sous la forme d'un montage en série de $r' = r + r_L + r_C$, de L et de C , comme représenté sur la fig. 5-33, d.

Résonance en série. En cas de résonance en série (schéma de la fig. 5-33, c) les tensions appliquées à l'inductance U_L et à la capacité U_C sont compensées réciproquement et la pulsation de résonance ω_0 est déterminée en partant de la condition

$$U_L = U_C; \quad x_L = x_C; \quad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C},$$

d'où

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (5-55)$$

La fig. 5-34 donne une représentation vectorielle pour le circuit 5-33, c lorsqu'il y a résonance. La direction et le sens du vecteur de la tension $U_a = Ir'$ aux bornes de la résistance coïncident avec ceux du vecteur du courant I .

Le vecteur de la tension aux bornes de la bobine $\bar{U}_{Lb}$ se compose du vecteur de la tension aux bornes de l'inductance $\bar{U}_L$, déphasé en

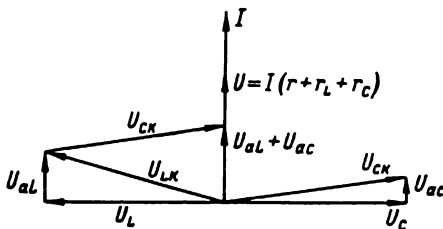


Fig. 5-34. Représentation vectorielle de la résonance des tensions (résonance série)

avance sur le courant d'un angle $\pi/2$, et du vecteur de la tension $\bar{U}_{aL}$ appliquée à la résistance r_L , qui est en phase avec le courant. De manière analogue, le vecteur $\bar{U}_{Cc}$ se compose du vecteur $\bar{U}_C$, dont la grandeur est égale à celle du vecteur $\bar{U}_L$ et qui est dirigé en sens opposé, et du vecteur $\bar{U}_{aC}$. Le vecteur de la tension aux bornes $\bar{U}$, la somme géométrique des vecteurs $\bar{U}_{Lb}$, $\bar{U}_{Cc}$ et $\bar{U}_a$, est égal en grandeur à $Ir_L + Ir_C + Ir$. Ce vecteur est en phase avec le courant.

L'impédance du circuit en cas de compensation réciproque de U_L et U_C est exclusivement égale à la résistance du circuit $z = r' = r + r_L + r_C$, par conséquent, lorsque la tension aux bornes U reste constante, le courant dans le circuit atteint sa plus grande valeur possible. Les valeurs des tensions aux bornes de la bobine et du condensateur peuvent dépasser de plusieurs dizaines de fois la tension aux bornes du circuit. C'est pourquoi la résonance en cas d'un couplage en série est appelée résonance de tension.

L'égalité des tensions U_L et U_C , qui sont en opposition de phase (déphasées de 180°), signifie qu'à tout instant les valeurs instantanées des tensions d'induction et de capacité sont de grandeur égale et de signe opposé: $u_L = -u_C$. De ce fait les valeurs instantanées des puissances d'induction et de capacité sont égales et de signe opposé.

L'accroissement ou le décroissement de l'énergie du champ magnétique est égal à l'augmentation ou à la diminution de l'énergie du champ électrique, c'est-à-dire que dans le circuit il y a échange d'énergie permanent entre l'induction et la capacité, qui est dû aux

variations de la tension et du courant, tandis que l'énergie prélevée du secteur compense les pertes d'énergie dans les résistances $r' = r + r_L + r_C$.

Les expressions pour la self-inductance et la capacitance en cas de résonance donnent :

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \sqrt{L/C} = \rho. \quad (5-56)$$

La grandeur ρ est égale au rapport de U_L ou de U_C au courant I , sa dimension est celle de la résistance et par analogie avec l'expression du par. 3-5 elle est appelée *impédance d'onde* ou *impédance caractéristique*.

Le rapport des tensions U_L ou U_C à la tension appliquée

$$q = \frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{\rho I}{r I} = \frac{\rho}{r}$$

est appelé *facteur de qualité* ou *facteur de surtension*, sa valeur inverse est appelée *amortissement* du circuit.

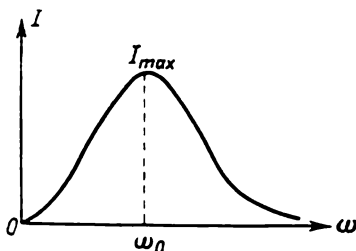


Fig. 5-35. Dépendance du courant d'un circuit comportant une inductance et une capacité vis-à-vis de la fréquence pour une tension constante

Lorsque la fréquence est assez élevée, on peut considérer dans une série de cas que r_L et r_C sont relativement faibles, et dans la représentation vectorielle de la résonance on peut poser $U_{Lb} = U_L$ et $U_{Cc} = U_C$.

La fig. 5-35 représente le courant dans le circuit en fonction de la fréquence lorsque la tension U aux bornes reste invariable. La courbe $I = f(\omega)$ possède un maximum pour $\omega = \omega_0$, lorsque la résistance du circuit est minimale : $z = r$. Pour une pulsation $\omega < \omega_0$ la capacitance prédomine et le courant est déphasé en avance sur la tension, pour $\omega = \omega_0$ l'angle $\varphi = 0$, et pour $\omega > \omega_0$ le courant est déphasé en arrière sur la tension.

Antirésonance. La résonance de courant peut avoir lieu lorsqu'une bobine d'inductance et une capacité sont branchées en parallèle (fig. 5-36, a). La résonance peut survenir aussi en cas de branchement en parallèle de plusieurs bobines, condensateurs et résistances.

Pour le schéma de la fig. 5-36, *a* les conductances et les susceptances sont (5-46)

$$\left. \begin{aligned} g_C &= \frac{r_C}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; & g_L &= \frac{r_L}{r_L^2 + (\omega L)^2}; \\ b_C &= \frac{1}{\omega C} \cdot \frac{1}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}; & b_L &= \frac{\omega L}{r_L^2 + (\omega L)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (5-57)$$

Nous remarquerons que suivant ces expressions le schéma de la fig. 5-36, *a* peut être représenté sous la forme du schéma équivalent

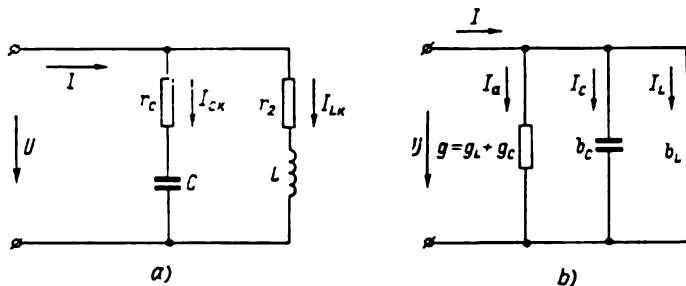


Fig. 5-36. Montage en parallèle d'une inductance et d'une capacité: *a*, schéma du circuit; *b*, schéma équivalent

montré sur la fig. 5-36, *b*, dans lequel les branches comportent des conductances et des susceptances g , b_L et b_C ou des résistances et réactances correspondantes $1/g$, $1/b_L$ et $1/b_C$.

Par détermination l'antirésonance survient lorsque les susceptances b_L et b_C sont égales:

$$b_L = b_C; \quad \frac{\omega_0 L}{r_L^2 + (\omega_0 L)^2} = \frac{1}{\omega_0 C} \cdot \frac{1}{r_C^2 + \left(\frac{1}{\omega_0 C}\right)^2}.$$

Cette égalité permet de trouver la pulsation de résonance. Si les résistances r_L et r_C sont relativement faibles, ce qui est généralement le cas, on obtient

$$\omega_0 \approx 1/\sqrt{LC},$$

l'expression analogue à (5-55).

L'antirésonance peut être obtenue, comme indiqué plus haut, en modifiant la pulsation, l'inductance et la capacité.

A la résonance l'admittance du circuit est $y = g = g_L + g_C$, l'angle $\varphi = 0$ et $\cos \varphi = 1$. L'admittance d'un circuit en état de résonance possède une valeur minimale, tandis que le courant d'un circuit est minimal à la valeur constante de la tension du circuit.

La fig. 5-37 donne la représentation vectorielle des courants du circuit. Le courant dans la branche contenant une bobine I_{Lb} com-

porte deux composantes : I_L , déphasée en arrière sur la tension U d'un angle $\pi/2$, et I_{aL} , en phase avec U . Le courant dans la branche contenant une capacité comporte une composante I_C déphasée en avance sur la tension U d'un angle $\pi/2$ et, d'ordinaire, une faible composante active I_{aC} . Les vecteurs des courants $\bar{I}_L$ et $\bar{I}_C$ sont de grandeur égale et dirigés en sens opposés et pour cette raison se compensent réciproquement. Le vecteur du courant du circuit $\bar{I}$,

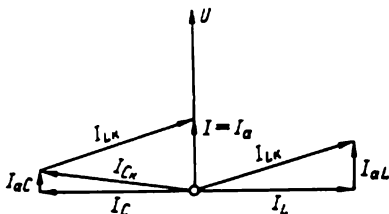


Fig. 5-37. Représentation vectorielle de l'antirésonance (résonance parallèle)

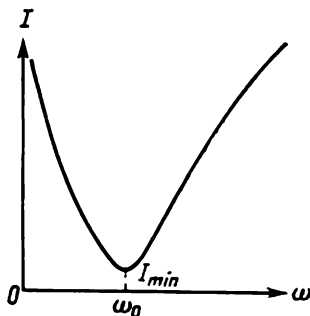


Fig. 5-38. Relation entre le courant la fréquence pour un montage en parallèle des éléments, $U = \text{const}$

égal à la somme des vecteurs des courants des branches $I = \bar{I}_{Lb} + \bar{I}_{Cc} = \bar{I}_{aL} + \bar{I}_{aC}$, est un vecteur purement actif, en phase avec le vecteur de la tension U .

Si nous faisons varier la pulsation, sans modifier la tension, nous pouvons représenter le courant I en fonction de la pulsation ω à l'aide du graphique de la fig. 5-38. En cas de résonance le courant atteint une valeur minimale, et augmente lorsqu'on s'éloigne du point de résonance. Lorsque $\omega < \omega_0$, le courant de la branche contenant une inductance est prépondérant et $\varphi > 0$, lorsque $\omega > \omega_0$, c'est le courant dans la branche contenant une capacité qui devient prépondérant et $\varphi < 0$.

D'ordinaire, dans les circuits comportant une bobine et une capacité la conductance du circuit g est sensiblement inférieure à la susceptance de capacité et d'induction $g \ll b_L - b_C$. Alors les courants I_{Lb} et I_{Cc} dans les branches peuvent dépasser des dizaines de fois le courant I non seulement en cas de résonance, mais aussi lorsqu'on s'approche du point de résonance. C'est pourquoi l'antirésonance est appelée aussi *résonance de courant*.

En état de résonance la susceptance est donnée par l'expression (5-57); si $r_L = r_C = 0$, nous obtenons :

$$b_L = b_C = \sqrt{C/L} = 1/\rho = \gamma. \quad (5-58)$$

La grandeur inverse à l'impédance caractéristique ρ , qui est appelée *admittance caractéristique*, est à peu près égale au quotient

des courants dans les branches par la tension du circuit

$$\gamma \approx I_{Lb}/U \approx I_{Cc}/U.$$

Le rapport du courant $I = gU$ dans le circuit aux courants $I_L = b_L U$ et $I_C = b_C U$ en cas de résonance

$$\frac{I}{I_L} = \frac{I}{I_C} = \frac{gU}{b_L U} = \frac{gU}{b_C U} \approx \frac{g}{\gamma} = d.$$

Le rapport $d = g/\gamma$ est appelé *amortissement* du circuit.

En état de résonance le circuit est le siège d'un échange continu d'énergie entre l'inductance et la capacité. En augmentant la tension aux bornes du circuit, par exemple, on augmente l'énergie du champ électrique de la capacité et respectivement le courant et l'énergie du champ magnétique dans l'inductance diminuent. Notons, d'autre part, que les valeurs instantanées des courants parcourant l'inductance i_{Lb} et la capacité i_{Cc} possèdent durant la plus grande partie de la période des signes opposés et sont de grandeur à peu près égale $i_{Lb} \approx -i_{Cc}$, c'est-à-dire que dans le contour fermé LC circulent des courants réactifs.

L'énergie prélevée sur le secteur ne compense que les pertes d'énergie dans le circuit. Les oscillations électriques dans les branches parallèles, dues à l'échange d'énergie, peuvent être très grandes, car les courants dans les branches sont très importants en comparaison du faible courant du réseau.

5-11. Circuits couplés

Un circuit électrique peut comporter des éléments présentant l'un vis-à-vis de l'autre un coefficient d'induction mutuelle. Ces éléments peuvent également appartenir aux circuits séparés électriquement l'un de l'autre.

Voyons un circuit à courant alternatif simple, dans lequel sont insérées en série des bobines 1 et 2, en état d'induction mutuelle, et

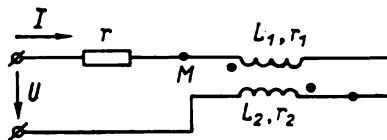


Fig. 5-39. Circuit à courant alternatif comportant deux éléments en situation d'induction mutuelle

une impédance z (fig. 5-39). Les inductances et les résistances des bobines sont désignées par L et r avec un indice approprié, l'induction mutuelle entre les bobines par M .

Lorsque le courant dans le circuit varie, une F.E.M. d'auto-induction et d'induction mutuelle est induite dans les bobines. Si le circuit est parcouru par un courant alternatif sinusoïdal $i =$

$= I_m \sin \omega t$, la F.E.M. induite dans la première bobine sera

$$e_1 = -L_1 di/dt - M di/dt = -(\omega L + \omega M) I_m \cos \omega t.$$

On obtient une expression analogue pour la seconde bobine.

Les bobines peuvent être branchées de différentes façons. On peut les brancher de manière à ce que les F.E.M. d'auto-induction viennent s'ajouter à la F.E.M. d'induction mutuelle; en cas de modification de la connexion de l'une des bobines, les F.E.M. d'induction mutuelle sont retranchées des F.E.M. d'auto-induction. L'une des bornes de chaque bobine est marquée par un astérisque. Ce signe indique qu'en cas d'accroissement, par exemple, d'un courant circulant à partir de l'astérisque dans la première bobine, dans la seconde bobine est induite une F.E.M. d'induction mutuelle, s'exerçant à partir de l'autre borne vers l'astérisque. La désignation adoptée donne pour le schéma représenté sur la fig. 5-39 une action concordante des F.E.M. d'auto-induction et d'induction mutuelle. En changeant la connexion des bobines, on dirige ces F.E.M. en opposition. Pour déterminer le courant dans le circuit, écrivons en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff l'équation en notation symbolique:

$$\begin{aligned} \dot{U} + \dot{E}_{1L} + \dot{E}_{1M} + \dot{E}_{2L} + \dot{E}_{2M} &= \dot{U} - j\omega (L_1 + M + L_2 + M) \dot{I} = \\ &= \dot{I} Z + \dot{I} (r_1 + r_2). \end{aligned}$$

Cette expression permet de trouver le courant complexe

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{r_1 + r_2 + Z + j\omega (L_1 + L_2 + 2M)},$$

Z étant l'impédance complexe insérée en série dans le circuit.

L'inductance du circuit est supérieure de $2M$ à la somme de L_1 et L_2 .

De façon analogue on prend en considération des inductances mutuelles lors du calcul des circuits plus compliqués comportant des éléments en état d'induction mutuelle.

Un des éléments les plus importants des circuits électriques est le transformateur qui sert à transformer les courants et les tensions. Dans le cas le plus simple un transformateur se compose de deux enroulements fixes sans couplage électrique et sans noyau ferromagnétique. Un tel transformateur est appelé transformateur linéaire, car la présence d'un noyau ferromagnétique entraîne des propriétés non linéaires (voir chapitre 7). Lorsqu'on veut modifier le couplage inductif entre les enroulements des transformateurs de très faibles puissances, ces derniers peuvent comporter un enroulement qui peut se déplacer par rapport à l'autre.

La fig. 5-40 représente schématiquement un transformateur linéaire dont les bornes sont marquées par des astérisques selon la règle adoptée. Le transformateur du côté de son alimentation, *côté primaire*, est branché à une tension U_1 , à partir de l'enroulement *secon-*

daire est alimenté un récepteur à impédance z_u . La résistance et l'inductance des enroulements sont désignées respectivement par r et L avec des indices appropriés, M indique l'inductance mutuelle entre les enroulements.

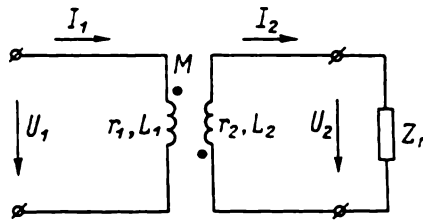


Fig. 5-40. Schéma d'un transformateur linéaire

Pour les circuits primaire et secondaire du transformateur nous écrivons en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff :

$$u_1 = i_1 r_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt} ; \quad e_2 = -M \frac{di_1}{dt} = i_2 r_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} + u_2.$$

Si la tension u_1 varie selon une loi sinusoïdale, i_1 , i_2 et u_2 varient également selon une loi sinusoïdale dans le temps et on peut écrire l'équation du transformateur en notation complexe :

$$(r_1 + j\omega L_1) \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2 = \dot{U}_1 ;$$

$$j\omega M \dot{I}_1 + (r_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + \dot{U}_2 = 0,$$

où $x_1 = \omega L_1$ et $x_2 = \omega L_2$ sont les réactances des enroulements à inductances L_1 et L_2 .

Compte tenu de ce que la tension complexe $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_u$ on trouve à partir de l'équation du transformateur les valeurs complexes de $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ et $\dot{U}_2$ pour une valeur donnée de la tension complexe $\dot{U}_1$ et de l'impédance $Z_u = r + jx_u$. Par exemple,

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \frac{(r_2 + r_u) + j(\omega L_2 + x_u)}{(r_1 + j\omega L_1) [(r_2 + r_u) + j(\omega L_2 + x_u)] + \omega^2 M^2} \dot{U}_1 ; \\ \dot{I}_1 &= \frac{\dot{U}_1}{r_1 + j\omega L_1 + \frac{\omega^2 M^2}{(r_2 + r_u) + j(\omega L_2 + x_u)}} = \\ &= \frac{\dot{U}_1}{\left[r_1 + \frac{(r_2 + r_u) \omega^2 M^2}{(r_2 + r_u)^2 + (\omega L_2 + x_u)^2} \right] + j \left[\omega L_1 - \frac{\omega^2 M^2 (\omega L_2 + x_u)}{(r_2 + r_u)^2 + (\omega L_2 + x_u)^2} \right]}. \quad (5-59) \end{aligned}$$

Les équations initiales permettent également de trouver les valeurs complexes de $\dot{I}_2$ et $\dot{U}_2$. L'expression complexe de $\dot{I}_1$ met en évidence que la résistance d'entrée équivalente du transformateur est

supérieure à la résistance de l'enroulement primaire. La réactance d'entrée est inférieure à ωL_1 en cas d'une charge inductive et supérieure à ωL_1 , quand la charge est capacitive et $|x_u| > \omega L_2$. Introduisons la notion de courants réduits des enroulements. Si les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire sont respectivement w_1 et w_2 , le courant complexe de l'enroulement secondaire $\dot{I}_2$ réduit au primaire s'écrit :

$$\dot{I}_2' = \frac{w_2}{w_1} \dot{I}_2.$$

La F.M. du circuit magnétique embrassé par les deux enroulements est déterminée par la somme $F = i_1 w_1 + i_2 w_2$. En divisant les deux membres de l'équation par w_1 , remplaçons l'addition des F.M. par l'addition des courants réduits à l'enroulement primaire $i_1 + i_2 w_2 / w_1$. En divisant les deux membres par w_2 , additionnons les courants réduits à l'enroulement secondaire. Procédons de la même manière pour les valeurs complexes des F.M.

En tenant compte de ceci, représentons les équations initiales sous une autre forme :

$$\begin{aligned} r_1 \dot{I}_1 + j\omega (L_1 - M w_1 / w_2) \dot{I}_1 + j\omega M (\dot{I}_1 w_1 / w_2 + \dot{I}_2) &= \dot{U}_1; \\ \dot{U}_2 + r_2 \dot{I}_2 + j\omega (L_2 - M w_2 / w_1) \dot{I}_2 &= -j\omega M (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 w_2 / w_1). \end{aligned}$$

Dans la première équation l'expression $x_1 = \omega (L_1 - M w_1 / w_2)$ est déterminée par la réactance due aux *flux de dispersion* de l'enroulement primaire, qui ne fait pas partie du flux commun Φ embrassé par les deux enroulements. L'expression $j\omega M (\dot{I}_1 w_1 / w_2 + \dot{I}_2)$ est la F.E.M. complexe induite par le flux commun Φ dans l'enroulement primaire, prise avec un signe opposé $-\dot{E}_1$.

Dans la seconde équation l'expression $x_2 = \omega (L_2 - M w_2 / w_1)$ représente la réactance de l'enroulement secondaire sous l'effet de son flux de dispersion, tandis que $-j\omega M (\dot{I}_1 + \dot{I}_2 w_2 / w_1)$ est la valeur complexe de la F.E.M. E_2 induite dans l'enroulement secondaire par le flux commun Φ .

Récrivons ces équations :

$$\left. \begin{aligned} (r_1 + jx_1) \dot{I}_1 - \dot{E}_1 &= U_1; \\ U_2 + (r_2 + jx_2) \dot{I}_2 &= \dot{E}_2. \end{aligned} \right\} \quad (5-60)$$

En se reportant aux équations ci-dessus, on a construit la représentation vectorielle des valeurs complexes des F.E.M., des tensions et des courants, montrée sur la fig. 5-41. Ce diagramme représente le vecteur de la valeur complexe de la F.M. résultante des enroulements $\dot{I}_1 + \frac{w_2}{w_1} \dot{I}_2$ réduite à l'enroulement primaire.

Le flux Φ raccordant les deux enroulements est en phase avec cette F.M. Le vecteur de la F.E.M. complexe $\vec{E}_2$ est en retard sur ce vecteur d'un angle de $\pi/2$. Le vecteur $\vec{E}_2$ est égal à la somme des valeurs complexes $\vec{U}_2 + (r_2 + jx_2) \vec{I}_2$. Le vecteur de la F.E.M. $-\vec{E}_1$ du circuit primaire est en avance sur le vecteur de la F.M. d'un angle de $\pi/2$ et vient s'ajouter au vecteur de la chute de tension dans l'enroulement primaire.

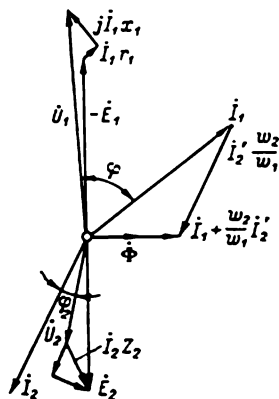
Au chapitre XI sont données les notions principales concernant les transformateurs à noyau magnétique.

5-12. Notions élémentaires sur les quadripôles

Au chapitre IV nous avons donné la détermination d'un dipôle, c'est-à-dire d'un circuit électrique, qui dans n'importe quel schéma complexe peut être considéré comme un circuit à deux bornes d'entrée.

Dans une série de cas il faut examiner des circuits comportant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie, dans lesquels le courant et la tension d'entrée sont liés par des relations linéaires aux courants et tension de sortie et inversement.

De tels circuits, que l'on appelle *quadripôles*, peuvent être très compliqués, mais au cours de l'étude il n'est pas nécessaire de connaître les constituants internes, car exclusivement les relations entre



ig. 5-41. Diagramme vectoriel d'un transformateur linéaire

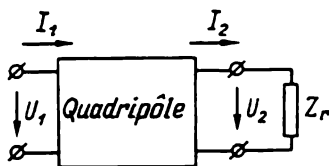


Fig. 5-42. Schéma d'un quadripôle passif

les tensions et les courants d'entrée et de sortie sont à déterminer. Les quadripôles peuvent être *actifs*, c'est-à-dire comporter des sources d'énergie, et *passifs*: ne pas contenir de sources. En ce qui suit nous n'allons nous arrêter que sur les quadripôles passifs, dont des exemples sont constitués par les lignes de transport d'énergie électrique raccordant une source d'énergie à l'utilisateur, par un transformateur possédant deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie et par d'autres dispositifs.

Schématiquement un quadripôle est représenté comme sur la fig. 5-42. Supposons qu'à l'entrée d'un quadripôle soit appliquée une

Supposons que nous avons affaire au circuit complexe à courant alternatif, dont le schéma est représenté sur la fig. 5-43. La partie

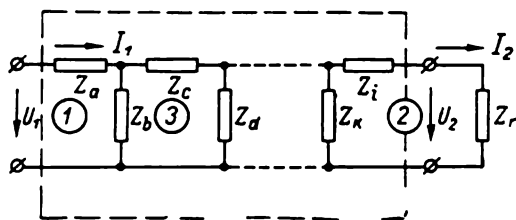


Fig. 5-43. Schéma d'un circuit à courant alternatif équivalent au quadripôle passif

du circuit que l'on peut considérer comme étant un quadripôle est marquée par des pointillés. Ecrivons pour ce circuit ne comportant pas de sources d'énergie les équations en notation symbolique en nous reportant à la méthode des courants de mailles suivant les équations (4-26):

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 Z_{11} + \dot{I}_2 Z_{12} + \dot{I}_3 Z_{13} + \dots + \dot{I}_k Z_{1k} + \dots + \dot{I}_n Z_{1n} &= \dot{U}_1; \\ \dot{I}_1 Z_{21} + \dot{I}_2 Z_{22} + \dot{I}_3 Z_{23} + \dots + \dot{I}_k Z_{2k} + \dots + \dot{I}_n Z_{2n} &= 0; \\ \dots & \\ \dot{I}_1 Z_{k1} + \dot{I}_2 Z_{k2} + \dot{I}_3 Z_{k3} + \dots + \dot{I}_k Z_{kk} + \dots + \dot{I}_n Z_{kn} &= 0; \\ \dots & \\ \dot{I}_1 Z_{n1} + \dot{I}_2 Z_{n2} + \dot{I}_3 Z_{n3} + \dots + \dot{I}_k Z_{nk} + \dots + \dot{I}_n Z_{nn} &= 0. \end{aligned}$$

Dans ces équations I_k est le courant complexe de la maille k ; Z_{kk} l'impédance complexe de la maille k , Z_{ik} l'impédance complexe commune des mailles i et k . La règle de détermination des signes des divers termes des équations est donnée au par. 4-5, une grande partie des termes des équations peut être nulle, en particulier, la chute de tension $I_k Z_{1k}$ est nulle.

Pour accorder les indices dans l'expression terminale, avec ceux qui sont adoptés d'ordinaire, la maille de sortie du circuit est désignée par le chiffre 2, la maille qui suit la maille d'entrée est désignée par le chiffre 3, etc.

Pour la maille de sortie 2 (fig. 5-43) on peut écrire

$$\dot{I}_2 Z_{22} = \dot{I}_2 Z_u + \dot{I}_2 Z'_{22} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z'_{22},$$

Z'_{22} étant l'impédance complexe de la maille de sortie dont est retranchée l'impédance complexe de l'utilisateur. C'est pourquoi la seconde

équation du système est réécrite :

$$\dot{I}_1 Z_{21} + \dot{I}_2 Z'_{22} + \dot{I}_3 Z_{23} + \dots + \dot{I}_k Z_{k2} + \dots + \dot{I}_n Z_{n2} = -\dot{U}_2.$$

Selon les règles connues, ce système d'équations, compte tenu de la modification de la seconde équation, a pour solution :

$$I_1 = \frac{\Delta_{11}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \dot{U}_2,$$

où Δ_{11} est le complément algébrique complexe obtenu en supprimant la première ligne et la première colonne des équations; Δ_{21} est le complément algébrique complexe obtenu en supprimant la seconde ligne et la première colonne, multiplié par -1 ; Δ est le déterminant complexe du système d'équations.

Pour la valeur complexe du courant $\dot{I}_2$ nous obtenons respectivement :

$$\dot{I}_2 = \frac{\Delta_{12}}{\Delta} \dot{U}_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta} \dot{U}_2.$$

La résolution des équations obtenues par rapport à $\dot{U}_1$ et $\dot{I}_1$ donne :

$$\dot{U}_1 = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}} \dot{U}_2 + \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \dot{I}_2 = A \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \quad (5-61)$$

$$\dot{I}_1 = \left(\frac{\Delta_{11}\Delta_{22}}{\Delta_{12}\Delta} - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \right) \dot{U}_2 + \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}} \dot{I}_2 = C \dot{U}_2 + D \dot{I}_2,$$

où $A = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}}$ est une grandeur complexe sans dimension; $B = \frac{\Delta}{\Delta_{21}}$ est une grandeur complexe dont la dimension est celle de la résistance; $C = \frac{\Delta_{11}\Delta_{22}}{\Delta_{12}\Delta} - \frac{\Delta_{21}}{\Delta}$ est une grandeur complexe dont la dimension est celle de l'admittance; $D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}}$ est une grandeur complexe sans dimension.

Si les bornes de sortie du quadripôle sont branchées sur une tension U_1 , tandis qu'aux bornes d'entrée est branchée l'impédance du récepteur $\dot{Z}_u$, en modifiant d'une façon appropriée le système d'équations initiales, on peut obtenir des expressions pour $\dot{U}_1$ et $\dot{I}_1$, dans lesquelles les coefficients A et D sont changés réciproquement de place :

$$\dot{U}_1 = D \dot{U}_2 + B \dot{I}_2; \quad \dot{I}_1 = C \dot{U}_2 + A \dot{I}_2. \quad (5-62)$$

Si les coefficients A et D sont égaux, le quadripôle est symétrique.

Les expressions (5-61) et (5-62) ont un corollaire extrêmement important : il existe des relations linéaires entre les tensions et les courants d'entrée et de sortie des circuits électriques passifs aussi compliqués qu'ils soient.

En utilisant les relations donnant les coefficients et en tenant compte de ce que dans les quadripôles linéaires $\Delta_{12} = \Delta_{21}$, nous trouvons

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}\Delta_{11}}{\Delta_{12}\Delta_{12}} - \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \left(\frac{\Delta_{11}\Delta_{22}}{\Delta_{12}\Delta} - \frac{\Delta_{21}}{\Delta} \right) = 1. \quad (5-63)$$

Cette équation a pour corollaire que les quatre coefficients d'un quadripôle sont liés par une seule équation, c'est pourquoi seuls trois coefficients sont indépendants les uns des autres. Ceci met en évidence que le schéma de tout quadripôle peut être représenté sous la

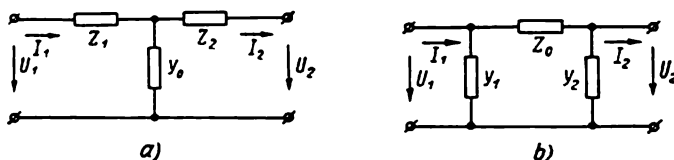


Fig. 5-44. Circuits équivalents en T et en π : a, cellule en T; b, cellule en π

forme de circuits équivalents comportant trois éléments. Il existe deux circuits équivalents: ce sont la cellule en T dont les éléments sont couplés en étoile (fig. 5-44, a) et la cellule en π dans laquelle les éléments sont couplés en triangle (fig. 5-44, b).

En comparant les expressions (5-61) avec les expressions donnant les relations entre $\dot{U}_1$ et $\dot{I}_1$ et $\dot{U}_2$ et $\dot{I}_2$, obtenues pour les circuits de la fig. 5-44, on peut déterminer:

pour le circuit en T:

$$Z_1 = \frac{A-1}{C}; \quad Z_2 = \frac{D-1}{C}; \quad Y_0 = C; \quad (5-64)$$

pour le circuit en π :

$$Z_0 = B; \quad Y_1 = \frac{D-1}{B}; \quad Y_2 = \frac{A-1}{B}. \quad (5-65)$$

L'application de la théorie du quadripôle permet dans une série de cas de simplifier et de rendre plus évidentes les études des circuits électriques à courants continu et alternatif.

Les coefficients des quadripôles peuvent être déterminés à partir du système d'équations, ce qui représente un travail fastidieux et volumineux lorsque le circuit devient assez complexe.

Pour un quadripôle réel, il est plus aisé de déterminer ces coefficients par voie d'expérience. Les données expérimentales sont parfois nécessaires pour vérifier les relations obtenues par calcul. Vu la linéarité des quadripôles, les coefficients ne dépendent pas des valeurs des courants et des tensions d'entrée et de sortie.

Examinons le fonctionnement à circuit ouvert (marche à vide) (fig. 5-45, a), quand $\dot{I}_2 = 0$, et le fonctionnement à circuit fermé (en court-circuit) (fig. 5-45, b) lorsque $U_2 = 0$, la tension primaire U_{1cc}

étant choisie de manière à ce que les courants dans le circuit ne dépassent pas les valeurs admissibles. On obtient en se reportant aux expressions (5-61):

pour le fonctionnement à circuit ouvert

$$\dot{U}_{10} = A\dot{U}_2; \quad \dot{I}_{10} = C\dot{U}_2 \quad \text{et} \quad Y_{10} = \dot{I}_{10}/\dot{U}_{10} = C/A;$$

pour le fonctionnement à circuit fermé

$$\dot{U}_{1cc} = B\dot{I}_2; \quad \dot{I}_{1cc} = D\dot{I}_2 \quad \text{et} \quad Z_{1cc} = \dot{U}_{1cc}/\dot{I}_{1cc} = B/D.$$

A l'aide de ces expressions et en utilisant les valeurs relevées de Y_{10} et de Z_{1cc} , tout en tenant compte, par ailleurs, de l'égalité $AD =$

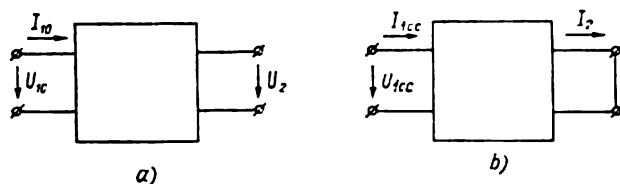


Fig. 5-45. Schémas des expériences de marche à vide à circuit ouvert et de court-circuit

— $BC = 1$, on peut déterminer les coefficients d'un quadripôle symétrique $A = D$; B et C . D'après les valeurs relevées de $\dot{U}_{10}$, $\dot{I}_{10}$, $\dot{I}_2$, $\dot{U}_{1cc}$, $\dot{I}_{1cc}$ et $\dot{I}_2$ et des angles de déphasage entre elles, on peut déterminer à partir de ces dernières expressions les coefficients en cas d'un quadripôle asymétrique.

Il est plus aisé de déterminer les coefficients en partant des valeurs relevées de Z et Y . Dans ce cas il faut effectuer de plus des mesures en régime où le quadripôle est alimenté à partir des bornes de sortie.

On obtient de l'expression (5-62) pour le fonctionnement à circuit ouvert:

$$\dot{U}_{10} = D\dot{U}_2; \quad \dot{I}_{10} = C\dot{U}_2 \quad \text{et} \quad Y_{20} = C/D;$$

pour le fonctionnement à circuit fermé:

$$\dot{U}_{1cc} = B\dot{I}_2; \quad \dot{I}_{1cc} = A\dot{I}_2 \quad \text{et} \quad Z_{2cc} = B/A.$$

Les valeurs complexes de Y_{10} , Z_{1cc} , Y_{20} et Z_{2cc} obtenues par voie d'expérience sont suffisantes pour déterminer les coefficients A , B , C et D .

5-13. Notions fondamentales sur les courants alternatifs périodiques non sinusoïdaux

Au cours de l'exposé précédent nous nous sommes bornés à l'examen des circuits à courant alternatif en cas de modifications sinusoïdales des F.E.M. et des courants. En pratique on a souvent affaire

à des F.E.M. et des courants périodiques non sinusoïdaux, qui varient dans le temps selon une loi qui n'est pas harmonique, mais dont les valeurs se répètent régulièrement après l'écoulement d'un cycle de variation complet T , comme représenté sur la fig. 5-46.

Des F.E.M. non sinusoïdales apparaissent lorsqu'on insère dans un circuit à courant alternatif un élément à noyau saturé en acier, en présence de résistances non linéaires dans un circuit, lors du branchement de certains convertisseurs d'énergie et dans d'autres cas.

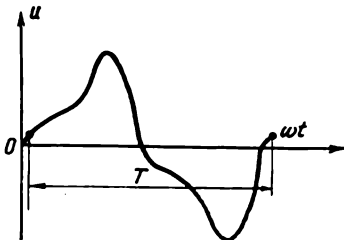


Fig. 5-46. Courbe d'une tension périodique non sinusoïdale

On représente habituellement une F.E.M. ou un courant non sinusoïdaux sous la forme d'une somme de F.E.M. ou de courants sinusoïdaux en utilisant le développement en série de Fourier. On peut alors appliquer à chacune des F.E.M. ou chacun des courants les expressions que nous avons obtenues pour les F.E.M. et les courants sinusoïdaux.

Pour une tension non sinusoïdale $u(t)$, par exemple, on peut écrire le développement en série :

$$u(t) = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots, \quad (5-66)$$

où U_0 est la composante invariable de la tension, qui ne dépend pas du temps; $U_{1m}, U_{2m}, \dots$ sont les amplitudes des composantes harmoniques de la tension à pulsations $\omega, 2\omega, \dots$; $\omega = 2\pi/T$ est la pulsation de l'harmonique fondamental; $\psi_1, \psi_2, \dots$ sont les phases initiales des composantes sinusoïdales.

Cette série peut être représentée comme la somme de séries de sinus et de cosinus :

$$u(t) = U_0 + U'_{1m} \cos \omega t + U'_{2m} \cos 2\omega t + U'_{3m} \cos 3\omega t + \dots + U''_{1m} \sin \omega t + U''_{2m} \sin 2\omega t + U''_{3m} \sin 3\omega t + \dots,$$

où

$$U'_{km} = U_{km} \sin \psi_k; \quad U''_{km} = U_{km} \cos \psi_k;$$

$$\psi_k = \arctg \frac{U'_{km}}{U''_{km}}.$$

La composante continue et les amplitudes des harmoniques sont données par les expressions connues pour la série de Fourier

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u(t) dt; \quad U'_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \cos k\omega t dt;$$

$$U''_{km} = \frac{2}{T} \int_0^T u(t) \sin k\omega t dt.$$

Certains harmoniques ou la composante continue peuvent être absents dans la série. Le développement est en pratique précis si on prend plusieurs premiers termes de la série.

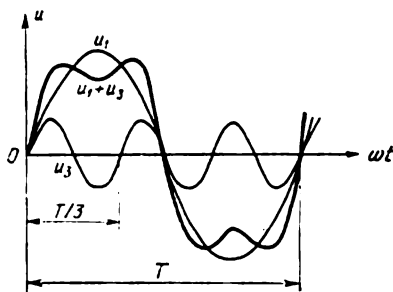


Fig. 5-47. Addition du premier et du troisième harmoniques de la tension

La fig. 5-47 représente une courbe de tension constituée par les premier et troisième harmoniques de la tension :

$$u = U_{1m} \sin \omega t + U_{3m} \sin 3\omega t.$$

De même que pour la tension u , on peut écrire le développement en série pour le courant.

En développant en série l'expression de la valeur instantanée de la F.E.M. agissant dans le circuit, on obtient

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots,$$

et en trouvant la valeur efficace à l'aide de l'expression connue

$$E = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T e^2 dt},$$

nous obtenons en résultat :

$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + E_3^2 + \dots} \quad (5-67)$$

La valeur efficace de la F.E.M. est égale à la racine carrée de la somme des carrés des valeurs efficaces de toutes ses composantes (continue et harmoniques). Comme pour l'expression (5-67), nous obtenons

la valeur efficace du courant :

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots} \quad (5-68)$$

L'expression de la puissance active est trouvée comme la puissance moyenne :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ei \, dt ;$$

où e et i sont les valeurs instantanées des F.E.M. et courants périodiques non sinusoïdaux dans le circuit.

En développant ces valeurs en série :

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \dots + e_k + \dots ;$$

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + \dots + i_k + \dots ,$$

et en trouvant la puissance moyenne on voit que *la puissance active du circuit en présence de F.E.M. et de courants non sinusoïdaux est égale à la somme des puissances des divers harmoniques :*

$$P = P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + \dots = E_0 I_0 + E_1 I_1 \cos \varphi_1 + E_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots + E_k I_k \cos \varphi_k + \dots , \quad (5-69)$$

$E_0, E_1, E_2, \dots, E_k$ étant les valeurs moyenne et efficaces des harmoniques de la F.E.M. ; $I_0, I_1, \dots, I_k$ les mêmes valeurs pour les courants ; $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_k, \dots$ les angles de déphasage des divers harmoniques.

5-14. Notions sur le calcul des circuits parcourus par des courants périodiques non sinusoïdaux

Voyons un circuit très simple (fig. 5-12). La tension appliquée au circuit est représentée par une série :

$$u = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_k + \dots .$$

Chaque terme de cette série, sauf la composante continue, est une fonction sinusoïdale dans le temps, la valeur instantanée d'un harmonique k étant :

$$u_k = U_{km} \sin (k\omega t + \psi_k).$$

Le courant i parcourant le circuit est déterminé par la somme des harmoniques :

$$i = i_0 + i_1 + i_2 + i_3 + \dots + i_k + \dots$$

La valeur instantanée de chaque composante harmonique du courant est exprimée par

$$i_k = I_{km} \sin (k\omega t + \psi_k - \varphi_k).$$

L'impédance du circuit pour chaque harmonique est

$$z_k = \sqrt{r^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}. \quad (5-70)$$

La réactance d'induction augmente en raison directe de l'ordre de l'harmonique, tandis que la réactance de capacité diminue en raison inverse de l'ordre de l'harmonique. La valeur de l'angle φ_k varie également en fonction de l'ordre des harmoniques :

$$\varphi_k = \arctg \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{r}. \quad (5-71)$$

Les calculs des circuits compliqués en cas de courants alternatifs non sinusoïdaux sont réalisés pour chaque harmonique de la manière indiquée pour un courant sinusoïdal alternatif.

Cette méthode de calcul exige un travail important et on ne l'applique pas si une haute précision n'est pas requise ou si les courbes des F.E.M. et des courants diffèrent peu de la sinusoïde. Dans ces cas les F.E.M. et les courants existant en réalité sont remplacés par des *équivalents sinusoïdaux* et on procède au calcul en utilisant les valeurs obtenues des grandeurs équivalentes.

On mesure ou on calcule à l'aide des expressions (5-67), (5-68) et (5-69) les valeurs efficaces des F.E.M. équivalentes, des tensions, des courants et des puissances équivalents.

Pour ces valeurs équivalentes on trouve le $\cos \varphi$ équivalent :

$$\cos \varphi = \frac{P}{UI}.$$

On apprécie l'écart que les courants et les tensions non sinusoïdaux symétriques (par exemple, de la fig. 5-47) présentent par rapport à la forme sinusoïdale en comparant les valeurs des facteurs de forme k_f , des facteurs de crête k_A et des taux de distorsion k_d pour le courant ou la F.E.M. non sinusoïdaux donnés avec les valeurs correspondantes d'une F.E.M. ou d'un courant sinusoïdaux.

Le *facteur de forme d'une courbe* est donné par le rapport de la valeur efficace du courant, par exemple, à sa valeur moyenne :

$$k_f = \frac{I}{I_{\text{moy}}}, \text{ pour une sinusoïde } k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \approx 1,11.$$

Le *facteur de crête* est égal au rapport de la valeur maximale d'une F.E.M., par exemple, à sa valeur efficace (5-67) :

$$k_A = E_{\text{max}}/E; \text{ pour une sinusoïde } k_A = E_{\text{max}}/E = \sqrt{2}.$$

Le *taux de distorsion* est déterminé par le rapport de la valeur efficace de la tension du premier harmonique, par exemple, à la valeur efficace globale (5-67); $k_d = U_1/U$; pour une sinusoïde $k_d = 1$.

5-15. Filtrés électriques et résonance dans les circuits à courant alternatif non sinusoïdal

Les générateurs électriques permettent d'obtenir une courbe de tension ne différant pas en pratique de la forme sinusoïdale. Les courants et les tensions alternatifs dans nombre de dispositifs diffèrent notablement de la forme sinusoïdale, en particulier dans les

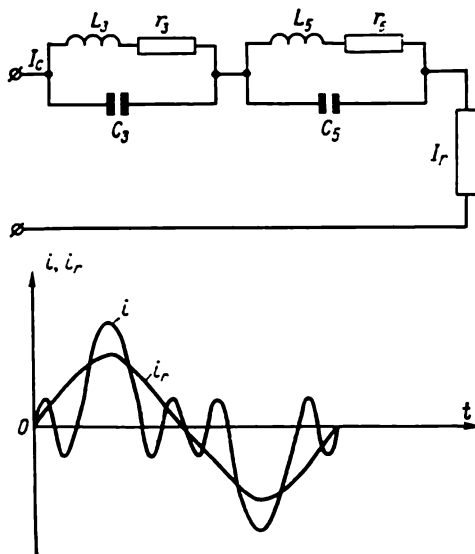


Fig. 5-48. Circuit comportant deux cellules en série accordées en résonance pour le troisième et le cinquième harmoniques: *a*, schéma du circuit; *b*, graphiques des courants du secteur i_c et du récepteur i_r .

circuits électroniques, où les courants et les tensions sont formés selon une loi assignée. Dans une série de cas on doit éliminer certains harmoniques des courbes de courant et de tension en utilisant des filtres électriques.

Voyons la résonance dans les circuits à courant alternatif non sinusoïdal et les filtres électriques.

Supposons qu'un circuit est parcouru par un courant alternatif non sinusoïdal et que l'on veut éliminer de la courbe du courant du récepteur les troisième et cinquième harmoniques, qui sont très grands. Insérons alors en série dans le circuit deux cellules accordées en résonance pour le troisième et le cinquième harmoniques (fig. 5-48, *a*). L'impédance de la cellule de gauche accordée en résonance sur la pulsation 3ω est très grande pour cette pulsation et faible pour les autres harmoniques; un rôle analogue est rempli par la cellule de droite accordée en résonance sur la pulsation 5ω . C'est pourquoi dans la courbe du courant du récepteur I_r les troisième et cinquième harmoniques éliminés par le filtre sont pratiquement absents (fig. 5-48, *b*).

Après le redressement la courbe de la tension redressée comporte des composantes alternatives, que l'on doit dans une série de cas éliminer de la tension fournie au consommateur. A cet effet on peut utiliser des filtres avec des capacités montées en parallèle et des inductances montées en série, comme représenté sur la fig. 5-49.

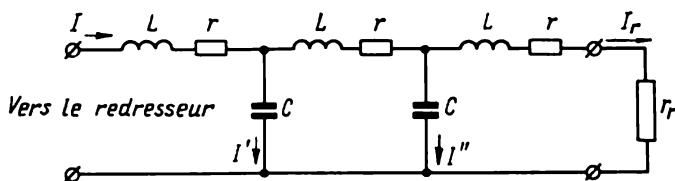


Fig. 5-49. Filtre avec capacités montées en parallèle et inductances montées en série]

Les bobines à inductance L et à faible résistance r possèdent une impédance relativement élevée en courant alternatif et une faible résistance en courant continu. Par conséquent, ce sont les courants

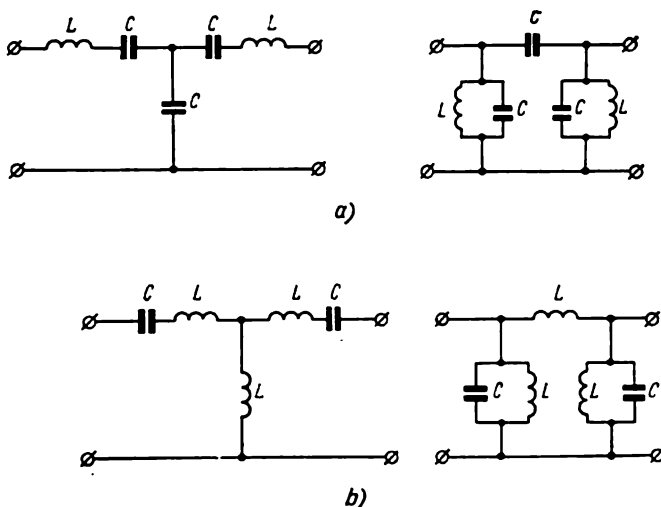


Fig. 5-50. Filtres électriques: a, en T et en π avec un couplage capacitif; b, idem avec un couplage inductif

alternatifs qui seront plus affaiblis sur la portion de circuit entre le redresseur et l'utilisateur. Les capacités branchées en parallèle, possèdent une très faible conductance en courant continu et une forte susceptance en courant alternatif. C'est pourquoi les composantes à courant alternatif I' et I'' seront fermées à travers les capacités C , tandis que la courbe du courant redressé sera débarrassée dans une forte mesure des composantes alternatives.

Une connaissance plus poussée des filtres nous conduit à réaliser des filtres laissant passer des oscillations électriques dans une certaine bande qui sont des filtres passe-bande, ainsi que des filtres laissant ou ne laissant pas passer les oscillations électriques à partir d'une certaine fréquence. De tels filtres se composent de cellules en T ou en π .

Les fig. 5-50, *a* et *b* représentent, à titre d'exemple, diverses variantes de cellules en T et en π .

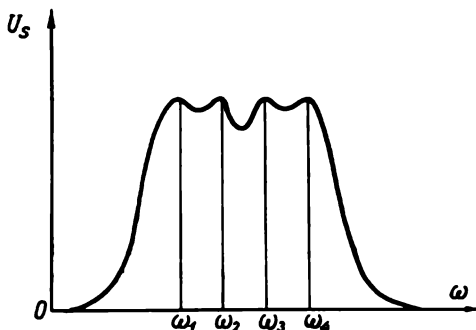


Fig. 5-51. Courbe de la tension à la sortie d'un filtre passe-bande

Le principe de fonctionnement des filtres est basé sur le fait que dans la bande passante d'un filtre passe-bande il y a résonance à $n + 1$ fréquences, n étant le nombre de cellules. La courbe $U_s = f(\omega)$ d'un tel filtre comportant trois cellules est représentée sur la fig. 5-51. Il y a résonance aux pulsations ω_1 , ω_2 , ω_3 et ω_4 .

5-16. Effet de peau

Lorsqu'un courant alternatif circule à travers un conducteur massif, il se produit un *effet de peau* qui se manifeste par une répartition irrégulière du courant dans sa section, la densité de courant étant plus grande vers sa surface et faible suivant son axe.

L'effet de peau a été étudié au par. 3-6. Nous nous restreindrons ici à l'examen des notions physiques concernant ce phénomène et de certains renseignements pratiques.

Divisons conventionnellement un conducteur cylindrique massif parcouru par un courant I en trois cylindres concentriques 1, 2 et 3 ayant des aires égales de section droite (fig. 5-52). On peut diviser le conducteur massif en un plus grand nombre de cylindres concentriques.

Le cylindre interne 3 est embrassé non seulement par les lignes magnétiques du flux magnétique externe Φ_0 mais également par les lignes des flux magnétiques Φ_1 et Φ_2 , qui se ferment à l'intérieur du

conducteur. Respectivement le cylindre 2 est embrassé par les flux magnétiques Φ_0 et Φ_1 , tandis que le cylindre 1 est embrassé exclusivement par le flux magnétique Φ_0 .

Par conséquent, à impédances et sections égales dans ces cylindres sont induites des F.E.M. différentes et les self-inductances des cylindres seront différentes : maximale pour le cylindre interne, et minimale pour le cylindre externe.

C'est pourquoi le courant du cylindre interne est plus faible, et celui du cylindre externe plus grand, tandis que la densité du courant est maximale à la surface du conducteur cylindrique, comme représenté par la courbe de répartition du courant suivant le diamètre de la section transversale, donnée sur la fig. 5-52.

La répartition inégale du courant sur la section droite d'un conducteur équivaut à la diminution de la zone utilisée par le courant en comparaison du cas du passage d'un courant continu et, par conséquent, à une augmentation de la résistance du conducteur.

Par ailleurs, la diminution de la densité du courant vers le centre du conducteur est accompagnée, comme montré, par un déphasage du courant.

L'effet de peau a pour conséquence que la résistance offerte par un conducteur au passage du courant alternatif est toujours plus grande que sa résistance en courant continu.

Les raisonnements exposés ci-dessus mettent en évidence qu'en comparaison de la résistance en courant continu, la résistance offerte au courant alternatif augmente lorsque la fréquence du courant alternatif accroît, de même que lorsqu'augmentent les sections des conducteurs et la perméabilité magnétique du matériau des conducteurs.

Le rapport de la résistance offerte au courant alternatif à la résistance en courant continu $\xi = r_a/r$ est pratiquement égal à une unité pour une section des conducteurs en cuivre et en aluminium allant jusqu'à quelques dizaines de mm^2 à une fréquence de 50 Hz. Pour les conducteurs pleins en acier ce rapport atteint 1,5 à 2,5 pour la même fréquence.

Aux fréquences élevées on peut considérer que seule une fine couche superficielle du conducteur est utilisée pour le transport du courant.

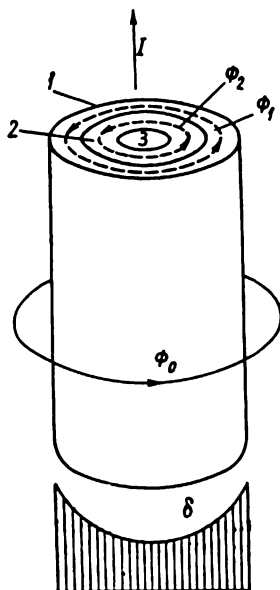


Fig. 5-52. Effet de peau dans un conducteur cylindrique

5-17. Facteur de puissance et son importance économique

La plupart des gros consommateurs d'énergie sont des mécanismes électromagnétiques, par exemple, des machines électriques, des transformateurs, dans lesquels le flux magnétique alternatif embrasse des enroulements. De ce fait, lorsque ces enroulements sont parcourus par un courant alternatif, sont induites des F.E.M., qui provoquent un déphasage φ entre la tension et le courant. En cas d'une faible charge ce déphasage d'ordinaire augmente, donc le

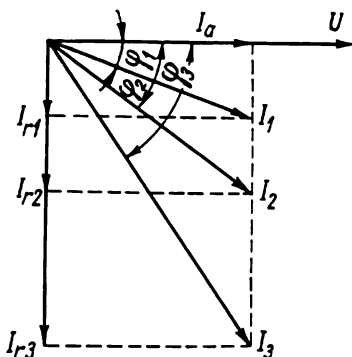


Fig. 5-53. Diagramme vectoriel des courants d'un récepteur pour une puissance invariable et divers facteurs de puissance

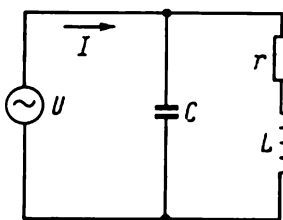


Fig. 5-54. Schéma d'un circuit avec compensation du courant réactif au moyen d'un condensateur monté en parallèle

$\cos \varphi$ diminue. Par exemple, si le $\cos \varphi$ des moteurs à courant alternatif en pleine charge atteint 0,75 à 0,8, pour une faible charge la valeur du $\cos \varphi$ diminue jusqu'à 0,2 à 0,4. Les transformateurs faiblement chargés possèdent également un faible $\cos \varphi$.

C'est pourquoi, si l'on ne prend pas de mesures spéciales, le $\cos \varphi$ global de la charge d'une centrale électrique sera faible et, comme le fait voir l'expérience, il peut diminuer jusqu'à 0,5 à 0,7.

Si la puissance P absorbée par tous les récepteurs dans des circuits donnés est tout à fait déterminée, alors, lorsque la tension aux bornes du récepteur est constante, le courant des récepteurs est $I = P/U \cos \varphi$.

A mesure que le facteur de puissance diminue, le courant de la charge d'une centrale électrique et des postes de distribution augmente, bien que la puissance distribuée reste la même.

Par ailleurs, les générateurs, les transformateurs et les réseaux électriques sont calculés pour une tension et un courant déterminés. C'est pourquoi, par exemple, lorsque $\cos \varphi = 0,5$ au courant de pleine charge des générateurs, des transformateurs et des réseaux, la puissance transmise aux consommateurs d'énergie ne sera égale qu'à 50 % de la puissance, qui aurait pu être débitée avec un $\cos \varphi =$

= 1. Ceci conduit donc à une mauvaise utilisation de la puissance installée des générateurs, des transformateurs et des réseaux électriques.

C'est pourquoi le $\cos \varphi$, qui caractérise l'utilisation de la puissance installée, est souvent appelé *facteur de puissance*.

La représentation vectorielle de la fig. 5-53 fait voir la modification du courant d'un récepteur I en fonction du $\cos \varphi$, la puissance du récepteur restant la même.

En U.R.S.S., un $\cos \varphi$ est considéré normal s'il atteint 0,85 à 0,9. Lorsque le facteur de puissance est faible dans une entreprise consommant de l'énergie électrique, l'entreprise paye une amende, lorsque ce facteur est élevé, elle perçoit une prime.

Afin d'améliorer le facteur de puissance on prend une série de mesures :

a) on remplace les moteurs électriques à courant alternatif faiblement chargés par des moteurs de plus faible puissance ;

b) on utilise des moteurs synchrones, qui font apparaître dans le réseau un courant déphasé en avance, lorsqu'ils sont fortement excités (voir ch. 13) ;

c) on branche des condensateurs en parallèle avec les récepteurs.

Examinons d'une manière concise ce dernier procédé d'amélioration du facteur de puissance. Si on branche en parallèle avec un récepteur à charge inductive une capacité, le courant réactif du récepteur avec une capacité diminue tandis que le $\cos \varphi$ augmente (fig. 5-54). Si avant le branchement de la capacité $\operatorname{tg} \varphi_1 = b_L/g = x_L/r$, alors, pour améliorer le facteur de puissance du récepteur jusqu'à $\cos \varphi_2$, on doit brancher en parallèle avec le récepteur une capacité à susceptance b_C , telle que

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{b_L - b_C}{g},$$

d'où l'on trouve la susceptance nécessaire et la capacité des condensateurs :

$$b_C = \omega C = g (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2) = \frac{P}{U^2} (\operatorname{tg} \varphi_1 - \operatorname{tg} \varphi_2).$$

Il convient d'ajouter que l'amélioration du $\cos \varphi$ des récepteurs, qui fait diminuer le courant de la charge, procure également une diminution des pertes d'énergie dans les réseaux électriques, dans les enroulements des transformateurs et des générateurs.

L'amélioration du $\cos \varphi$ est une tâche extrêmement importante pour l'économie.

CHAPITRE VI

CIRCUITS POLYPHASES

6-1. Notions fondamentales sur les systèmes et circuits polyphasés

Un *circuit polyphasé* est un ensemble de plusieurs circuits monophasés, dans lesquels agissent des F.E.M. de la même fréquence. Le nombre de circuits monophasés faisant partie d'un circuit polyphasé est appelé *nombre de phases*, et un circuit monophasé séparé *phase d'un circuit polyphasé* (ne pas confondre avec la phase d'une F.E.M. ou d'un courant). Un circuit polyphasé est appelé *équilibré* si les impédances de toutes ses phases sont de la même grandeur et ont le même caractère, c'est-à-dire que les impédances complexes de toutes les phases sont identiques. Un circuit polyphasé est appelé *non lié*, si ses phases n'ont pas de connexion électrique, il est *lié* si une telle connexion existe.

L'ensemble des F.E.M. agissant dans un circuit polyphasé est appelé *système de F.E.M. polyphasé*, et l'ensemble des courants parcourant ses phases *système de courants polyphasé*. Un tel système de F.E.M. (de courants) sinusoïdaux est *équilibré* si les amplitudes de toutes les F.E.M. (des courants) sont égales et si toutes les F.E.M. (les courants) du système polyphasé sont déphasées régulièrement les unes sur les autres de $2\pi/m$:

$$\left. \begin{aligned} E_{m \cdot k+1} &= E_{mk}; \\ \alpha &= \psi_{k+1} - \psi_k = 2\pi/m, \end{aligned} \right\} \quad (6-1)$$

où m est le nombre de phases; $E_{m \cdot k+1}$, E_{mk} , ψ_{k+1} , ψ_k sont les amplitudes et les phases d'origine des F.E.M. e_{k+1} et e_k .

Le plus répandu est le système à courant triphasé mis au point, par l'ingénieur russe Dolivo-Dobrovolski en 1891. Nous utiliserons ce système à titre d'exemple au cours de notre exposé, en généralisant les résultats obtenus pour un système avec un nombre de phases quelconque.

La fig. 6-1, *a* représente un modèle de générateur triphasé, dans les encoches statoriques duquel se trouvent les conducteurs de trois enroulements identiques. Pour ne pas encombrer le dessin, chaque enroulement est représenté par une spire. Les axes des enroulements (des phases) du stator sont décalés dans l'espace d'un angle $2\pi/3$ les uns par rapport aux autres. Sur le rotor se trouve un enroulement à courant continu dont les extrémités sont raccordées aux bagues et

à travers des balais appliqués sur celles-ci sont raccordées à la source d'alimentation (sur le dessin les bagues et les balais ne sont pas représentés). Lorsque le rotor tourne avec une vitesse angulaire ω dans le sens horaire, le champ *tournant* coupe d'abord les conducteurs de la phase *A*, puis ceux de la phase *B* et enfin les conducteurs

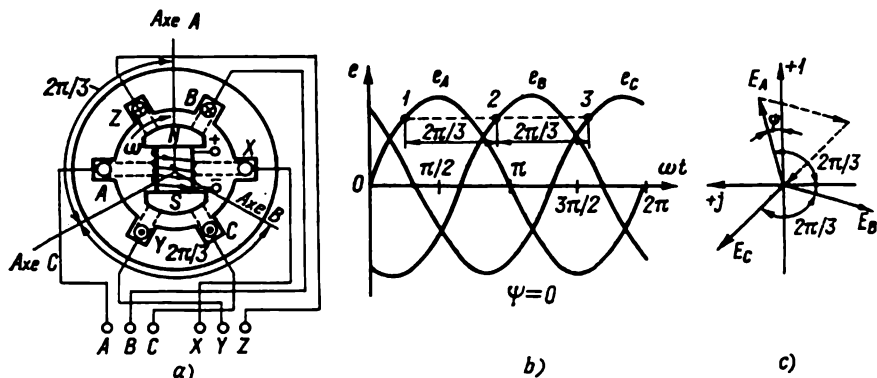


Fig. 6-1. Générateur triphasé: *a*, principe de fonctionnement; *b*, loi de variation des F.E.M.; *c*, diagramme vectoriel des F.E.M.

de la phase *C*. Dans les phases du stator sont induites des F.E.M. sinusoïdales régulièrement déphasées l'une par rapport à l'autre d'un tiers de période (fig. 6-1, *b*):

$$\left. \begin{aligned} e_A &= E_m \sin(\omega t + \psi); \\ e_B &= E_m \sin(\omega t + \psi - 2\pi/3); \\ e_C &= E_m \sin(\omega t + \psi - 4\pi/3), \end{aligned} \right\} \quad (6-2)$$

où E_m est l'amplitude de la F.E.M., ψ le déphasage d'origine de la F.E.M. de la phase *A*.

Alors une valeur déterminée (en grandeur et en signe) quelconque de la F.E.M. apparaît d'abord dans la phase *A*, puis, un tiers de période plus tard, dans la phase *B* et encore un tiers de période après dans la phase *C* (point 1, 2, 3 sur la fig. 6-1, *b*). Un tel système polyphasé est appelé système à succession directe des phases. En cas de représentation des F.E.M. par des vecteurs tournants (fig. 6-1, *c*) ces vecteurs représentatifs passent par rapport à n'importe quel axe en ordre direct: E_A , E_B , E_C .

Si l'ordre de succession est inverse, on obtient un système à succession inverse des phases (*C-B-A*). La F.E.M. d'un système équilibré à succession directe se présente en notation complexe sous la forme suivante

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_A &= E e^{j\psi}; \\ \dot{E}_B &= E e^{j(\psi - 2\pi/3)} = E e^{j\psi} e^{-j2\pi/3} = \dot{E}_A a; \\ \dot{E}_C &= E e^{j(\psi - 4\pi/3)} = E e^{j\psi} e^{-j4\pi/3} = \dot{E}_B a = \dot{E}_A a^2, \end{aligned} \right\} \quad (6-3)$$

où $a = e^{-j2\pi/3} = -\frac{1}{2} - j\sqrt{3}/2$ est un facteur ou « opérateur » d'un système triphasé.

La multiplication d'un vecteur quelconque par l'opérateur a correspond à sa rotation de $2\pi/3$ dans le sens horaire. Dans le cas général pour un système équilibré à m phases on a :

$$\left. \begin{aligned} a_m &= e^{-j2\pi/m} = e^{-j\alpha} = \cos \alpha - j \sin \alpha; \\ \dot{E}_1 &= E e^{j\psi}; \quad \dot{E}_2 = \dot{E}_1 a_m; \quad \dot{E}_3 = \dot{E}_1 a_m^2; \quad \dots; \quad \dot{E}_m = \dot{E}_1 a_m^{m-1}. \end{aligned} \right\} \quad (6-4)$$

Les vecteurs représentant les F.E.M. ou les courants d'un système équilibré forment une étoile symétrique et leur somme est nulle (fig. 6-1, c). Par conséquent, la somme des F.E.M. (des courants) complexes de ce système ainsi que la somme de leurs valeurs instantanées doivent être nulles :

$$\begin{aligned} e_A + e_B + e_C &= 0; \\ \dot{E}_A + \dot{E}_B + \dot{E}_C &= 0. \end{aligned} \quad (6-5)$$

Les trois vecteurs : $1, a, a^2 = e^{-j2\pi/3}$ forment également un système équilibré, c'est pourquoi

$$1 + a + a^2 = 0. \quad (6-6)$$

Dans les systèmes de contrôle et de commande automatique on utilise largement un système diphasé de F.E.M. (de courants) avec

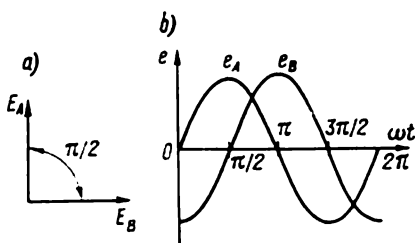


Fig. 6-2. Système diphasé: a, diagramme vectoriel; b, courbes des F.E.M.

un déphasage entre eux $\alpha = \pi/2$, correspondant à un quart de période (fig. 6-2). Ce système n'est pas équilibré même en cas d'égalité des amplitudes des F.E.M., car la F.E.M. e_B est déphasée en arrière sur la F.E.M. e_A de $\pi/2$, tandis que e_A est déphasée en arrière sur e_B de $3\pi/2$. Ce système devient déséquilibré à plus forte raison lorsqu'on perturbe l'égalité des amplitudes des F.E.M. ou on modifie leur déphasage réciproque, ce qui se produit, par exemple, lorsqu'on règle la vitesse des moteurs électriques diphasés.

6-2. Montage en étoile et en triangle (en polygone)

Le montage des phases d'un générateur ou d'un récepteur en étoile est obtenu si l'on connecte ensemble les extrémités du même nom à un point commun appelé *point neutre* (fig. 6-3). Le fil raccordant les points zéro du générateur O' et du récepteur O est appelé *fil neutre*, les autres fils étant appelés *fils de ligne*. On appelle *simples* les F.E.M., les tensions et les courants qui se manifestent dans chacune des phases du générateur ou du récepteur, en les désignant en ce qui suit par E_s , U_s , I_s .

On appelle *grandeurs composées* celles qui se rapportent aux fils de ligne extérieurs. En ce qui suit elles sont désignées par E_{com} ,

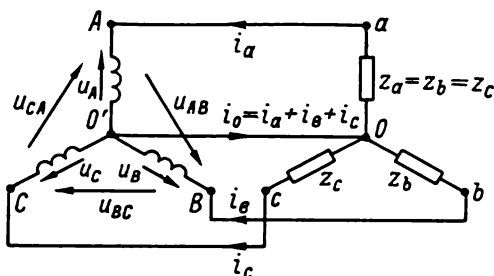


Fig. 6-3. Système triphasé, couplage en étoile

U_{com} , I_{com} . La direction positive des courants composés est posée identique dans tous les conducteurs extérieurs : soit c'est la direction qui va du générateur au récepteur, soit la direction inverse. De façon analogue les F.E.M. ou les tensions composées sont considérées positives si elles sont toutes dirigées de la phase précédente vers la phase suivante (ou bien toutes inversement). Les tensions simples du récepteur sont considérées positives si elles sont dirigées des sorties vers les entrées des phases (ou toutes inversement). Les entrées et les sorties des phases du récepteur sont désignées par des lettres minuscules pour les distinguer des extrémités correspondantes du générateur.

Nous allons établir les relations qui existent entre les grandeurs simples et les grandeurs composées en cas d'un couplage en étoile (fig. 6-3). La direction positive des F.E.M. et des courants dans les phases du générateur est considérée conventionnellement comme la direction allant de l'entrée vers la sortie de chaque phase. Dans les phases du récepteur la direction conventionnellement positive des courants est celle qui va de la sortie vers l'entrée. C'est pourquoi nous prenons comme direction positive de la tension aux bornes de chaque phase du générateur la direction allant de la sortie vers l'entrée de cette phase. C'est dans cette direction que la tension positive fait circuler un courant dans le circuit extérieur.

La valeur instantanée de la tension composée u_{AB} entre les bornes A et B (fig. 6-3) doit être égale à la somme algébrique des tensions

sur n'importe quelle portion du circuit, dont l'origine se situe au point A et l'extrémité au point B . Envisageons, par exemple, la portion $AO'B$ comportant les phases A et B du générateur :

$$u_{AB} = u_B - u_A. \quad (6-7)$$

De même

$$\left. \begin{aligned} u_{BC} &= u_C - u_B; \\ u_{CA} &= u_A - u_C. \end{aligned} \right\} \quad (6-8)$$

Donc la valeur instantanée de la tension composée est égale à la différence entre les valeurs instantanées de deux phases voisines. En notation complexe nous obtenons :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_{AB} &= \dot{U}_B - \dot{U}_A; \\ \dot{U}_{BC} &= \dot{U}_C - \dot{U}_B; \\ \dot{U}_{CA} &= \dot{U}_A - \dot{U}_C. \end{aligned} \right\} \quad (6-9)$$

En traduisant vectoriellement les relations précédentes, on obtient le graphique de la fig. 6-4, a , représentant les tensions d'un système triphasé équilibré. Toutes les tensions simples et, respectivement,

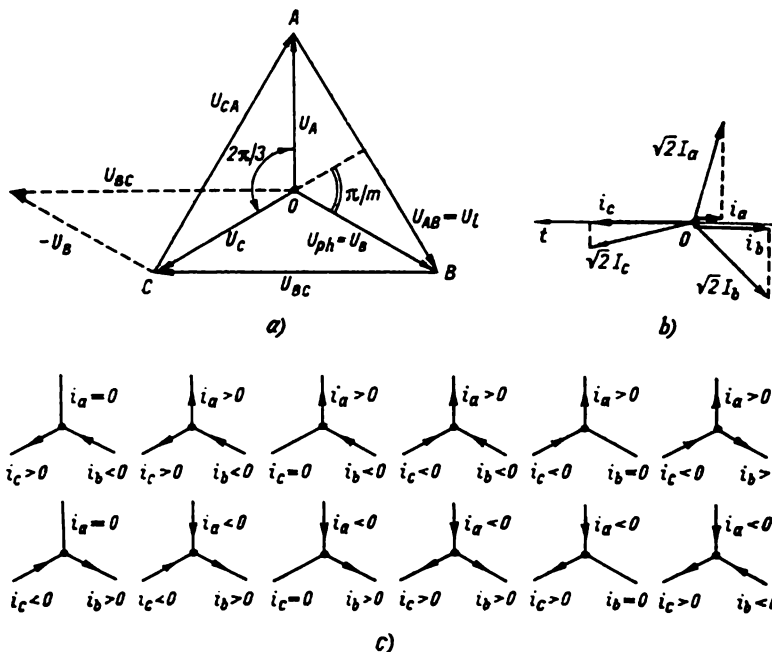


Fig. 6-4. Diagrammes d'un couplage en étoile: a , diagramme vectoriel des tensions; b , diagramme vectoriel des courants; c , répartition des courants dans les phases à divers instants

toutes les tensions composées sont égales entre elles :

$$\left. \begin{aligned} U_s &= U_A = U_B = U_C; \\ U_{\text{com}} &= U_{AB} = U_{BC} = U_{CA}. \end{aligned} \right\} \quad (6-10)$$

En abaissant du centre du diagramme une perpendiculaire sur n'importe quel côté du triangle des tensions composées et en tenant compte de ce qu'en cas général d'un système équilibré à m phases l'angle que fait cette perpendiculaire avec le vecteur voisin de la tension simple est égal à π/m , nous trouvons :

$$U_{\text{com}} = 2U_s \sin \frac{\pi}{m}. \quad (6-11)$$

Pour un système équilibré triphasé ($m = 3$) on a

$$U_{\text{com}} = \sqrt{3} U_s. \quad (6-12)$$

En cas de montage en étoile les courants simples et composés sont égaux :

$$I_{\text{com}} = I_s. \quad (6-13)$$

Les courants I_a , I_b , I_c dans les phases du récepteur équilibré sont égaux entre eux et déphasés les uns par rapport aux autres de la même manière que les tensions U_A , U_B , U_C qui les engendrent, c'est-à-dire de $2\pi/3$. Le système de courants est équilibré (fig. 6-4, *b*) et le courant dans le conducteur neutre est nul :

$$\left. \begin{aligned} i_0 &= i_a + i_b + i_c = 0; \\ \dot{i}_0 &= \dot{i}_a + \dot{i}_b + \dot{i}_c = 0. \end{aligned} \right\} \quad (6-14)$$

En principe on peut supprimer alors le conducteur neutre, ce qui se fait souvent dans la pratique. Il convient de souligner, que le sens réel du courant de telle ou telle phase au moment considéré peut être opposé à celui adopté sur le schéma de la fig. 6-3 pour sens positif et qui est indiqué par des flèches. Par exemple, la valeur instantanée des courants dans les phases au moment où l'étoile tournante des vecteurs de ces courants prend la position représentée sur la fig. 6-4, *b*, est obtenue en projetant ces vecteurs sur l'axe horizontal t . Le courant i_c de la phase c est positif et sa direction coïncide avec celle représentée sur la fig. 6-3. Mais les courants i_a et i_b des phases a et b seront négatifs. Leur direction au moment donné sera opposée à celle adoptée comme direction positive des courants dans ces phases et représentée sur la fig. 6-3. En examinant consécutivement la position de l'étoile des vecteurs des courants tous les $1/12$ de période il est aisé de déterminer la direction réelle des courants dans les phases du récepteur, représentée sur la fig. 6-4, *c*.

Le couplage des phases d'un générateur ou d'un récepteur en polygone est obtenu en raccordant la sortie de chaque phase avec l'entrée de la phase suivante (fig. 6-5). Les équations écrites en vertu

de la première loi de Kirchhoff pour les nœuds a et b nous donnent :

$$\left. \begin{aligned} i_a &= i_{ca} - i_{ab}; \\ i_b &= i_{ab} - i_{bc}; \\ i_c &= i_{bc} - i_{ca}. \end{aligned} \right\} \quad (6-15)$$

La valeur instantanée du courant composé est égale à la diffé-

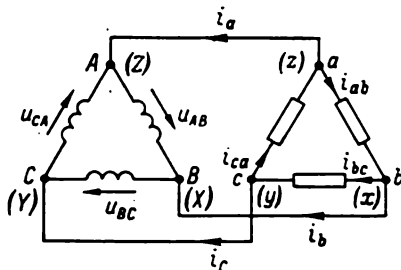


Fig. 6-5. Système triphasé, couplage en triangle

rence entre les valeurs instantanées des courants de deux phases consécutives. En notation complexe :

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a &= \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{ab}; \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{bc}; \\ \dot{I}_c &= \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ca}. \end{aligned} \right\} \quad (6-16)$$

Dans un système équilibré de tensions composées le système de

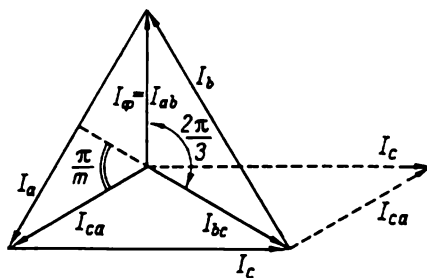


Fig. 6-6. Diagramme vectoriel des courants pour un couplage en triangle

courants simples I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} du récepteur est équilibré (fig. 6-6) :

$$\left. \begin{aligned} i_{ab} + i_{bc} + i_{ca} &= 0; \\ \dot{I}_{ab} + \dot{I}_{bc} + \dot{I}_{ca} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (6-17)$$

On trouve à partir du diagramme représenté sur la fig. 6-6:

$$\left. \begin{aligned} I_s &= I_{ab} = I_{bc} = I_{ca}; \\ I_{com} &= I_a = I_b = I_c; \\ I_{com} &= 2I_s \sin \pi/m; \\ I_{com} &= \sqrt{3}I_s \text{ pour } m = 3. \end{aligned} \right\} \quad (6-18)$$

Les tensions composées et simples en cas de couplage en triangle (en polygone lorsque $m > 3$) sont identiques (par exemple, la tension entre les bornes A et B de la ligne et entre les bornes a et b du récepteur, etc.):

$$U_{com} = U_s. \quad (6-19)$$

6-3. Calcul des circuits triphasés

Le couplage des phases d'un récepteur se fait indépendamment du couplage des phases du générateur. D'ordinaire, en couplant les phases d'un récepteur soit en étoile, soit en triangle en laboratoire,

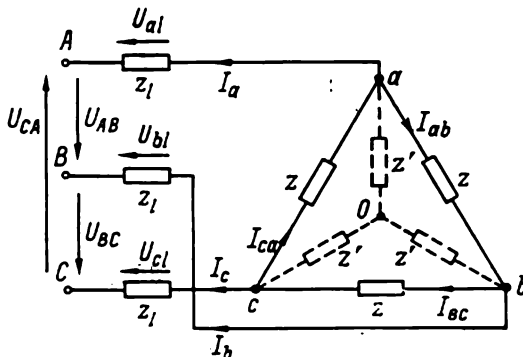


Fig. 6-7. Circuit triphasé équilibré avec couplage en triangle

par exemple, nous ne nous intéressons pas de quelle manière sont couplées les phases du générateur ou du transformateur alimentant le réseau du laboratoire. Le système équilibré triphasé des F.E.M. d'un générateur, indépendamment du couplage de ses phases, peut être considéré soit comme un système de F.E.M. simples, soit comme un système de F.E.M. composées (fig. 6-4, a). Dans le cas le plus simple, quand un récepteur équilibré est couplé en étoile, le calcul est effectué pour chaque phase comme pour un circuit monophasé ordinaire, aux bornes duquel est appliquée une tension simple.

Voyons (fig. 6-7) un cas plus compliqué, à savoir un *circuit triphasé équilibré monté en triangle*, alimenté à partir d'un générateur triphasé; par ailleurs, dans chaque conducteur extérieur est insérée une impédance Z_{com} . Souvent ces impédances sont constituées par les résistances des conducteurs des lignes de transport d'énergie,

parfois elles sont insérées à dessein. Le triangle des impédances Z de la charge peut être transformé en étoile, alors l'impédance de chaque branche de l'étoile est :

$$Z' = \frac{ZZ}{3Z} = \frac{Z}{3} = \frac{r}{3} + j \frac{x}{3} = r' + jx', \quad (6-20)$$

Z , r , x étant respectivement l'impédance complexe, la résistance et la réactance d'une phase du récepteur; Z' , r' , x' idem, pour une branche de l'étoile.

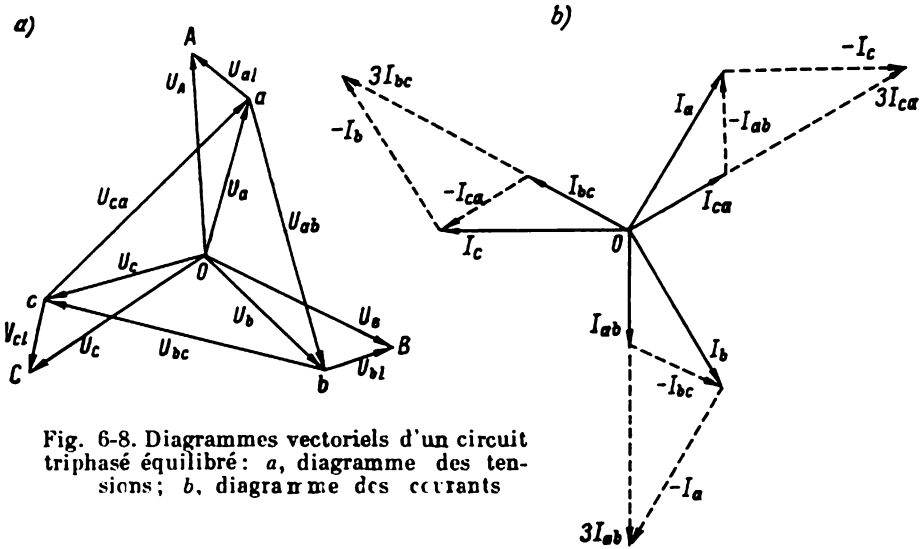


Fig. 6-8. Diagrammes vectoriels d'un circuit triphasé équilibré: a, diagramme des tensions; b, diagramme des courants

L'impédance Z_{com} peut être considérée comme une partie intégrante de la charge totale du générateur couplé en étoile, dont chaque phase a l'impédance égale à

$$Z_s = Z_{com} + Z' = r_{com} + r' + j(x_{com} + x') = r_s + jx_s = z_s e^{j\varphi_s}. \quad (6-21)$$

On obtient alors le circuit représenté sur la fig. 6-3 qui permet de définir aisément tous les courants et toutes les tensions :

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_a &= \frac{\dot{U}_A}{Z_s} = \frac{U_A}{z_s} e^{j(\psi_A - \varphi_s)}, \\ \dot{I}_b &= \dot{I}_a e^{-j2\pi/3}; \quad \dot{I}_c = \dot{I}_a e^{-j4\pi/3}; \\ \dot{U}_{acom} &= \dot{I}_a Z_{com}; \quad \dot{U}_{bcom} = \dot{I}_b Z_{com}; \quad \dot{U}_{ccom} = \dot{I}_c Z_{com}; \\ \dot{U}_a &= \dot{I}_a Z'; \quad \dot{U}_b = \dot{I}_b Z'; \quad \dot{U}_c = \dot{I}_c Z'; \\ \dot{U}_{ab} &= \dot{U}_{ob} - \dot{U}_{oa} = \dot{U}_a e^{-j5\pi/6}; \\ \dot{U}_{bc} &= \dot{U}_{ab} e^{-j2\pi/3}; \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{ab} e^{-j4\pi/3}. \end{aligned} \right\} \quad (6-22)$$

La représentation vectorielle des tensions de ce circuit est donnée sur la fig. 6-8, *a*, en supposant que les impédances Z et Z_{com} ont un caractère résistance-inductance. Remarquons qu'il est impossible de relever les tensions U_{0a} , U_{0b} et U_{0c} d'un récepteur réel couplé en triangle, car physiquement le nœud 0 est absent. Les courants dans ses phases sont déterminés par les expressions (6-16) et (6-17) d'où l'on trouve :

$$\dot{I}_b - \dot{I}_a = 2\dot{I}_{ab} - \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ca} = 3\dot{I}_{ab}.$$

Ceci permet de déterminer le courant $\dot{I}_{ab}$ et d'une façon analogue les autres courants simples d'un récepteur réel :

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_{ab} &= \frac{1}{3}(\dot{I}_b - \dot{I}_a); \\ \dot{I}_{bc} &= \frac{1}{3}(\dot{I}_c - \dot{I}_b); \\ \dot{I}_{ca} &= \frac{1}{3}(\dot{I}_a - \dot{I}_c). \end{aligned} \right\} \quad (6-23)$$

La fig. 6-8, *b* illustre la détermination de ces courants. Ils peuvent être trouvés en vertu de la loi d'Ohm :

$$\dot{I}_{ab} = \dot{U}_{ab}/Z; \quad \dot{I}_{bc} = \dot{U}_{bc}/Z; \quad \dot{I}_{ca} = \dot{U}_{ca}/Z. \quad (6-24)$$

Si l'on ne veut que déterminer les valeurs efficaces de tous les courants et de toutes les tensions, le calcul se simplifie :

$$\left. \begin{aligned} I_{\text{com}} = I_a = I_b = I_c &= U_s / \sqrt{(r_{\text{com}} + r/3)^2 + (x_{\text{com}} + x/3)^2}, \\ I_s = I_{ab} = I_{bc} = I_{ca} &= I_{\text{com}} / \sqrt{3}; \\ U_s = U_{ab} = U_{bc} = U_{ca} &= I_s \sqrt{r^2 + x^2}; \\ \Delta U_{\text{com}} = U_{a\text{com}} = U_{b\text{com}} &= U_{c\text{com}} = \\ &= I_{\text{com}} z_{\text{com}} = I_{\text{com}} \sqrt{r_{\text{com}}^2 + x_{\text{com}}^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6-25)$$

Au cas de plusieurs récepteurs équilibrés alimentés à partir du même générateur (du même réseau) le calcul est effectué de la même façon, après avoir transformé tous les récepteurs en une étoile unique.

Calcul d'un système triphasé déséquilibré. Ce calcul commence également par la transformation du récepteur en étoile équivalente. On obtient en résultat le circuit de la fig. 6-9 qui pour plus de clarté représente également le générateur. S'il y a des impédances insérées dans les conducteurs extérieurs, on les fait entrer dans les impédances simples correspondantes du récepteur transformé en étoile. Dans le cas général le conducteur neutre peut également comporter une certaine impédance. Tous les éléments du circuit seront caractérisés par leur admittance. On peut écrire en vertu de la première loi de Kirchhoff pour n'importe quel point neutre :

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c. \quad (6-26)$$

Chacun de ces courants est égal au produit de la tension correspondante par l'admittance :

$$\dot{I}_0 = \dot{U}_0 Y_0; \quad \dot{I}_a = \dot{U}_a Y_a; \quad \dot{I}_b = \dot{U}_b Y_b; \quad \dot{I}_c = \dot{U}_c Y_c. \quad (6-27)$$

En parcourant le contour supérieur $AaOO'A$ dans le sens horaire, on obtient en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff :

$$\dot{U}_A = \dot{U}_a + \dot{U}_0.$$

D'où l'on tombe sur l'expression de la tension $\dot{U}_a$ et de façon

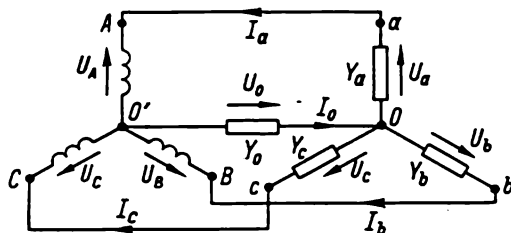


Fig. 6-9. Circuit triphasé déséquilibré

analogue sur l'expression des deux autres tensions simples du récepteur :

$$\dot{U}_a = \dot{U}_A - \dot{U}_0; \quad \dot{U}_b = \dot{U}_B - \dot{U}_0; \quad \dot{U}_c = \dot{U}_C - \dot{U}_0. \quad (6-28)$$

En substituant (6-28) et (6-27) dans (6-26), on obtient :

$$\dot{U}_0 Y_0 = (\dot{U}_A - \dot{U}_0) Y_a + (\dot{U}_B - \dot{U}_0) Y_b + (\dot{U}_C - \dot{U}_0) Y_c.$$

On en trouve la tension entre les points neutres du générateur et du récepteur :

$$U_0 = \frac{\dot{U}_A Y_a + \dot{U}_B Y_b + \dot{U}_C Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0}. \quad (6-29)$$

Le calcul d'un circuit triphasé déséquilibré est effectué dans l'ordre suivant : 1) on détermine $\dot{U}_0$ à l'aide de la formule (6-29); 2) on trouve les tensions simples du récepteur à l'aide des formules (6-28); 3) on calcule les courants à l'aide des formules (6-27). Si plusieurs récepteurs sont alimentés à partir du même réseau, les récepteurs montés en étoile sont transformés en triangle. Puis tous les triangles sont assemblés en un triangle unique qui est lui-même transformé en étoile équivalente. La méthode de calcul exposée est également applicable à un système déséquilibré de tensions de la source, car en déduisant l'expression (6-29), on n'a introduit aucune restriction.

On peut directement trouver les tensions simples du récepteur, sans calculer $\dot{U}_0$. En introduisant (6-29) dans (6-28), on trouve :

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_a &= \frac{\dot{U}_{CA}Y_c - \dot{U}_{AB}Y_b + \dot{U}_AY_0}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0}; \\ \dot{U}_b &= \frac{\dot{U}_{AB}Y_a - \dot{U}_{BC}Y_c + \dot{U}_BY_0}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0}; \\ \dot{U}_c &= \frac{\dot{U}_{BC}Y_b - \dot{U}_{CA}Y_a + \dot{U}_CY_0}{Y_a + Y_b + Y_c + Y_0}. \end{aligned} \right\} \quad (6-30)$$

Il ne faut pas confondre U_c , tension de la phase c du récepteur, et U_C , tension de la phase C du générateur. En l'absence du fil neutre il convient de poser $Y_0 = 0$ dans les expressions (6-30).

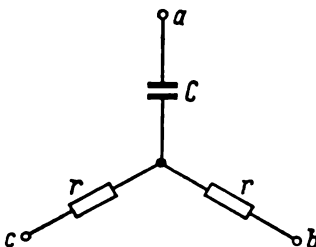


Fig. 6-10. Indicateur de la séquence d'alternance des phases

Déterminons, à titre d'exemple, les tensions simples du récepteur représenté sur la fig. 6-10, dont les admittances de toutes les phases sont identiques :

$$y = \omega C = 1/r.$$

Un tel récepteur est déséquilibré, car l'admittance complexe de la phase a n'est pas égale à l'admittance complexe de la phase b et de la phase c :

$$Y_a = j\omega C = jy; \quad Y_b = Y_c = y.$$

Compte tenu des relations (6-3) et (6-6) nous trouvons à l'aide de la formule (6-29) :

$$\dot{U}_0 = \dot{U}_A \frac{j+a+a^2}{j+2} = \dot{U}_A \frac{j-1}{j+2} = (-0,2 + j0,6) \dot{U}_A = 0,63e^{-j0,604\pi} \dot{U}_A.$$

Tensions simples du récepteur :

$$\begin{aligned} \dot{U}_a &= \dot{U}_A - \dot{U}_0 = (1,2 - j0,6) \dot{U}_A = 1,34e^{-j0,145\pi} \dot{U}_A; \\ \dot{U}_b &= \dot{U}_B - \dot{U}_0 = (a + 0,2 - j0,6) \dot{U}_A = \\ &= (-0,3 - j1,465) \dot{U}_A = 1,495e^{-j0,561\pi} \dot{U}_A; \\ \dot{U}_c &= \dot{U}_C - \dot{U}_0 = (a^2 + 0,2 - j0,6) \dot{U}_A = \\ &= (-0,3 + j0,265) \dot{U}_A = 0,4e^{j0,767\pi} \dot{U}_A. \end{aligned}$$

La représentation vectorielle qui traduit les relations précédentes est donnée sur la fig. 6-11. Vu la tension importante entre les points neutres du générateur et du récepteur, les tensions U_b et U_c de ce dernier diffèrent en grandeur de 3,74 fois. Le schéma de la fig. 6-10 permet de déterminer l'alternance des phases si en qualité de résistances on utilise deux lampes à incandescence. L'une d'elles a une lumière brillante, tandis que le filament de l'autre s'éclaire à peine.

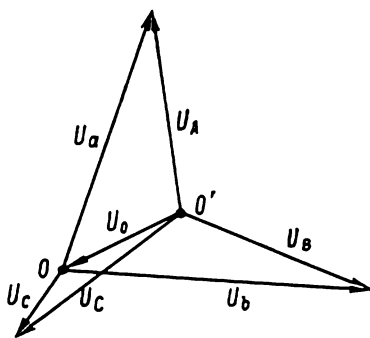


Fig. 6-11. Diagramme vectoriel des tensions de l'indicateur de la séquence d'alternance des phases

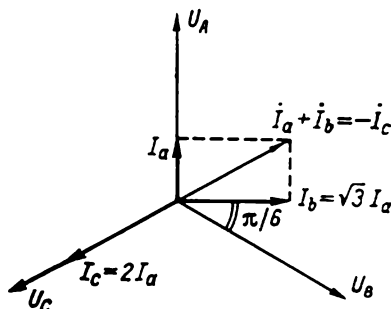


Fig. 6-12. Exemple d'une charge déséquilibrée pour laquelle le courant parcourant le fil neutre est nul

Si on prend comme phase *A* celle qui comprend un condensateur, on doit prendre comme phase *B* celle à laquelle est raccordée la lampe à lumière brillante.

Dans la plupart des cas rencontrés dans la pratique lorsqu'on monte une charge déséquilibrée en étoile avec un fil neutre, le courant parcourant ce dernier diffère de zéro car le système de courants simples est déséquilibré. Cependant on peut concevoir des cas où le courant du fil neutre est nul bien que la charge soit déséquilibrée. Insérons, par exemple, dans les phases *A* et *C* des charges à résistance et dans la phase *B* une charge à résistance et capacité. Choisissons les éléments de façon à ce que $g_c = 2g_a$, $y_b = \sqrt{3}g_a$ et soit un rapport entre la résistance et la réactance de la phase *B* tel que le courant parcourant cette dernière soit déphasé en avance par rapport à la F.E.M. de $\pi/6$. Alors le courant dans la phase *C* est deux fois, et dans la phase *B* $\sqrt{3}$ fois plus grand que le courant dans la phase *A* (fig. 6-12). La somme de ces courants étant nulle, le courant du fil neutre est nul, indépendamment de ce qu'une résistance soit insérée ou non dans ce fil neutre.

6-4. Puissance d'un système polyphasé

La puissance active d'un système équilibré à m phases monté en étoile est m fois supérieure à la puissance d'une seule

phase :

$$P = m U_s I_s \cos \varphi = \frac{m}{2 \sin(\pi/m)} U_{\text{com}} I_{\text{com}} \cos \varphi. \quad (6-31)$$

De façon analogue les puissances réactive et apparente sont données par les expressions :

$$\left. \begin{aligned} Q &= m U_s I_s \sin \varphi = \frac{m}{2 \sin(\pi/m)} U_{\text{com}} I_{\text{com}} \sin \varphi; \\ S &= m U_s I_s = \frac{m}{2 \sin(\pi/m)} U_{\text{com}} I_{\text{com}} = \sqrt{P^2 + Q^2}, \end{aligned} \right\} \quad (6-32)$$

φ étant le déphasage des tensions simples par rapport aux courants simples.

Les expressions obtenues restent valables pour le cas d'un montage polygonal d'un système équilibré car indépendamment du mode de montage on a :

$$U_s I_s = \frac{U_{\text{com}} I_{\text{com}}}{2 \sin(\pi/m)}.$$

Dans le cas particulier d'un système triphasé équilibré ($m = 3$) on trouve

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{3} U_{\text{com}} I_{\text{com}} \cos \varphi; \\ Q &= \sqrt{3} U_{\text{com}} I_{\text{com}} \sin \varphi; \\ S &= \sqrt{3} U_{\text{com}} I_{\text{com}} = \sqrt{P^2 + Q^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6-33)$$

Déterminons les valeurs instantanées de la puissance de chaque phase d'un récepteur triphasé équilibré en cas d'action d'un système équilibré de F.E.M. :

$$\begin{aligned} p_a &= u_a i_a = \sqrt{2} U_s (\sin \omega t) \sqrt{2} I_s \sin (\omega t - \varphi) = \\ &= U_s I_s [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_b &= u_b i_b = \sqrt{2} U_s [\sin (\omega t - 2\pi/3)] \sqrt{2} I_s \sin (\omega t - \varphi - 2\pi/3) = \\ &= U_s I_s [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi - 4\pi/3)]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_c &= u_c i_c = \sqrt{2} U_s [\sin (\omega t - 4\pi/3)] \sqrt{2} I_s \sin (\omega t - \varphi - 4\pi/3) = \\ &= U_s I_s [\cos \varphi - \cos (2\omega t - \varphi - 2\pi/3)]. \end{aligned}$$

Lorsqu'on additionne les puissances instantanées de toutes les trois phases, la somme des seconds termes entre crochets est nulle. C'est pourquoi la puissance instantanée consommée par le récepteur $p = p_a + p_b + p_c = 3 U_s I_s \cos \varphi = P$ ne dépend pas du temps et est égale à la valeur moyenne de la puissance active. Un tel circuit est appelé *équilibré*. On peut démontrer qu'en cas généralisé un système équilibré à m phases dans lequel agit un système de F.E.M. équilibré est équilibré. Les circuits polyphasés déséquilibrés sur

lesquels agit un système de F.E.M. équilibré et les circuits équilibrés avec un système de F.E.M. déséquilibré sont d'ordinaire *déséquilibrés* et leur puissance instantanée varie au cours de chaque période, mais dans certains cas, ils peuvent être équilibrés. Par exemple, le circuit diphasé équilibré avec un système déséquilibré de F.E.M., représenté sur la fig. 6-2, est équilibré :

$$p = p_A + p_B = u_A i_A + u_B i_B = \sqrt{2} U \sin \omega t \sqrt{2} I \sin (\omega t - \varphi) + \\ + \sqrt{2} U \sin (\omega t - \pi/2) \sqrt{2} I \sin (\omega t - \varphi - \pi/2) = UI [2 \cos \varphi - \\ - \cos (2\omega t - \varphi) - \cos (2\omega t - \varphi - \pi)] = 2UI \cos \varphi = \text{const.}$$

Dans un circuit polyphasé déséquilibré les puissances des différentes phases ne sont pas égales entre elles. C'est pourquoi la puissance du circuit entier est déterminée en additionnant les puissances de tous ses éléments, y compris la charge du fil neutre. En notation complexe la puissance d'un circuit déséquilibré triphasé monté en étoile s'écrit :

$$\tilde{S} = \dot{U}_a \dot{I}_a + \dot{U}_b \dot{I}_b + \dot{U}_c \dot{I}_c + \dot{U}_0 \dot{I}_0. \quad (6-34)$$

En tenant compte de ce que

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c,$$

nous trouvons :

$$\tilde{S} = (\dot{U}_a + \dot{U}_0) \dot{I}_a + (\dot{U}_b + \dot{U}_0) \dot{I}_b + (\dot{U}_c + \dot{U}_0) \dot{I}_c = \\ = \dot{U}_A \dot{I}_a + \dot{U}_B \dot{I}_b + \dot{U}_C \dot{I}_c = P - jQ. \quad (6-35)$$

En séparant dans cette expression la partie réelle et la partie imaginaire, nous obtenons la puissance active, réactive et apparente :

$$P = U_A I_a \cos \varphi_a + U_B I_b \cos \varphi_b + U_C I_c \cos \varphi_c; \\ Q = U_A I_a \sin \varphi_a + U_B I_b \sin \varphi_b + U_C I_c \sin \varphi_c; \quad (6-36) \\ S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

où φ_a est le déphasage de la tension U_A de la phase *A du générateur* par rapport au courant dans celle-ci (la détermination de φ_b et de φ_c est analogue).

On peut démontrer que l'expression (6-35) est valable lorsque le récepteur est monté en triangle. Sa puissance est

$$\tilde{S} = \dot{U}_{AB} \dot{I}_{ab} + \dot{U}_{BC} \dot{I}_{bc} + \dot{U}_{CA} \dot{I}_{ca}.$$

En se référant à (6-9) et (6-23) on trouve :

$$\tilde{S} = \frac{1}{3} [(\dot{U}_B - \dot{U}_A) (\dot{I}_b - \dot{I}_a) + (\dot{U}_C - \dot{U}_B) (\dot{I}_c - \dot{I}_b) + \\ + (\dot{U}_A - \dot{U}_C) (\dot{I}_a - \dot{I}_c)] = \frac{2}{3} (\dot{U}_A \dot{I}_a + \dot{U}_B \dot{I}_b + \dot{U}_C \dot{I}_c) - \\ - \frac{1}{3} [\dot{U}_A (\dot{I}_b + \dot{I}_c) + \dot{U}_B (\dot{I}_a + \dot{I}_c) + \dot{U}_C (\dot{I}_b + \dot{I}_a)]. \quad (6-37)$$

Vu que dans ce cas il n'y a pas de fil neutre, on obtient :

$$\dot{I}_a + \dot{I}_b + \dot{I}_c = 0.$$

En partant de cette expression, on peut exprimer la somme de chaque paire de courants au moyen du troisième et en la substituant dans (6-37), on peut écrire :

$$\tilde{S} = \tilde{U}_A \dot{I}_a + \tilde{U}_B \dot{I}_b + \tilde{U}_C \dot{I}_c.$$

Dans le cas général d'un système déséquilibré à m phases on a quel que soit le mode de montage :

$$\begin{aligned} P &= \sum_{k=1}^m U_{sk} I_{sk} \cos \varphi_k; \\ Q &= \sum_{k=1}^m U_{sk} I_{sk} \sin \varphi_k, \end{aligned} \quad (6-38)$$

U_{sk} , I_{sk} , φ_k étant la tension et le courant simples de la phase k du générateur et le déphasage de l'un par rapport à l'autre.

6-5. Le champ magnétique tournant

A l'aide de systèmes polyphasés on peut obtenir un champ magnétique tournant, semblable au champ d'un aimant permanent rectiligne qu'on fait tourner dans l'espace autour d'une ligne perpendiculaire à son axe. Dans le cas le plus simple ce champ est formé par

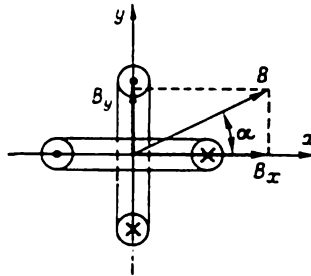


Fig. 6-13. Moyen d'obtenir un champ tournant avec un système diphasé

deux bobines identiques dont les axes sont décalés dans l'espace de $\pi/2$ (fig. 6-13). Alimentons les bobines avec des courants sinusoïdaux, de façon à ce que le courant dans la bobine horizontale, qui crée l'induction B_y , soit déphasé en arrière de $\pi/2$ par rapport au courant dans la bobine verticale créant l'induction B_x . Si les amplitudes des courants parcourant les bobines ne sont pas égales, les valeurs d'amplitude de l'induction magnétique créée par les bobines

au centre seront également différentes :

$$\left. \begin{aligned} B_x &= B_{xm} \sin \omega t; \\ B_y &= B_{ym} \sin (\omega t - \pi/2) = -B_{ym} \cos \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (6-39)$$

L'angle formé par le vecteur de l'induction magnétique $\bar{B}$ et l'axe x est donné par l'expression

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{B_y}{B_x} = -\operatorname{arctg} (\sigma \cotg \omega t), \quad (6-40)$$

où $\sigma = \frac{B_{ym}}{B_{xm}}$.

La direction du vecteur de l'induction magnétique $\bar{B}$ varie continuellement dans le temps, c'est-à-dire que le champ tourne. En exprimant $\sin \omega t$ et $\cos \omega t$ à partir de (6-39) et en tenant compte de ce que $\sin^2 \omega t + \cos^2 \omega t = 1$, nous obtenons :

$$\frac{B_x^2}{B_{xm}^2} + \frac{B_y^2}{B_{ym}^2} = 1. \quad (6-41)$$

Ceci signifie que l'extrémité du vecteur $\bar{B}$ en tournant décrit une ellipse (fig. 6-14, a) avec des demi-axes B_{xm} et B_{ym} . Un tel champ

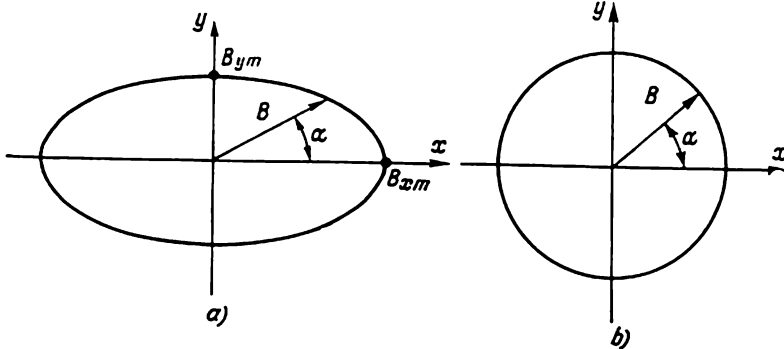


Fig. 6-14. Champ tournant d'un système diphasé : a, elliptique ; b, circulaire

est appelé *elliptique*. La valeur de l'induction magnétique varie de B_{xm} à B_{ym} . La pulsation du champ tournant (vitesse angulaire)

$$\Omega = \frac{\partial \alpha}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \operatorname{arctg} (\sigma \cotg \omega t) = \frac{\sigma \omega}{\sin^2 \omega t + \sigma^2 \cos^2 \omega t} \quad (6-42)$$

varie également, la rotation est uniforme. On utilise un champ elliptique pour des moteurs diphasés à courant alternatif réglables.

Lorsque les amplitudes des courants dans les bobines sont identiques, nous avons :

$$\left. \begin{aligned} B_{xm} &= B_{ym} = B_m; & \sigma &= 1; \\ B_x^2 + B_y^2 &= B_m^2; & \Omega &= \omega. \end{aligned} \right\} \quad (6-43)$$

On obtient ainsi un champ tournant circulaire (fig. 6-14, b), dont le vecteur de l'induction magnétique tourne à une vitesse angulaire constante, tout en restant de grandeur invariable. Ceci lui confère un avantage en comparaison du champ elliptique.

On peut également obtenir un champ tournant circulaire à l'aide de trois bobines (fig. 6-15) dont les axes sont décalés dans l'espace de

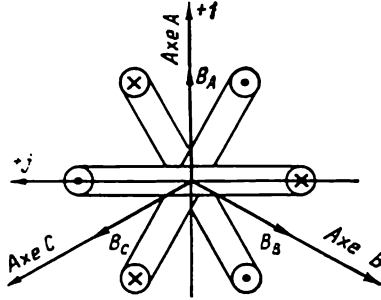


Fig. 6-15. Moyen d'obtenir un champ tournant avec un système triphasé

$2\pi/3$, en les alimentant par un système triphasé équilibré de courants. Le vecteur de l'induction magnétique de chaque bobine ne peut être dirigé que suivant son axe. C'est pourquoi

$$\dot{B}_A = B_A; \quad \dot{B}_B = B_B e^{-j2\pi/3}; \quad \dot{B}_C = B_C e^{-j4\pi/3}.$$

Les valeurs de B_A , B_B et B_C sont déterminées par les courants parcourant les bobines :

$$\left. \begin{aligned} B_A &= B_m \sin \omega t; & B_B &= B_m \sin (\omega t - 2\pi/3); \\ B_C &= B_m \sin (\omega t - 4\pi/3). \end{aligned} \right\} \quad (6-45)$$

En substituant dans ces égalités les sinus par leur expression tirée de la formule d'Euler et en additionnant les vecteurs de l'induction magnétique des trois bobines, nous obtenons le champ résultant :

$$\begin{aligned} \dot{B} &= \dot{B}_A + \dot{B}_B + \dot{B}_C = \left[B_m \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} + \frac{e^{j(\omega t - 2\pi/3)} - e^{-j(\omega t - 2\pi/3)}}{2j} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{e^{j(\omega t - 4\pi/3)} - e^{-j(\omega t - 4\pi/3)}}{2j} \right] = \\ &= \frac{B_m}{2j} [e^{j\omega t} + e^{j(\omega t - 4\pi/3)} + e^{j(\omega t - 8\pi/3)} - \{3e^{-j\omega t}\}]. \end{aligned}$$

La somme des trois premiers termes est nulle, c'est pourquoi

$$B = -\frac{3}{2j} B_m e^{-j\omega t} = \frac{3}{2} B_m e^{-j(\omega t - \pi/2)}. \quad (6-46)$$

Le vecteur de l'induction magnétique, tout en conservant sa valeur égale à $3B_m/2$, tourne d'une manière uniforme dans le sens

négatif (dans le sens horaire) à la vitesse angulaire ω . Le sens de rotation coïncide avec l'ordre de succession du courant dans les phases (les bobines). On peut démontrer de façon analogue que si les bobines sont alimentées par un système de courants à succession inverse, le sens de rotation du champ sera opposé. Pour le passage d'un système de courants avec un ordre de succession à un système de courants avec un autre ordre de succession, il suffit d'interchanger la connexion de deux phases quelconques. Ceci est largement utilisé dans la pratique pour modifier le sens de rotation des moteurs à courant alternatif.

6-6. Transformation du nombre de phases

On a souvent affaire à la transformation du nombre de phases lorsqu'on alimente un récepteur avec un nombre de phases défini à partir d'une source possédant un autre nombre de phases. Il est relativement aisé de transformer les systèmes équilibrés en systèmes équilibrés et les systèmes déséquilibrés en systèmes déséquilibrés.

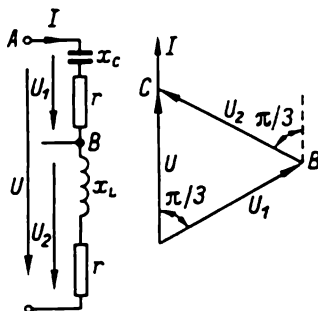


Fig. 6-16. Transformation d'un système monophasé en système triphasé équilibré

Il est plus compliqué de transformer les systèmes déséquilibrés en systèmes équilibrés et inversement, car la puissance d'un système déséquilibré oscille, tandis que dans un système équilibré elle est constante. C'est pourquoi dans un dispositif de transformation on doit introduire des bobines et des condensateurs, dans lesquels l'énergie peut être emmagasinée temporairement. Remarquons qu'un système équilibré de tensions d'une source d'énergie dans une série de cas est transformé en système déséquilibré dans le récepteur (fig. 6-11, par exemple). Ainsi on peut obtenir un système polyphasé équilibré de tensions composées à partir d'un système monophasé si les tensions sur deux éléments voisins quelconques insérés dans un circuit monophasé sont de grandeur égale et déphasés l'un sur l'autre d'un angle $\alpha = 2\pi/m$. La fig. 6-16 représente un circuit qui permet de transformer un système monophasé en système équilibré triphasé. Le circuit est accordé en résonance ($x_L = x_C$), et le rap-

port entre x_c et r est choisi de manière à ce que la tension U_1 soit déphasée en arrière sur le courant I de $\pi/3$. Alors la tension U_2 devance le courant I du même angle et entre les bornes $A-B-C$ du schéma nous obtenons trois tensions formant un système équilibré triphasé. De façon analogue on peut obtenir un système à n'importe quel nombre de phases. L'inconvénient de tels systèmes réside dans le fait que lorsque la charge varie, l'équilibre du système

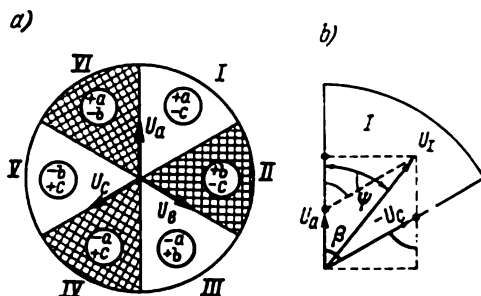


Fig. 6-17. Transformation d'un système triphasé en système polyphasé

de tensions est perturbé. Pour réduire les distorsions, les courants parcourant les éléments du convertisseur doivent être sensiblement supérieurs au courant de la charge, ce qui entraîne une diminution du rendement du convertisseur ($\eta \approx 15\%$).

Il est plus rationnel d'obtenir des systèmes polyphasés à l'aide de transformateurs triphasés. Aux bornes des enroulements secondaires d'un tel transformateur on obtient trois tensions U_a, U_b, U_c , déphasées de $2\pi/3$ (fig. 6-17). La phase d'origine ψ d'une tension U , que l'on veut obtenir, peut correspondre (fig. 6-17, a) à l'une des six zones I à VI. Dans chacune de celles-ci la tension peut être obtenue par une addition appropriée des tensions secondaires:

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_I &= \dot{U}_a - \dot{U}_c; & \dot{U}_{II} &= \dot{U}_b - \dot{U}_c; & \dot{U}_{III} &= \dot{U}_b - \dot{U}_a; \\ \dot{U}_{IV} &= \dot{U}_c - \dot{U}_a; & \dot{U}_V &= \dot{U}_c - \dot{U}_b; & \dot{U}_{VI} &= \dot{U}_a - \dot{U}_b. \end{aligned} \right\} \quad (6-47)$$

La valeur indispensable des tensions U_a et U_c de la zone I (fig. 6-17, b) est égale (pour $\beta = \pi/3$) à:

$$\left. \begin{aligned} U_a &= U_I \cos \psi - U_I \sin \psi \cotg \beta = U_I \left(\cos \psi - \frac{\sin \psi}{\sqrt{3}} \right); \\ U_c &= \frac{U_I \sin \psi}{\cos (\pi/2 - \beta)} = \frac{2}{\sqrt{3}} U_I \sin \psi. \end{aligned} \right\} \quad (6-48)$$

Lorsqu'on connaît ces tensions, il est aisé de déterminer les nombres de spires w_a, w_c des enroulements secondaires du transformateur

à partir de l'expression donnant les valeurs efficaces de la tension :

$$w_a = \frac{U_a}{4,44f\Phi_m} ; \quad w_c = \frac{U_c}{4,44f\Phi_m} , \quad (6-49)$$

où f est la fréquence ; Φ_m l'amplitude du flux dans le noyau du transformateur.

On détermine de façon analogue les nombres de spires pour les tensions U_{II} à U_{VI} .

Dans un cas généralisé, pour obtenir un système de tensions à m phases, il faut disposer de $2m$ enroulements secondaires. Dans les

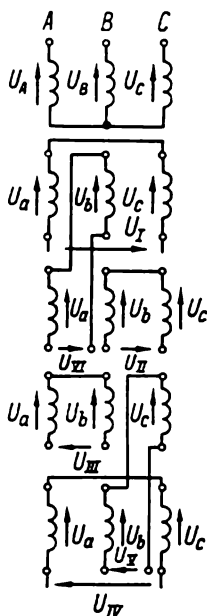


Fig. 6-18. Couplage des enroulements d'un transformateur triphasé pour obtenir un système de tensions hexaphasé à phases d'origine assignées

cas particuliers, où l'une des deux composantes d'une tension quelconque est nulle, cette tension peut être obtenue avec un seul enroulement. La fig. 6-18 représente le schéma d'un convertisseur avec un système de tensions hexaphasé sur le côté secondaire. Les enroulements primaires du transformateur sont montés en étoile et branchés à un réseau triphasé à courant alternatif. Le montage des enroulements secondaires est réalisé suivant les équations (6-47).

6-7. Avantages des systèmes polyphasés

Les schémas électriques des systèmes polyphasés sont plus compliqués, mais en comparaison des systèmes monophasés, ces systèmes bénéficient d'une série d'avantages, que nous allons examiner en nous basant sur l'exemple d'un système triphasé.

1. Lorsqu'on dispose d'un générateur triphasé ou d'un transformateur monté en étoile avec un fil neutre, on est en état d'alimenter des récepteurs avec des tensions nominales différentes. Pour des récepteurs monophasés Z_a, Z_b, Z_c à montage étoilé (fig. 6-19) cette tension est égale à la tension simple. Pour les autres récepteurs elle est égale à la tension composée. Nous remarquerons, par ailleurs, qu'on n'insère pas de coupe-circuit dans le fil neutre, car s'il vient à griller, les tensions simples deviennent inégales, ce qui entraîne la mise hors service des récepteurs dont la tension aux bornes est alors supérieure à la tension simple.

2. Le montage en étoile est souvent réalisé sans fil neutre, ce qui permet d'économiser du cuivre lorsqu'on construit des lignes de transport d'énergie électrique à longue distance. Dans des systèmes à fil neutre la section de ce dernier est prise inférieure à la section de n'importe quel conducteur de ligne, car d'ordinaire le déséquilibre

des courants simples est faible et le courant parcourant le fil neutre n'est pas très grand. Le montage en triangle donne une plus faible économie de cuivre (13,5 % au lieu de 50 %), cependant l'effet obtenu est également sensible pour des lignes de grande longueur.

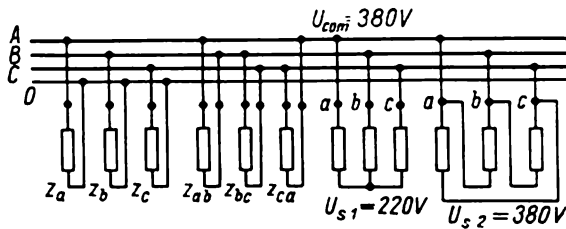


Fig. 6-19. Divers moyens de brancher des récepteurs sur un secteur à courant alternatif

3. Les systèmes polyphasés permettent de créer aisément un champ magnétique tournant et de concevoir des moteurs à courant alternatif de construction simple, bon marché et fiables en service.

4. La transformation du nombre de phases des systèmes polyphasés offre des possibilités supplémentaires pour la résolution de problèmes techniques importants. Citons, à titre d'exemple, la transformation d'un système monophasé en système diphasé pour l'alimentation des moteurs asynchrones diphasés.

5. L'utilisation des systèmes équilibrés triphasés pour la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique dans les moteurs et la transformation inverse dans les générateurs permet d'éliminer la pulsation du couple moteur.

CIRCUITS MAGNÉTIQUES ET BOBINES AVEC NOYAUX FERROMAGNÉTIQUES DANS LES CIRCUITS À COURANT ALTERNATIF

7-1. Circuit magnétique

Les machines électriques, les relais, les électro-aimants de levage et autres appareils sont des dispositifs électromagnétiques dont on doit étudier et calculer non seulement le circuit électrique, mais aussi le circuit magnétique.

La plupart des circuits magnétiques des dispositifs électromagnétiques est réalisée en acier ou autres matériaux ferromagnétiques.

Voyons les notions fondamentales se rapportant au calcul des circuits magnétiques avec des forces magnétomotrices constantes. Les caractéristiques des matériaux ferromagnétiques sont données au par. 2-4.

Le plus simple circuit magnétique est, par exemple, un tore avec un enroulement à répartition régulière, parcouru par un courant

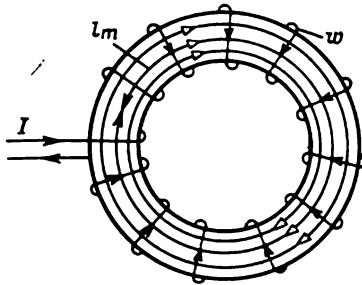


Fig. 7-1. Circuit magnétique simple

(fig. 7-1). Lors du passage d'un courant des lignes magnétiques circulaires, dont la direction peut être déterminée selon la règle de la vis droite, apparaissent dans le tore. Si ce tore est suffisamment fin, les longueurs des lignes magnétiques diffèrent peu de celle de la ligne médiane l_m . Soit un enroulement de tore parcouru par un courant I et possédant w spires, l'aire de la section droite du tore étant égale à s , la perméabilité du matériau étant μ .

Déterminons le flux Φ du circuit magnétique, qui se ferme à l'intérieur du tore.

Les lignes magnétiques fermées à l'intérieur du tore embrassent le courant autant de fois qu'il y a de spires dans l'enroulement, c'est

pourquoi en vertu de la loi de courant total on peut écrire pour ces lignes magnétiques :

$$\oint H dl = Iw.$$

Chaque élément d'une ligne magnétique circulaire étant symétrique par rapport à l'enroulement, on peut considérer que l'intensité du champ magnétique H est identique en chaque point d'une ligne magnétique circulaire à longueur moyenne l_m , donc :

$$Hl_m = Iw \text{ et } H = Iw/l_m.$$

Si la répartition de l'induction magnétique sur l'aire de la section droite s est suffisamment uniforme, le flux magnétique peut être exprimé par

$$\Phi = Bs = \mu Hs = \frac{Iw}{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{l_m}{s}}.$$

Le produit Iw représente la force magnétomotrice (F.M.M.) F de l'enroulement. L'expression au dénominateur est analogue à l'expression de la résistance électrique d'un conducteur de longueur l_m dont la section droite est s . La perméabilité μ est analogue à la conductivité. L'expression au dénominateur toute entière est appelée résistance magnétique ou mieux *réluctance* du circuit magnétique, on la désigne par R_m .

Par conséquent, le *flux magnétique* Φ , en webers, est égal au quotient de la F.M.M. F , en ampères, par la *réluctance* R_m , en $1/H$:

$$\Phi = F/R_m. \quad (7-1)$$

La formule que nous avons obtenue constitue la loi du circuit magnétique ou loi d'Hopkinson et présente une analogie formelle avec la loi du circuit électrique, la loi d'Ohm.

On démontre que cette expression, obtenue pour le cas particulier du tore, est valable pour n'importe quel circuit magnétique. Si un circuit magnétique comporte n tronçons en série, on trouve la réluctance R_m en ajoutant les réluctances des tronçons :

$$R_m = \sum_{h=1}^n \frac{l_h}{\mu_h s_h}.$$

Soulignons une fois de plus que l'analogie qui existe entre l'expression (7-1) et la formule exprimant la loi d'Ohm est purement formelle, car la notion de flux magnétique n'est pas équivalente à la notion de courant d'un circuit électrique.

On pourrait croire que, de même que pour la loi d'Ohm, la formule (7-1) permet de calculer avec succès les circuits magnétiques. Cependant une série de considération s'oppose à l'application de cette expression au calcul des circuits magnétiques. La perméabilité μ des

matériaux ferromagnétiques dépend de la valeur de l'induction magnétique. Contrairement à la résistivité qui pour les conducteurs et les isolants peut différer de dizaines d'ordres de grandeur, la perméabilité même des métaux ferromagnétiques, n'est que de quelques centaines ou milliers de fois supérieure à la perméabilité des matières magnétiques environnant les circuits magnétiques. Donc, le flux magnétique peut être fermé parallèlement, à travers ces matières non magnétiques. On utilise parfois la formule de la loi du circuit magnétique pour calculer le flux magnétique dans un tronçon quelconque du circuit magnétique, la force magnétomotrice étant donnée, pour trouver le flux magnétique entre les surfaces planes parallèles, pour déterminer le flux graphiquement, etc.

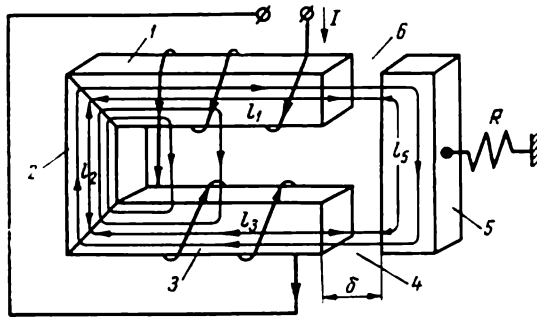


Fig. 7-2. Circuit magnétique d'un électro-aimant avec armature

On utilise plus souvent une méthode pratique de calcul où, le flux magnétique étant assigné, on calcule la F.M.M. de l'enroulement magnétisant, nécessaire pour obtenir ce flux. Dans certains cas on détermine pour diverses valeurs du flux magnétique Φ les F.M.M. F nécessaires et on construit la courbe d'aimantation $\Phi = f(F)$. Cette méthode consiste à diviser le circuit magnétique en n tronçons, à déterminer la F.M.M. $H_k l_k$ de chaque tronçon en supposant que l'intensité du champ magnétique est invariable dans chaque tronçon, et à ajouter ces F.M.M. sur le contour fermé du circuit magnétique. Dans ce cas le théorème d'Ampère s'exprime par :

$$\sum_{k=1}^n H_k l_k = F. \quad (7-2)$$

Voyons l'exemple du calcul du circuit magnétique d'un électro-aimant avec une armature (fig. 7-2). Pour calculer le circuit magnétique il faut avoir l'esquisse du circuit magnétique et la courbe d'aimantation des noyaux et de l'armature de l'électro-aimant.

La force portante théorique de l'armature de l'électro-aimant doit être supérieure à l'effort du ressort R , qui s'oppose en cas de son extension à la force portante de l'armature.

D'après la formule qui donne la force portante d'un électro-aimant (par. 2-10) on détermine le flux magnétique Φ indispensable dans les entrefers δ .

Le dessin fait voir qu'à part les lignes du flux magnétique fermées à travers l'entrefer et créant la force portante, il existe également des lignes magnétiques qui se ferment en dehors de l'armature.

Ces lignes magnétiques constituent ce qu'on appelle le *flux de fuite* Φ_f qui ne prend pas part à la création de la force portante utile. Mais, par ailleurs, ce flux magnétique charge les noyaux de l'électro-aimant et doit être pris en considération au cours du calcul. D'ordinaire on tient compte du flux de fuite en introduisant un *coefficient de fuites magnétiques ou coefficient d'Hopkinson* σ égal au rapport du flux $\Phi + \Phi_f$ au flux utile:

$$\sigma = \frac{\Phi + \Phi_f}{\Phi} = 1 + \frac{\Phi_f}{\Phi}. \quad (7-3)$$

La valeur du coefficient de fuites va d'ordinaire de 1,1 à 1,3. Au besoin après le calcul préalable on précise ultérieurement le coefficient de fuites.

Divisons le circuit magnétique (fig. 7-2) en six tronçons, dont deux sont les entrefers.

Tableau 7-1

Calcul d'un circuit magnétique

Tronçons	Φ	B	H	l	Hl
1	$\Phi_1 = \frac{1+\sigma}{2} \Phi$	$B_1 = \Phi_1/s_1$	H_1	l_1	$H_1 l_1$
2	$\Phi_2 = (1+\sigma) \Phi$	$B_2 = \Phi_2/s_2$	H_2	l_2	$H_2 l_2$
3	$\Phi_3 = \frac{1+\sigma}{2} \Phi$	$B_3 = \Phi_3/s_3$	H_3	l_3	$H_3 l_3$
4	$\Phi_4 = \Phi$	$B_4 = \Phi_4/s_4$	$H_4 = B_4/\mu_0$	δ	$H_4 \delta$
5	$\Phi_5 = \Phi$	$B_5 = \Phi_5/s_5$	H_5	l_5	$H_5 l_5$
6	$\Phi_6 = \Phi$	$B_6 = \Phi_6/s_6$	$H_6 = B_6/\mu_0$	δ	$H_6 \delta$

$$P = Iw = \sum_{k=1}^6 H_k l_k.$$

Traçons sur l'esquisse du circuit magnétique les lignes magnétiques et mettons en relief la ligne médiane, qui passe par le milieu de la section droite. Mesurons les longueurs des lignes médianes de chaque tronçon : $l_1, l_2, l_3, \delta, l_5$ et δ . Le flux magnétique de l'armature est égal à Φ , tandis que celui du noyau 2 à $\Phi_2 = \Phi + \Phi_f$. Les flux magnétiques des tronçons 1 et 3 sont en moyenne égaux à $\Phi_1 = \Phi_3 = \frac{1+\sigma}{2} \Phi$.

Dressons un tableau de calcul du circuit (tableau 7-1).

Dans la première colonne nous inscrivons les valeurs des flux magnétiques des différents tronçons. Dans la seconde colonne nous inscrivons les valeurs des inductions magnétiques de tous les tronçons calculées à l'aide des expressions données plus haut. Lorsqu'on calcule les inductions magnétiques B_4 et B_6 dans les entrefers, on

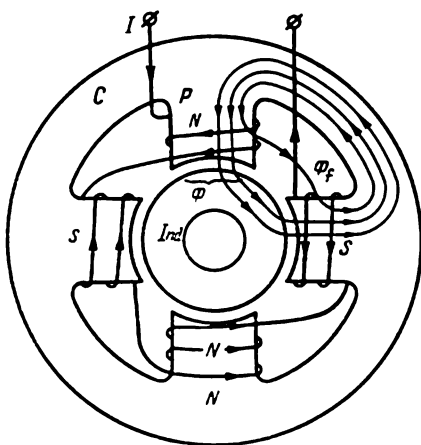


Fig. 7-3. Esquisse du circuit magnétique d'une machine électrique à quatre pôles

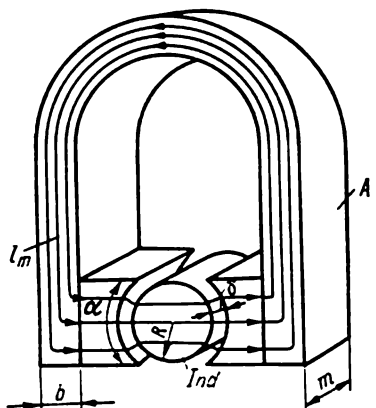


Fig. 7-4. Esquisse du circuit magnétique d'un appareil magnéto-électrique

considère que l'entrefer est faible et que les lignes magnétiques sont parallèles aux faces latérales des noyaux 1 et 3. On inscrit dans la troisième colonne les intensités du champ magnétique. Pour les tronçons 1, 2, 3 et 5 les intensités du champ magnétique sont déterminées à l'aide des courbes d'aimantation $B = f(H)$ des matériaux des noyaux et de l'armature de l'électro-aimant. Pour l'entrefer l'intensité du champ magnétique est déterminée au moyen de l'expression $H = B/\mu_0$, μ_0 étant la perméabilité du vide. Puis on détermine les F.M.M. des tronçons : $F_1 = H_1 l_1$, $F_2 = H_2 l_2$, etc. En ajoutant ces F.M.M., on obtient la F.M.M. $F = Iw$ de l'enroulement de l'électro-aimant, qui est nécessaire pour obtenir le flux magnétique calculé dans l'entrefer.

Si l'on veut construire la courbe $\Phi = f(Iw)$, ce calcul est refait pour chaque point de la courbe. Le problème inverse — déterminer la valeur du flux magnétique, le courant I de l'enroulement étant donné — est résolu en utilisant la courbe $\Phi = f(I)$ obtenue.

Dans une série de cas les circuits magnétiques peuvent être dérivés. L'esquisse du circuit magnétique d'une machine électrique à quatre pôles (fig. 7-3) représente la répartition approximative des flux magnétiques dans le circuit pour deux moitiés de pôles. La valeur théorique du flux magnétique Φ pénétrant dans l'induit I est déterminée par la F.E.M. imposée, engendrée dans l'induit, lorsque ce dernier tourne. Dans l'induit le flux magnétique Φ est réparti entre deux branches, dans chacune desquelles le flux est égal à $\Phi/2$. Le flux magnétique moyen des pôles est égal à la somme du flux Φ et de la moitié du flux de fuite. Le flux magnétique $(1 + \sigma) \Phi$ est réparti entre deux branches du circuit magnétique de la culasse C .

Pour déterminer la F.M.M. nécessaire des enroulements d'une paire de pôles voisins, il faut ajouter les F.M.M. des tronçons de n'importe quelle ligne magnétique fermée du flux Φ .

7-2. Circuits magnétiques à aimants permanents

Dans les appareils et les machines électriques de faible puissance on utilise largement des aimants permanents. Traitons à titre d'exemple le calcul approché du circuit magnétique d'un appareil de mesure à système magnéto-électrique (fig. 7-4) avec un aimant permanent en fer à cheval A . Son flux magnétique passe par les noyaux de l'aimant, les épanouissements polaires en acier doux, les entrefers δ et l'induit I . La longueur de la ligne magnétique moyenne dans les noyaux est égale à l_m .

Soit B_δ l'induction magnétique nécessaire dans les entrefers. Le flux magnétique Φ passant alors à travers l'entrefer est égal à

$$\Phi = \alpha RmB_\delta,$$

R étant le rayon de l'alésage des épanouissements polaires, α l'arc de la circonférence occupé par les pôles, m la largeur de l'aimant en direction perpendiculaire au plan du dessin.

En négligeant les fuites entre les pôles et en considérant que la largeur m de l'aimant, des noyaux et de l'induit est identique, nous obtenons l'induction magnétique dans les pôles de l'aimant :

$$bmB = \alpha RmB_\delta, \text{ d'où } B = \frac{\alpha R}{b} B_\delta,$$

b étant l'épaisseur du noyau de l'aimant.

Supposons que la courbe de la fig. 7-5 représente une partie de la boucle d'hystérésis du métal de l'aimant. La partie en trait continu comprise dans les limites entre le point de l'induction magnétique rémanente B_r ($H = 0$) et le point de la force coercitive H_c ($B = 0$) est appelée *courbe de désaimantation*.

Si le circuit magnétique était un aimant annulaire fermé, l'induction magnétique dans le noyau en l'absence d'aimantation serait égale à l'induction rémanente B_r . Dans un aimant en fer à cheval ouvert l'induction magnétique est inférieure à B_r .

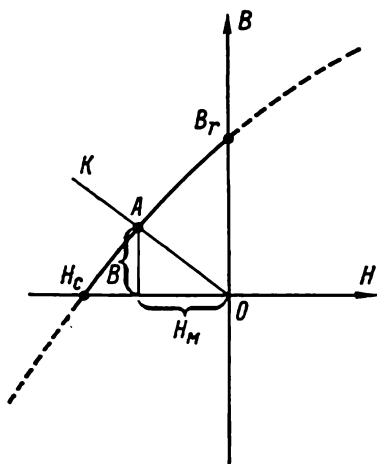


Fig. 7-5. Courbe de désaimantation d'un aimant permanent

Si l'intensité du champ magnétique dans les noyaux est égale à H_m , alors en l'absence de F.M.M. extérieure on a en vertu du théorème d'Ampère:

$$H_m l_m + 2 \frac{B_\delta}{\mu_0} \delta = 0.$$

D'où nous obtenons en tenant compte de la relation entre les inductions B et B_δ obtenue plus haut

$$H_m = - \frac{2\delta}{l_m} \frac{b}{\alpha R} \frac{B}{\mu_0}.$$

L'équation que nous venons de déduire détermine la droite OK qui passe par l'origine des coordonnées. D'une part, l'état magnétique du circuit n'est déterminé que par les points se situant sur cette droite, d'autre part, ces points doivent se situer sur la courbe de désaimantation, c'est pourquoi le point A qui détermine l'état magnétique du circuit est le point où la droite OK et la courbe de désaimantation se coupent. Les coordonnées de ce point donnent l'intensité du champ magnétique H_m et l'induction magnétique B .

Pour préparer des aimants permanents on utilise des alliages à induction rémanente et forces coercitives élevées. La qualité du matériau d'un aimant permanent est déterminée par la valeur maximale de l'énergie par unité de volume du matériau $(BH)_{\max}$ donnée par la courbe d'aimantation.

7-3. Bobine à noyau ferromagnétique dans un circuit à courant alternatif

En électrotechnique on utilise divers éléments non linéaires : résistances non linéaires, condensateurs non linéaires, bobines à noyau en matériau ferromagnétique, etc. Examinons le cas très fréquent du branchement dans un circuit à courant alternatif d'une bobine à noyau en matériau ferromagnétique. Dans les appareils électromagnétiques pour courants à fréquence industrielle ces noyaux sont d'ordinaire en acier.

Supposons qu'une tension sinusoïdale est appliquée à une bobine à noyau en acier. La résistance r du circuit de la bobine est générale-

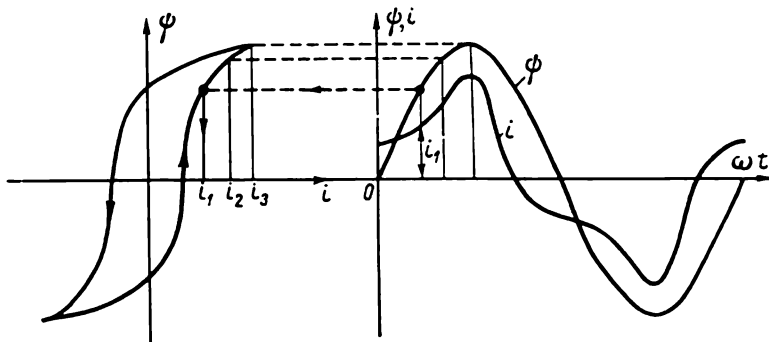


Fig. 7-6. Courbes du flux $\psi = f_1(t)$ et du courant $i = f_2(t)$ d'un circuit à noyau en acier

ment faible et on peut la négliger. La tension appliquée est alors entièrement équilibrée par la force contre-électromotrice induite par le flux magnétique sinusoïdal total $\psi = \Psi_m \sin \omega t$.

La fig. 7-6 représente les courbes qui permettent de déterminer les courants i pour chaque valeur instantanée du flux total. La courbe $\psi(i)$ est semblable à cycle d'hystérésis $B = f(H)$, car l'induction magnétique est proportionnelle à ψ , tandis que l'intensité du champ magnétique H est proportionnelle au courant. La courbe du courant $i = f(t)$ est tracée en trouvant les valeurs du courant pour diverses valeurs du flux magnétique ψ aux instants correspondants, comme représenté sur la fig. 7-6. En raccordant les points obtenus nous aurons la courbe de la variation du courant dans le temps. La courbe du courant n'est pas sinusoïdale, par ailleurs, le courant passe par zéro avant le flux magnétique, c'est-à-dire que le flux est déphasé en arrière par rapport au courant. Les courants de Foucault induits dans le noyau sont la cause d'un déphasage supplémentaire du flux magnétique par rapport au courant.

En remplaçant le courant alternatif non sinusoïdal par un courant sinusoïdal équivalent (voir par. 5-14), construisons le diagramme vectoriel du circuit considéré. Nous allons tenir compte de ce

qu'à part le flux magnétique fermé à travers le noyau en acier, les spires de la bobine embrassent également le flux de fuite Φ_f passant surtout par l'air et se trouvant pour cette raison en phase avec le courant.

Construisons d'abord un diagramme vectoriel simplifié du circuit, sans tenir compte du flux de fuite et de la chute de tension sur la résistance (fig. 7-7, a).

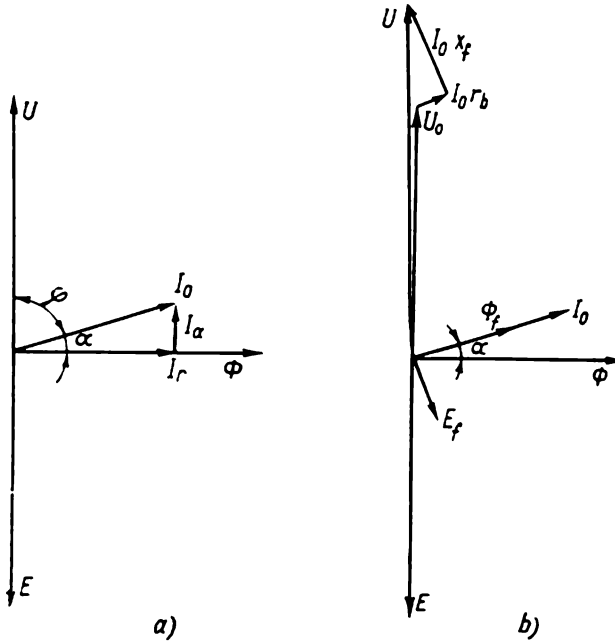


Fig. 7-7. Diagramme vectoriel d'une bobine avec noyau en matériau ferromagnétique : a, au cas d'une très faible résistance de la bobine ; b, compte tenu de la résistance de la bobine

Le vecteur du flux magnétique principal Φ est déphasé en arrière par rapport au courant du circuit I_0 d'un angle α , qui est déterminé par les pertes dans le noyau. La F.E.M. induite dans la bobine à noyau est déphasée en arrière par rapport au flux magnétique d'un angle $\pi/2$ et équilibrée par la tension appliquée U . L'angle α entre le courant et le vecteur du flux magnétique principal est appelé *angle des pertes magnétiques*, *angle de retard magnétique*, ou bien *angle hystérétique*.

L'angle de retard magnétique est donné par l'expression

$$\alpha = \arcsin \frac{P_{ac}}{U^2 y}, \quad (7-4)$$

P_{ac} étant les pertes dans l'acier du noyau dues à l'hystérésis et aux courants de Foucault ; $y = I_0/U$ l'admittance du circuit.

L'angle α est faible et les valeurs de I_0 et I_r diffèrent peu, c'est pourquoi au cours de calculs on remplace souvent l'intensité du courant I_0 par la valeur du courant réactif I_r , ce qui en pratique n'influe pas sur la précision des calculs.

Lorsqu'on tient compte de la résistance du circuit et du flux de fuite, le diagramme vectoriel est complété par les vecteurs représentant les composantes de la tension appliquée (fig. 7-7, b). Dans ce cas la tension appliquée aux bornes de la bobine, à part la composante U_0 qui équilibre la F.E.M. due au flux principal, aura les deux autres composantes, égales à la chute de tension sur la résistance de la bobine $I_0 r_b$ et à la chute de tension sur la réactance $I_0 x_r$, due au flux de fuite Φ_r de la bobine et déphasée en avance par rapport au courant I_0 d'un angle $\pi/2$.

La réactance de la bobine est égale à $x_r = \omega L_r$, L_r étant l'inductance due au flux de fuite.

Les composantes active et réactive du courant I_a et I_r dépendent de la F.E.M. $\dot{E} = - \dot{U}_0$ induite par le flux principal Φ , c'est pourquoi ces composantes peuvent être trouvées en multipliant la conductance g et la susceptance b_L par la tension U_0 . La conductance et la susceptance sont données par les équations suivantes :

$$\left. \begin{aligned} b_L &= I_r / U_0 = I_r / E ; \\ g &= I_a / U_0 = P_{ac} / U_0^2 . \end{aligned} \right\} \quad (7-5)$$

En partant des considérations exposées ci-dessus on tombe sur les équations suivantes en expression symbolique :

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{I}_a + \dot{I}_r = (g - jb_L) \dot{U}_0 ; \\ \dot{U} &= \dot{U}_0 + (r_b + jx_r) \dot{I}_0 . \end{aligned} \right\} \quad (7-6)$$

La représentation vectorielle de ces expressions est donnée sur la fig. 7-7, b.

En nous basant sur ces expressions, nous sommes en état de représenter le schéma d'un circuit équivalent d'une bobine avec un noyau ferromagnétique ou, en bref, un circuit équivalent. Dans un tel circuit équivalent la répartition des courants, des tensions et des puissances doit être la même que dans le dispositif réel. L'étude des circuits équivalents de divers dispositifs réels facilite l'étude de ces dispositifs.

La fig. 7-8 représente des schémas équivalents construits suivant les expressions (7-6) pour le couplage en parallèle de la conductance et de la susceptance (fig. 7-8, a) et pour le couplage en série de la résistance et de la self-inductance (fig. 7-8, b). Sur le schéma de la fig. 7-8, b :

$$r_a = \frac{g}{b_L^2 + g^2} \quad \text{et} \quad x = \frac{b_L}{b_L^2 + g^2} .$$

Le schéma équivalent met en évidence que la tension U_0 est obtenue en retranchant la valeur imaginaire de la chute de tension

$I_0 (r_b + jx_r)$ de la valeur imaginaire $\dot{U}$ de la tension appliquée. Le courant I_0 se compose du courant réactif I_r de la susceptance b_L et du courant actif I_a de la conductance g (fig. 7-8, a).

Si le noyau d'acier fermé de la bobine ne comporte pas d'entrefer, la réluctance du noyau est minimale. L'expression (7-1) fait voir qu'alors le flux magnétique du noyau Φ est maximal pour un courant, une inductance L et une réactance X de la bobine donnés. Si l'on

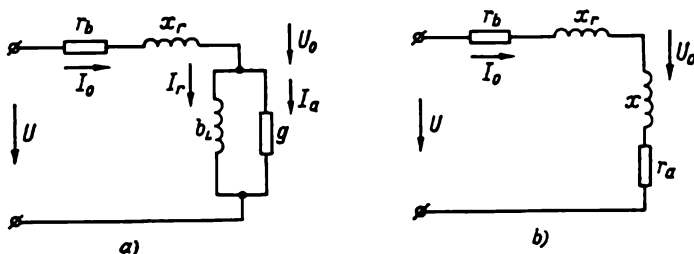


Fig. 7-8. Schémas équivalents d'une bobine à noyau ferromagnétique : a, pour un montage en parallèle des conductance et susceptance équivalentes ; b, pour un montage en série

peut modifier l'entrefer dans le circuit magnétique en déplaçant l'armature A (comme, par exemple, sur la fig. 7-9), à mesure que l'entrefer δ accroît, la réluctance du circuit R_m augmente, le flux magnétique Φ diminue pour le courant donné, l'inductance M et la réactance x diminuent.

Lorsque la bobine est branchée sur la tension d'une source de courant alternatif, à mesure que l'entrefer augmente, son impédance diminue tandis que le courant qui parcourt le circuit augmente.

Les bobines avec un entrefer du noyau magnétique réglable (les *selfs*) sont utilisées pour régler le courant d'une charge branchée en série.

Pour construire le diagramme vectoriel et le circuit équivalent et déterminer le courant du circuit pour une tension prédonnée, il faut connaître les valeurs de r_b , x_r , b_L et g . Ces valeurs peuvent être relevées en procédant aux mesures nécessaires dans le circuit d'une bobine prête.

On trouve ces grandeurs par calcul en partant de la valeur du flux principal Φ . A priori on peut poser $U_0 = (0,9 \text{ à } 0,95) U$, la valeur de U_0 étant précisée, d'après les résultats du calcul approché. En vertu de la loi de l'induction électromagnétique on a :

$$u_0 = -e = d\Psi/dt = w \frac{d\Phi}{dt} = w d(\Phi_m \sin \omega t)/dt = 2\pi f w \Phi_m \cos \omega t,$$

où $\Psi = w \Phi \sin \omega t$ est le flux magnétique principal à variation sinusoïdale ; $\omega = 2\pi f$ la pulsation ; w le nombre de spires de la bobine.

La valeur efficace de U_0 étant connue, on trouve le flux magnétique principal :

$$\Phi_m = \frac{(0,9-0,95) U}{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} f w} = \frac{(0,9-0,95) U}{4,44 f w}, \text{ Wb.}$$

Les amplitudes des inductions magnétiques dans les divers tronçons du circuit magnétique sont $B_{km} = \Phi_m/s_k$, s_k étant la section du tronçon k : l'intensité du champ magnétique H_k est trouvée sur

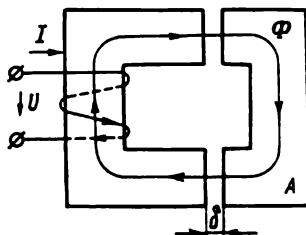


Fig. 7-9. Esquisse d'un circuit magnétique à entrefer variable

les courbes d'aimantation (par. 7-1). Une fois ces grandeurs déterminées, on procède au calcul du circuit magnétique, qui permet de trouver la valeur maximale du courant $I_{r \max}$. Le calcul du circuit magnétique donne également le flux de fuite Φ_f . On trouve à partir des valeurs calculées de B_{km} et de la fréquence f prédonnée les pertes de puissance P_{ac} dans l'acier du noyau (par. 7-5).

La valeur efficace du courant I_r peut être trouvée à l'aide de l'expression (par. 5-14) :

$$I_r = I_{r \max}/k_A,$$

k_A étant le facteur de crête donné dans les formulaires.

Puis on peut trouver pour le courant sinusoïdal équivalent

$$b_L = I_r/U_0 \text{ et } g = P_{ac}/U_0^2.$$

La résistance r de l'enroulement de la bobine offerte au courant alternatif d'ordinaire diffère peu de la résistance en courant continu. La réactance $x_r = \omega L_r$, L_r étant l'inductance due au flux de fuite.

Une telle méthode de calcul du courant I_0 est notablement plus simple que le calcul mené en construisant les courbes $\Psi = f_1(t)$ et $i = f_2(t)$ (fig. 7-6). Au besoin, on recommence le calcul pour préciser la valeur de U_0 .

7-4. Courants de Foucault dans les noyaux

Lorsqu'il y a variation du flux magnétique traversant le noyau magnétique d'une bobine ou, plus généralement d'un circuit magnétique, dans ce dernier sont induits des courants de Foucault. On

appelle *courants de Foucault* les courants induits dans la masse d'un métal. Ces courants, qui obéissent toujours à la loi de Lenz, ont une action démagnétisante, c'est pourquoi la répartition du flux par la section d'un circuit magnétique s'avère inégale (fig. 7-10).

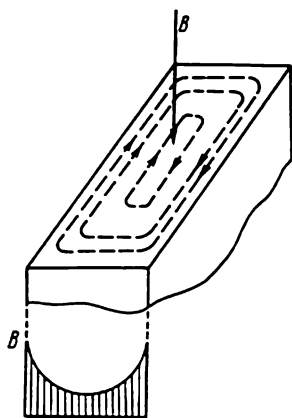


Fig. 7-10. Effet de peau dans la tôle d'acier d'un circuit magnétique

Dans la partie centrale d'un circuit magnétique entier, qui est plus influencée par les courants de Foucault, l'induction magnétique est plus faible, et sur les bords elle est maximale. La répartition des inductions magnétiques est à peu près la même que celle représentée sur la fig. 7-10.

Ce phénomène, qui équivaut à la pénétration progressive du flux dans l'épaisseur d'un noyau magnétique, est appelé *effet de peau magnétique*.

L'influence de l'effet de peau se traduit par une plus mauvaise utilisation de la section transversale d'un circuit magnétique qu'en cas d'un flux constant, à cause de la répartition irrégulière du flux par la section. Dans un circuit magnétique massif les pertes dues aux courants de Foucault de forte intensité augmentent également. On les évite en feuilletant la masse métallique, c'est-à-dire en la partageant en un grand nombre de parties séparées les unes des autres par un isolant, le flux alternatif de chaque tôle sera alors relativement faible, de même que les courants de Foucault induits, par conséquent l'effet de blindage sera beaucoup moindre. C'est pourquoi les circuits magnétiques des machines électriques et des appareils prévus pour un flux magnétique alternatif sont réalisés en tôles d'acier estampées isolées entre elles.

L'étude analytique de l'effet de peau magnétique est effectuée de la même manière que pour une onde électromagnétique incidente arrivant sur la surface d'un corps conducteur. La résolution des équations décrivant ce phénomène donne des expressions identiques pour les intensités du champ, l'impédance et la longueur d'onde. En s'approchant du milieu de la tôle les inductions magnétiques non seulement diminuent en grandeur, mais leur déphasage en arrière devient de plus en plus grand.

7-5. Pertes dans l'acier des noyaux

Les noyaux et les circuits magnétiques des machines et appareils électriques sont d'ordinaire assemblés en acier à forte perméabilité, on utilise également à cet effet des alliages spéciaux et des ferrites. Voyons la méthode de calcul des pertes d'énergie et de puissance dans les noyaux et les circuits magnétiques en acier, le calcul des

pertes pour les autres noyaux étant semblable à celui que nous donnons.

Les flux magnétiques variables provoquent dans les circuits magnétiques la réaimantation de l'acier, ce qui engendre des pertes d'énergie par hystérésis. Des courants de Foucault sont induits dans l'acier et provoquent également des pertes.

La relation existant entre l'induction magnétique B et l'intensité H du champ magnétique au cours d'une variation cyclique

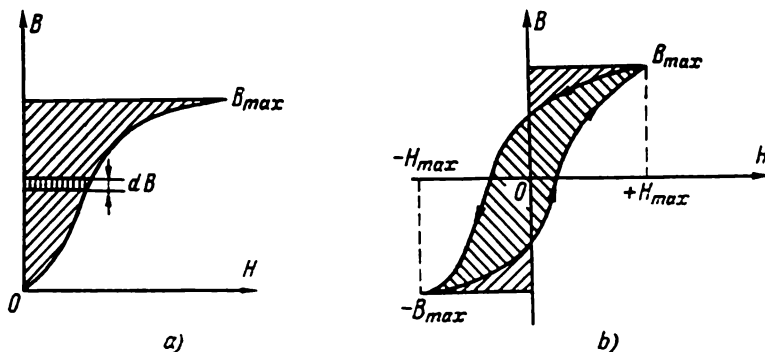


Fig. 7-11. Courbes d'aimantation et boucle d'hystérésis: *a*, variation de l'énergie du champ magnétique en fonction de l'induction magnétique; *b*, boucle d'hystérésis

est représentée par le cycle d'hystérésis (fig. 2-6). Soit une induction magnétique B et une intensité du champ magnétique H , l'énergie d'une unité de volume est alors (2-42):

$$W'_{im} = BH/2.$$

Lorsque l'induction magnétique et l'intensité du champ magnétique varient respectivement de dB et de dH , l'énergie varie également

$$W'_{sm} = (B + dB)(H + dH)/2.$$

L'accroissement élémentaire de l'énergie du champ magnétique en négligeant la quantité $dBdH$ de second ordre de petitesse, est alors:

$$dW_m = W'_{sm} - W'_{im} = (B dH + H dB)/2 = \mu 2H dH/2 = H dB.$$

L'accroissement de l'énergie du champ magnétique au cours de la variation de l'induction magnétique entre zéro et B_{max} est représenté par l'aire hachurée de la fig. 7-11, *a*. Lors du parcours du cycle d'hystérésis complet dans les directions indiquées par des flèches sur la fig. 7-11, *b* l'énergie débitée est déterminée par l'aire entre les branches ascendante et descendante du cycle d'hystérésis.

La perte d'énergie par hystérésis par unité de volume est

$$\Delta W_m = \oint B dH,$$

où l'intégration est effectuée sur le parcours du cycle d'hystérésis. Par conséquent, la perte d'énergie par hystérésis, en J/m^3 , par unité de volume du métal au cours d'un cycle de réaimantation est proportionnelle à l'aire de ce cycle.

L'énergie perdue par hystérésis à la fréquence f est numériquement égale aux pertes en f cycles de réaimantation. La dépendance des pertes vis-à-vis de la valeur maximale de l'induction magnétique est plus compliquée. D'après la formule de Steinmetz les pertes sont proportionnelles à $B_m^{1,6}$; on utilise plus couramment la formule de Richter, selon laquelle les pertes d'énergie et de puissance sont proportionnelles à B_m^n , où $1 \leq n \leq 2$, pour de fortes inductions magnétiques n est plus proche de deux.

D'ordinaire on détermine les pertes de puissance rapportées à une unité de poids de l'acier. Compte tenu de la relation indiquée entre les pertes et la fréquence f et l'induction magnétique, nous obtenons l'expression des pertes de puissance par hystérésis p_h en W/kg :

$$p_h = (aB_m + bB_m^2) f, \text{ W/kg}, \quad (7-7)$$

a et b étant des coefficients trouvés par voie expérimentale.

Il est souvent plus commode d'exprimer l'induction magnétique en unités rapportées à 1 T (10 000 Gs), car les valeurs théoriques de l'induction magnétique dans l'acier se situent dans les limites $B_m = 0,5$ à 1,8 T, et la fréquence en unités rapportées à 50 Hz.

Lorsque le flux magnétique dans l'acier d'un circuit magnétique varie, dans ce dernier sont induits des courants de Foucault qui se ferment à l'intérieur du circuit magnétique (fig. 7-10). La valeur de ces courants et, par conséquent, les pertes d'énergie sont d'autant plus grandes que la section des tôles du circuit magnétique est importante et la conductivité de l'acier est élevée. C'est pourquoi les tôles d'acier utilisées pour des circuits magnétiques ont d'ordinaire une épaisseur de l'ordre de 0,3 à 0,5 mm pour les machines et appareils à fréquence industrielle et de 0,05 à 0,2 mm pour des fréquences atteignant plusieurs kilohertz. Afin de réduire la conductivité de l'acier, ce dernier est allié au silicium. On isole entre elles les tôles des circuits magnétiques en portant sur l'un de leurs côtés une couche de vernis ou en formant à leur surface un film non conducteur par un traitement chimique.

Si la répartition de l'induction magnétique par la section d'une tôle fine est à peu près régulière, les amplitudes des F.E.M. induites dans les tôles d'acier sont proportionnelles au produit de la fréquence par l'amplitude de l'induction magnétique B_m , tandis que les courants sont proportionnels aux F.E.M. et à l'aire de la section droite de la tôle ou, si la largeur de la tôle est invariable, à l'épaisseur des tôles d'acier. Les pertes d'énergie et de puissance p_F par unité de poids sont proportionnelles au carré du courant, c'est pourquoi pour les pertes de puissance par courants de Foucault nous obtenons:

$$p_F = cB_m^2 f^2 \Delta^2, \text{ W/kg}, \quad (7-8)$$

Δ étant l'épaisseur des tôles d'acier en mm, c un coefficient.

De même que pour l'expression des pertes par hystérésis, la fréquence f est souvent exprimée en unités rapportées à 50 Hz, l'induction B en T, l'épaisseur de la tôle en unités rapportées à 0,5 mm.

Les pertes dans l'acier par hystérésis et courants de Foucault sont déterminées par la somme des pertes p_h et p_F :

$$p_{ac} = p_h + p_F = [(aB_m + bB_m^2)f + cR_m^2 f^2 \Delta^2], \text{ W/kg} \quad (7-9)$$

Les pertes spécifiques dans l'acier pour $B_m = 1 \text{ T}$, $f = 50 \text{ Hz}$ et $\Delta = 0,5 \text{ mm}$ sont de l'ordre de 4 W/kg, pour des aciers faiblement alliés au silicium, et d'environ 1 W/kg pour les meilleurs aciers avec une forte teneur en silicium et soumis au traitement thermique spécial.

D'ordinaire on utilise les valeurs des pertes spécifiques données dans des tables spéciales pour diverses nuances d'acier. Les valeurs des pertes spécifiques permettent de calculer les pertes dans l'acier d'un circuit magnétique.

7-6. Application pratique des circuits à noyaux en acier

Les circuits comportant des bobines d'inductance avec des noyaux en acier sont largement utilisés pour la technique. Ce sont les réactances (les selfs), réglables ou non, examinées au par. 7-3, les transformateurs (chapitre 11), les amplificateurs magnétiques (chapitre 17),

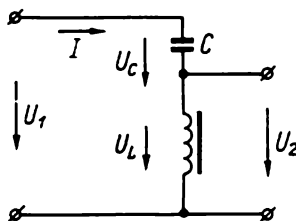


Fig. 7-12. Schéma d'un stabilisateur ferromagnétique

les stabilisateurs, les multiplicateurs de fréquence à résonance ferromagnétique et autres dispositifs ferromagnétiques. Aux hautes fréquences les noyaux sont d'ordinaire réalisés en ferrites.

Voyons le principe de fonctionnement du plus simple stabilisateur de tension ferromagnétique (fig. 7-12). Le stabilisateur de tension doit assurer des écarts relativement faibles de la tension de sortie lorsque les écarts éventuels de tension secteur deviennent importants.

Un stabilisateur se compose d'une bobine à noyau ferromagnétique et d'une capacité branchées en série sur la tension secteur. Les récepteurs sont branchés en parallèle avec la bobine à noyau.

La tension U_C aux bornes de la capacité est proportionnelle au courant I du circuit, tandis que la tension aux bornes de l'inductance

U_L est proportionnelle au flux magnétique de la bobine. En présence d'un noyau ferromagnétique la courbe représentant la tension U_L en fonction du courant du circuit est semblable à la courbe de première aimantation (fig. 7-13).

La tension aux bornes de l'inductance U_L est en opposition de phase avec la tension aux bornes de la capacité U_C , par conséquent,

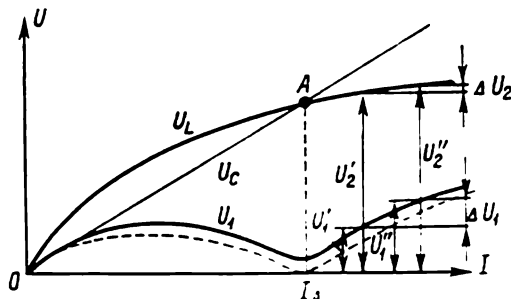


Fig. 7-13. Tensions aux bornes du circuit, de l'inductance et de la capacité en fonction du courant du stabilisateur

la valeur de la tension aux bornes d'entrée du circuit U_1 est égale à la différence entre ces tensions $|U_1| = |U_L - U_C|$ si l'on néglige la résistance active du circuit. La fig. 7-13 représente les tensions U_L et U_C en fonction du courant et en pointillé la courbe U_1 . La

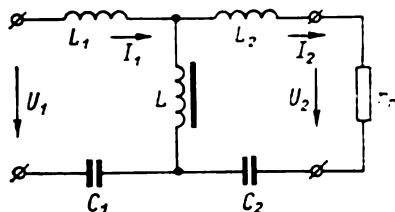


Fig. 7-14. Schéma d'un multiplicateur de fréquence

courbe en trait plein représente la tension U_1 en fonction du courant compte tenu de la résistance du circuit. Au point A il y a résonance de tension, pour un courant $I < I_A$ l'inductance domine dans le circuit, lorsque $I > I_A$, c'est la capacité qui domine. La branche de la caractéristique correspondant à $I > I_A$ est la branche de travail.

Le dessin met en évidence que lorsque la tension secteur varie notablement, d'une valeur importante $\Delta U_1 = U'_1 - U''_1$, la tension stabilisée varie relativement peu, de $\Delta U_2 = U'_2 - U''_2$.

Un circuit avec une bobine comportant un noyau ferromagnétique peut être utilisé en qualité de multiplicateur de fréquence. Un

des schémas de multiplicateur de fréquence est représenté sur la fig. 7-14. Le circuit branché sur la tension secteur est constitué par la capacité C_1 , l'inductance sans noyau L_1 et l'inductance à noyau ferromagnétique L . Le circuit est accordé en résonance avec la fréquence du secteur, grâce à quoi on assure le passage d'un courant important par le circuit, ce courant sature le noyau de la bobine L et la courbe du courant comporte des courants notables des fréquences multiples.

Le second circuit, qui se compose des inductances L et L_2 et de la capacité C_2 , est accordé en résonance sur la fréquence nécessaire. C'est pourquoi on dégage du spectre des fréquences du premier circuit et on met en œuvre la tension de la fréquence nécessaire, multiple de la fréquence principale, appliquée au récepteur d'énergie r_1 .

PHÉNOMÈNES TRANSITOIRES DANS LES CIRCUITS ÉLECTRIQUES

8-1. Notions fondamentales sur les phénomènes transitoires

Nous avons examiné aux chapitres précédents les phénomènes dans les circuits électriques à courants continu et alternatif, qui se trouvaient à l'état établi. Ces *états établis* sont caractérisés par le fait que les courants dans les branches et les tensions sur les portions des circuits sont soit invariables, soit varient selon une seule et même loi durant un temps infiniment prolongé. Dans ces cas les phénomènes qui se déroulent dans les circuits peuvent être décrits à l'aide d'équations algébriques dont la résolution donne les valeurs des courants et des tensions. Ces états des circuits sont appelés *états stationnaires* car se sont des états statiques.

Tout circuit électrique peut avoir un nombre infini d'états divers : état débranché et états correspondant à diverses intensités du courant et à diverses valeurs de la tension appliquée.

Un circuit électrique se trouvant dans un certain état peut arriver à cet état à partir d'un autre, par exemple, passer de l'état débranché à l'état branché. Le processus de la transition d'un circuit électrique d'un état à l'autre est appelé phénomène ou régime transitoire. Les phénomènes transitoires surviennent chaque fois que des systèmes matériels passent d'un état à l'autre. Par exemple, le passage d'un corps de l'état de repos à l'état de mouvement, la mise en marche d'un moteur électrique, qui consiste à faire passer le moteur de l'état de repos à l'état de rotation régulière.

Le but qu'on poursuit en exposant les notions principales sur les phénomènes transitoires est d'étudier et d'expliquer la signification physique de ces phénomènes. C'est la méthode classique de résolution des équations différentielles décrivant ces phénomènes qui convient le mieux à cette fin.

On applique souvent pour ces études les méthodes du calcul opérationnel. Selon ces méthodes, à partir des équations sous forme opérationnelle on trouve la transformée de la grandeur recherchée et ensuite d'après la transformée, on trouve l'expression de la grandeur recherchée en fonction du temps pour les phénomènes étudiés.

On utilise également l'analyse harmonique qui consiste en représentation des tensions et des courants variant dans le temps selon une loi arbitraire sous la forme de séries continues ou discrètes de fonctions harmoniques dans le temps (développement en série de Fourier).

Ces méthodes sont exposées plus amplement dans les cours de mathématiques et leur application est décrite d'une façon particulièrement détaillée dans les ouvrages sur l'électrotechnique théorique et sur la théorie de la commande automatique, où ces méthodes sont très largement utilisées.

De même qu'en mécanique le mouvement des corps matériels est décrit par les équations différentielles de la dynamique, et l'état

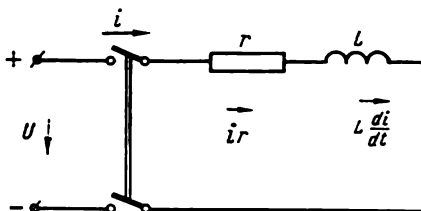


Fig. 8-1. Schéma d'un circuit comportant une résistance et une inductance

statique par des équations algébriques, en électrotechnique les régimes transitoires dynamiques sont décrits par des équations différentielles, et les phénomènes stationnaires par des équations algébriques.

Raisonnons sur l'exemple d'un circuit constitué par une résistance r et une inductance L , branché sur une tension à courant continu U (fig. 8-1). En vertu de la deuxième loi de Kirchhoff la somme des F. E.M. composée par la tension U et la F.E.M. d'auto-induction $e_L = -L \frac{di}{dt}$ est égale à la chute de tension ir :

$$U + e_L = ir$$

ou

$$ir + L \frac{di}{dt} = U. \quad (8-1)$$

Lorsque nous examinons les phénomènes transitoires, nous désignons les courants et les tensions variables des circuits, de la même façon que les valeurs instantanées des courants et des tensions alternatifs par des lettres minuscules.

En nous basant sur la loi d'Ohm, nous pouvons affirmer que le courant i dans le circuit est déterminé par l'équation

$$ir = U \text{ et } i = U/r = \text{const.}$$

Mais cette valeur du courant représente le *courant en régime établi*, le *courant stationnaire* qui s'établit après un certain intervalle de temps, lorsque le courant a atteint sa valeur établie et la dérivée du courant par rapport au temps devient nulle.

L'expression obtenue est valable pour l'état établi, tandis que ce courant est le courant établi d'un *régime forcé*. Remarquons que l'expression du courant établi représente une solution particulière i_p de l'équation (8-1), par conséquent, $i_p = U/r$.

Cette expression ne répond pas à la question : comment varie le courant à partir du moment de la fermeture du circuit (fig. 8-1) jusqu'au moment où le courant s'est établi? Pour obtenir l'expression du courant pendant le régime transitoire, il faut résoudre une équation différentielle. Nous savons que la solution d'une telle équation se compose de la solution particulière, que nous avons déjà trouvée, et de la solution générale de l'équation différentielle homogène, c'est-à-dire de l'équation (8-1) sans son second membre. La solution générale détermine le *courant de variation libre*, le *courant transitoire* i_1 , qui existe autant que dure le régime transitoire.

Le courant du circuit se compose du courant correspondant à la solution particulière i_p et du courant de variation libre i_1 :

$$i = i_p + i_1. \quad (8-2)$$

Généralement, les deux courants sont fonctions du temps.

L'équation différentielle (8-1) peut être résolue en séparant les variables, sans introduire les notions de solutions particulière et générale, mais souvent il est plus commode d'appliquer une méthode, au moyen de laquelle on trouve séparément la solution particulière et la solution générale.

Il est extrêmement important pour l'étude des régimes transitoires de déterminer les conditions initiales. Lors de la résolution des équations les conditions initiales sont déterminées d'une façon simple en partant de considérations énergétiques.

Chaque état du circuit correspond à la présence d'une certaine réserve d'énergie dans les éléments du circuit qui peuvent emmagasiner de l'énergie électrique. Cette énergie ne peut pas varier brusquement d'une grandeur finie au cours d'un intervalle de temps infiniment petit, car alors la puissance serait infinie. C'est pourquoi l'état d'un circuit comportant de tels éléments et les conditions initiales seront au début du régime les mêmes qu'avant le début du régime.

Ces raisonnements sont souvent appelés *lois de commutation*. Suivant la première loi de commutation le courant d'un circuit comportant une inductance ne peut pas varier par bond car au cas d'un saut de courant la F.E.M. d'auto-induction $L di/dt$ et la puissance amenée tendent vers l'infini. Suivant la seconde loi de commutation la tension u_C aux bornes d'une capacité ne peut pas changer par bond, car alors le courant $i = C du_C/dt$ et la puissance amenée tendent également vers l'infini.

Voyons cette affirmation en s'appuyant sur l'exemple du circuit représenté sur la fig. 8-1. Avant le début du phénomène transitoire, c'est-à-dire avant la fermeture de l'interrupteur, l'énergie du champ magnétique du circuit était nulle, de même que le courant parcourant le circuit. Dès la fermeture de l'interrupteur, au début du régime transitoire, l'état du circuit est le même qu'avant le branchement, par conséquent, la condition initiale est $i_{t=0} = i(0) = 0$.

8-2. Branchement d'un circuit comportant une résistance et une inductance sur une tension à courant continu

Le but de l'étude, dans ce cas, est de déterminer l'expression du courant au régime transitoire, à partir du moment de la fermeture du circuit jusqu'à ce que s'établisse le courant passant par le circuit (fig. 8-1).

La solution particulière de l'équation (8-1), qui détermine le courant établi dans le circuit, a été trouvée plus haut sous la forme :

$$i_{et} = i_p = U/r.$$

La solution générale de l'équation homogène

$$i_1 r + L di_1/dt = 0,$$

comme on sait, a pour expression :

$$i_1 = Ae^{\alpha t},$$

e étant la base des logarithmes népériens, A une constante arbitraire et $\alpha = -r/L$ représente la racine de l'équation caractéristique du binôme $r + \alpha L = 0$.

Désignons $\tau = L/r$ et nommons cette grandeur *constante de temps électromagnétique*.

La dimension de τ est $[\tau] = [L/r] = [\Omega s/\Omega] = [s]$.

On a définitivement :

$$i = i_p + i_1 = U/r + Ae^{-t/\tau}.$$

La constante arbitraire A est trouvée à partir de la condition initiale, le courant au début du régime transitoire étant nul :

$$i(0) = i_p(0) + i_1(0) = U/r + A = 0$$

d'où

$$A = -U/r.$$

On obtient comme expression définitive pour le courant :

$$i = i_p + i_1 = \frac{U}{r} - \frac{U}{r} e^{-t/\tau} = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}). \quad (8-3)$$

Le courant du régime forcé, c'est-à-dire le courant établi, qui est déterminé par la solution particulière de l'équation, est un courant invariable (droite en pointillé sur la fig. 8-2). Le courant de variation libre décroît selon une loi exponentielle $i_1 = -\frac{U}{r} e^{-t/\tau}$ (courbe en pointillé sur la fig. 8-2). Le courant du circuit au cours du régime transitoire $i = i_p + i_1$ accroît depuis $i = 0$ pour $t = 0$ jusqu'à $i = U/r$ pour $t \rightarrow \infty$.

Voyons d'une façon plus détaillée la variation du courant pendant le régime transitoire.

Lorsque $t = \tau$ le courant est $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-1})$; lorsque $t = 2\tau$ le courant devient $i = \frac{U}{r} (1 - e^{-2})$, etc.

Composons un tableau des valeurs du courant i pour divers instants en fonction du temps

t	0	τ	2τ	3τ	4τ	5τ	...
i	0	$0,632i_{\text{ét}}$	$0,865i_{\text{ét}}$	$0,95i_{\text{ét}}$	$0,982i_{\text{ét}}$	$0,993i_{\text{ét}}$	...

En analysant ce tableau, on voit que la constante de temps électromagnétique est numériquement égale au temps pendant lequel le

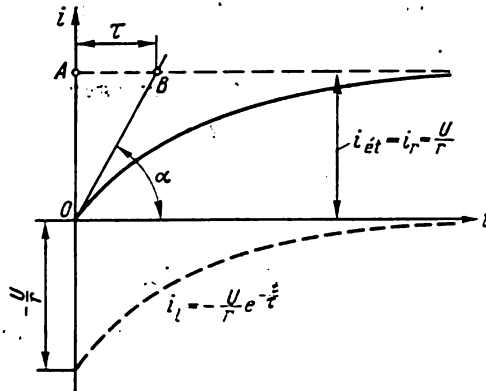


Fig. 8-2. Courbes des courants au cours d'un régime transitoire

courant atteint 0,632 de la valeur établie. Théoriquement le courant du circuit devient égal au courant établi lorsque l'expression entre parenthèses de (8-3) est égale à 1 et $e^{-t/\tau} = 0$, c'est-à-dire pour $t \rightarrow \infty$.

En pratique le courant atteint sa valeur établie après l'écoulement du temps $t = (3 \text{ à } 4) \tau$; à ce moment le courant diffère de la valeur établie de 5 à 1,8 %.

La constante de temps électromagnétique $\tau = L/r$ est une mesure de l'inertie du circuit : plus l'inductance L est grande et la résistance r du circuit est faible, plus la variation du courant parcourant le circuit est lente.

Tout circuit possède une certaine inductance, c'est pourquoi pour chaque circuit on peut déterminer la valeur de la constante de temps électromagnétique. Cette constante peut aller de quelques fractions de microseconde pour les circuits sans inductances concentrées, jusqu'à quelques secondes pour les enroulements des pôles magnétiques des grosses machines électriques. La constante électromagnétique peut être déterminée de différentes façons. Indiquons encore une méthode de détermination de cette constante.

Traçons une tangente par rapport à la courbe de variation du courant au point initial $t = 0$ (fig. 8-2). La pente de la tangente ($\text{tg } \alpha$) est proportionnelle à la dérivée du courant (8-3) $(di/dt)_{t=0}$:

$$\left(\frac{di}{dt} \right)_{t=0} = \frac{U}{r} \frac{1}{\tau} e^{-t/\tau} \Big|_{t=0} = \frac{i_{\text{ét}}}{\tau}.$$

Nous trouvons à partir de la fig. 8-2

$$\operatorname{tg} \alpha = i_{et} \tau = OA/AB,$$

mais le tronçon OA à l'échelle du courant est égal à i_{et} , c'est pourquoi le tronçon AB à l'échelle du temps donne la valeur de la constante de temps τ .

Par conséquent, la tangente à la courbe du courant $i = f(t)$ au point initial coupe sur la droite $i_{et} = U/r$ un tronçon égal à la constante électromagnétique de temps.

Comme indiqué au paragraphe 8-1 l'expression du courant en régime transitoire peut être obtenue en intégrant l'équation différentielle à variables séparées.

En séparant dans l'équation (8-1) les variables i et t , nous tombons sur :

$$\frac{dt}{U/r - i} = \frac{r}{L} dt.$$

Tenons compte de ce que si la tension est invariable on a $di = -d\left(\frac{U}{r} - i\right)$, c'est pourquoi

$$\frac{d\left(\frac{U}{r} - i\right)}{U/r - i} = -\frac{dt}{\tau}.$$

En intégrant les deux membres de l'équation nous obtenons :

$$\ln\left(\frac{U}{r} - i\right) = -\frac{t}{\tau} + C$$

ou

$$\frac{U}{r} - i = e^{-t/\tau} e^C = Ae^{-t/\tau}.$$

Pour $t = 0$ $i = 0$, par conséquent, $U/r = A$.

Définitivement

$$i = \frac{U}{r} (1 - e^{-t/\tau}).$$

Nous obtenons la même solution de l'équation (8-1) qu'auparavant.

8-3. Ouverture d'un circuit comportant une résistance et une inductance

Pour réduire la F.E.M. d'auto-induction lors du débranchement des circuits à forte inductance on branche souvent les circuits sur ce qu'on appelle des *résistances de décharge*.

On utilise le plus souvent deux schémas de branchement de la résistance de décharge. Sur le schéma de la fig. 8-3, a au moment du débranchement du circuit le disjoncteur A branche automatiquement en parallèle avec le circuit la résistance de décharge r_d et la débran-

che lorsque le circuit est fermé. Sur le schéma de la fig. 8-3, *b* une résistance de décharge est branchée en permanence en parallèle au circuit.

Voyons la variation du courant du circuit de la fig. 8-3, *b* lors de son débranchement.

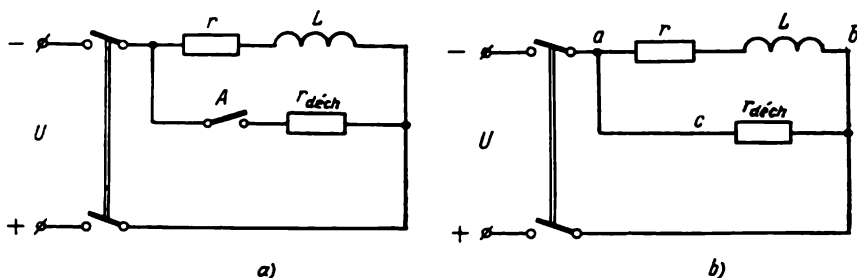


Fig. 8-3. Schémas de montage des résistances de décharge: *a*, montage d'une résistance de décharge en cas de fermeture d'un circuit; *b*, résistance de décharge branchée en permanence

La deuxième loi de Kirchhoff nous permet d'écrire l'équation différentielle du contour *abc*:

$$i(r + r_d) = -L di/dt$$

ou

$$L di/dt + i(r + r_d) = 0. \quad (8-4)$$

Nous obtenons une équation différentielle linéaire homogène de premier ordre. Sa solution ne comporte que l'expression du courant à variation libre:

$$i = Ae^{-t/\tau},$$

où $\tau = L/(r + r_d)$ est la constante électromagnétique de temps.

Avant l'ouverture de l'interrupteur dans le circuit *ab* passait un courant $i = U/r$, ce même courant circule au début du régime ($t = 0$), car pendant le temps infiniment petit, qui le sépare du début de l'ouverture du circuit, l'énergie du champ magnétique $Li^2/2$ et le courant i ne peuvent pas varier d'une grandeur définie.

Donc

$$i(0) = U/r = Ae^0 = A,$$

c'est pourquoi

$$i = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}. \quad (8-5)$$

Après le déclenchement le courant décroît selon une loi exponentielle. La tension aux bornes du circuit *ab*

$$u_{ab} = ir_d = \frac{r_d}{r} U e^{-t/\tau}. \quad (8-6)$$

La tension aux bornes du circuit augmente au début du régime jusqu'à la valeur $\frac{r_d}{r} U$ puis se met à décroître selon une loi exponentielle.

Si avant le moment du déclenchement $t_{\text{décl}}$ le courant circulant dans le circuit était $i = U/r$ et la tension aux bornes du circuit U ,

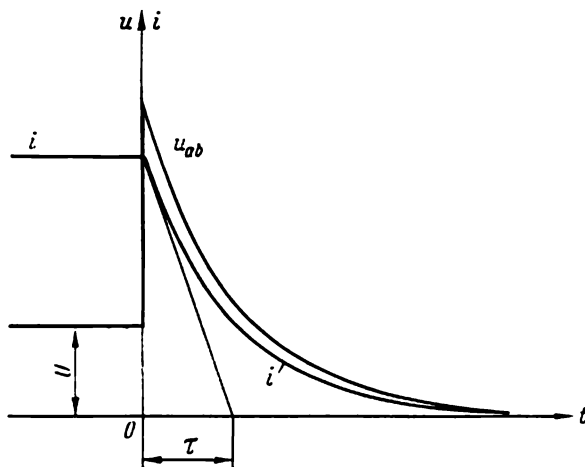


Fig. 8-4. Courbes du courant et de la tension aux bornes d'une inductance lorsqu'un circuit comportant une résistance de décharge est débranché

lors de l'ouverture du circuit la tension dans le circuit augmente jusqu'à $\frac{r_d}{r} U$, puis commence à diminuer selon une loi exponentielle, de même que le courant i (fig. 8-4).

Pour que la crête de courant au moment de l'ouverture du circuit ne soit pas excessivement grande, la multiplicité de la résistance de décharge ne dépasse pas d'ordinaire 8 à 10, ce qui provoque un accroissement de la tension au moment du débranchement de 8 à 10 fois.

Il est aisé de démontrer que, de même que pour les déductions du par. 8-2, la tangente à la courbe i ou $u = f(t)$ menée à l'origine coupe sur l'axe des abscisses un tronçon égal, à l'échelle du temps, à la constante de temps électromagnétique.

8-4. Charge et décharge d'un condensateur

Charge d'un condensateur. Au cours de la charge les armatures d'un condensateur reçoivent des charges électriques de grandeur égale et de signe opposé, entre les armatures du condensateur apparaît un champ électrique. Lorsque ce champ électrique apparaît, une certaine quantité d'énergie du champ électrique est emmagasinée dans l'espace, entre les armatures.

Supposons que le circuit composé d'un condensateur non chargé, de capacité C , et d'une résistance r en série soit branché sur une tension invariable (fig. 8-5, *a*). Notons qu'il faut toujours prendre en considération la présence d'une certaine résistance dans le circuit

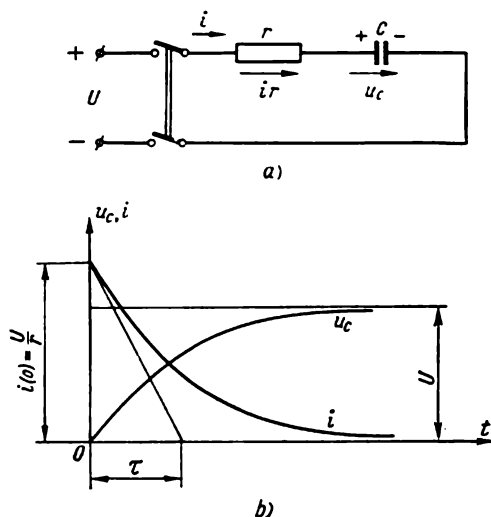


Fig. 8-5. Charge d'un condensateur: *a*, schéma de branchement; *b*, courbes du courant et de la tension d'un condensateur

des condensateurs, même en l'absence d'une résistance supplémentaire, car les conducteurs de raccordement possèdent une certaine résistance, tandis que, par ailleurs, le condensateur lui-même engendre des pertes.

Lors du branchement du condensateur le circuit est parcouru par un courant i limité au début exclusivement par la résistance du circuit. À mesure que les charges s'accumulent sur les armatures du condensateur la tension u_C entre celles-ci accroît et de ce fait le courant de charge dans le circuit, déterminé par l'expression :

$$i = \frac{U - u_C}{r}.$$

diminue, U étant la tension dans le circuit, r la résistance du circuit.

Par conséquent, la charge du condensateur a lieu lorsque le courant de charge diminue. À mesure que la charge augmente la tension aux bornes du condensateur et l'énergie du champ électrique augmentent.

Après un intervalle de temps suffisamment prolongé on peut considérer que la tension sur les armatures est en pratique égale à la tension du circuit et que le courant de charge est nul : le régime de charge est alors terminé.

Comme au cours des autres régimes transitoires, pour que la charge s'achève il faut un certain temps, au cours duquel a lieu l'emmagasinement de l'énergie du champ électrique.

Ecrivons l'équation différentielle qui régit le phénomène. En vertu de la deuxième loi de Kirchhoff on doit considérer que la tension aux bornes du circuit est invariable et égale à la somme de la tension ir aux bornes de la résistance et de la tension u_C aux bornes du condensateur :

$$U = ir + u_C.$$

La tension aux bornes du condensateur est obtenue en résultat de l'accumulation des charges :

$$u_C = \frac{q}{C} = \frac{\int i dt}{C}.$$

En prenant la dérivée par rapport au temps des deux membres de l'égalité, nous tombons sur l'équation

$$r \frac{di}{dt} + i/C = 0 \quad (8-7)$$

Nous avons obtenu une équation différentielle linéaire homogène de premier ordre. La solution de cette équation est déterminée exclusivement par la solution générale de cette équation homogène :

$$i = Ae^{\alpha t},$$

A étant une constante arbitraire, α la racine de l'équation caractéristique.

Cette équation caractéristique est

$$r\alpha + 1/C = 0,$$

d'où

$$\alpha = -\frac{1}{rC} = -\frac{1}{\tau}.$$

La constante de temps pour le régime donné, qui détermine l'inertie du circuit est

$$\tau = rC. \quad (8-8)$$

Au début du régime, lorsque la tension sur les armatures du condensateur est absente, $u_C(0) = 0$ et le courant du circuit est déterminé exclusivement par la tension du circuit U et par la résistance r :

$$i(0) = A = U/r.$$

L'expression du courant du circuit est

$$i = \frac{U}{r} e^{-t/\tau}. \quad (8-9)$$

Le courant du circuit diminue selon une loi exponentielle à partir de la valeur U/r (fig. 8-5, b).

La tension aux bornes du condensateur est égale à la tension aux bornes du circuit, déduction faite de la chute de tension ir

$$u_c = U - ir = U - \frac{U}{r} r e^{-t/\tau} = U (1 - e^{-t/\tau}). \quad (8-10)$$

L'expression donnée fait voir que la tension aux bornes du condensateur croît selon une loi exponentielle. Le temps de déroulement du phénomène, comme indiqué au par. 8-2, est théoriquement infiniment grand, en pratique le phénomène se termine au bout du temps $t = (3 \text{ à } 4) \tau$. La tangente à la courbe $i = f(t)$, par exemple, coupe sur l'axe des abscisses un tronçon égal à la constante de temps τ (fig. 8-5, b). Nous avons examiné d'une façon plus détaillée au par. 8-2 comment déterminer la constante de temps τ .

Décharge d'un condensateur. Si un condensateur chargé jusqu'à la tension U_{c0} est branché sur une résistance r , un courant de décharge

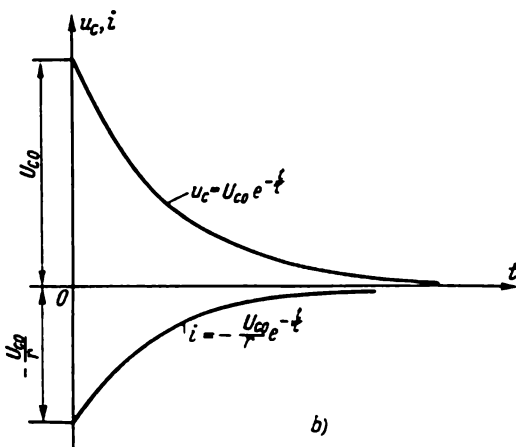
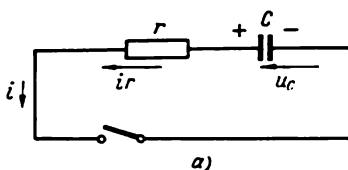


Fig. 8-6. Décharge d'un condensateur: a, schéma du circuit; b, courbes du courant et de la tension au cours de la décharge

ge i se met à circuler dans le circuit (fig. 8-6, a). Le passage du courant de décharge entraîne une diminution de la charge du condensateur et de la tension à ses bornes. Par conséquent, le régime de décharge se déroule avec une tension aux bornes et un courant de décharge qui diminuent progressivement. Lors de la décharge d'un condensateur l'énergie emmagasinée dans le champ électrique est transfor-

mée en énergie électrique et dissipée sous forme d'énergie thermique dans la résistance r .

Pour le circuit de la fig. 8-6, *a* on peut écrire l'équation $u_C + ir = 0$. En transformant cette équation de la même façon que l'équation (8-7), nous obtenons des équations semblables :

$$\frac{\int i dt}{C} + ir = 0 \quad \text{ou} \quad r \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0.$$

La solution de cette équation est trouvée d'une façon identique à la solution de l'équation (8-7) :

$$i = Ae^{-t/\tau}.$$

Pour l'instant initial du régime $t = 0$, la tension aux armatures du condensateur est U_{C_0} et le courant initial

$$i(0) = A = -U_{C_0}/r.$$

Définitivement nous obtenons l'expression du courant de décharge :

$$i = -\frac{U_{C_0}}{r} e^{-t/\tau}. \quad (8-11)$$

Tension aux bornes du condensateur

$$u_C = -ir = U_{C_0} e^{-t/\tau}. \quad (8-12)$$

La fig. 8-6, *b* représente les courbes de la variation du courant de décharge et de la tension aux bornes du condensateur. Les expressions données plus haut permettent de déduire que le courant de décharge et la tension du condensateur décroissent selon une loi exponentielle à partir des valeurs U_{C_0}/r et U_{C_0} respectivement. Dans l'expression (8-11) le courant de décharge est avec un signe négatif. Ceci correspond au fait que le courant de décharge circule dans le sens opposé à celui du courant de charge, qui circule sous l'action de la tension appliquée aux bornes du condensateur et que nous avons pris comme positif (8-9).

En ce qui concerne la durée de la décharge du condensateur et la détermination des constantes de temps il faut tenir compte des observations faites lors de l'examen de la charge d'un condensateur.

8-5. Branchement d'un circuit comportant une résistance et une inductance sur une tension alternative sinusoïdale

Voyons le phénomène, qui se déroule lorsqu'un courant alternatif s'établit dans un circuit composé d'une résistance et d'une inductance (fig. 8-7). Il est connu qu'après un certain intervalle de temps le circuit est parcouru par un courant alternatif établi :

$$i = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi), \quad (8-13)$$

U_m étant l'amplitude de la tension aux bornes du circuit; $z = \sqrt{r^2 + (\omega L)^2}$ l'impédance du circuit; ψ_u la phase initiale de la tension du circuit; $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{r}$ l'angle de déphasage du courant par rapport à la tension.

Cette expression du courant ne détermine pas le régime de transition d'un état correspondant à l'interrupteur ouvert à l'état où le courant alternatif est établi. Le régime transitoire peut être déterminé en résolvant l'équation différentielle du circuit donné.

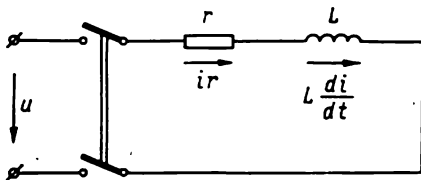


Fig. 8-7. Schéma de branchement d'une résistance et d'une inductance sur une tension à courant alternatif

En vertu de la deuxième loi de Kirchhoff on peut écrire l'équation semblable à l'équation (8-1) à cette différence près que dans son second membre figure la valeur instantanée de la tension aux bornes du circuit:

$$ir + Ldi/dt = u = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (8-14)$$

La solution particulière de l'équation donne l'expression (8-13) déjà connue du courant alternatif établi, car en substituant l'expression du courant (8-13) dans l'équation (8-14), on obtient une identité. Comme indiqué plus haut, la solution particulière détermine le courant forcé établi dans le circuit.

Pour trouver le courant transitoire, le courant de variation libre, il faut résoudre l'équation (8-14) sans second membre:

$$i_1 r + L di_1/dt = 0$$

La solution de cette équation homogène, comme nous l'avons démontré plus haut [voir (8-3) et (8-5)], se présente sous la forme:

$$i_1 = A e^{-t/\tau}$$

i_1 étant le courant du régime transitoire; $\tau = L/r$ la constante de temps du circuit; A une constante arbitraire.

La constante A est trouvée à partir des conditions initiales: au moment initial, qui suit immédiatement le branchement de l'interrupteur ($t = 0$), l'énergie du champ magnétique et le courant du circuit sont nuls. A partir de cette condition on peut écrire

$$i(0) = i_p(0) + i_1(0) = \frac{U_m}{z} \sin(\psi_u - \varphi) + A = 0,$$

d'où

$$A = -\frac{U_m}{z} \sin(\psi_u - \varphi).$$

On en déduit l'expression du courant du circuit au cours du régime transitoire, qui est égal à la somme des courants de la solution particulière i_p et de la solution générale de l'équation homogène i_1 :

$$i = i_p + i = \frac{U_m}{z} \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{U_m}{z} e^{-t/\tau} \sin(\psi_u - \varphi). \quad (8-15)$$

Remarquons que $U_m/z = I_m$ est l'amplitude du courant alternatif, tandis que $I_m \sin(\psi_u - \varphi) = I_0$ est la valeur du courant alternatif qu'il y aurait au moment $t = 0$. A partir de ceci l'expression du courant peut être réécrite :

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - I_0 e^{-t/\tau}. \quad (8-16)$$

Les courbes des courants du régime transitoire sont représentées sur la fig. 8-8. Le courant parcourant le circuit au cours du régime transitoire comporte deux composantes : un courant alternatif établi

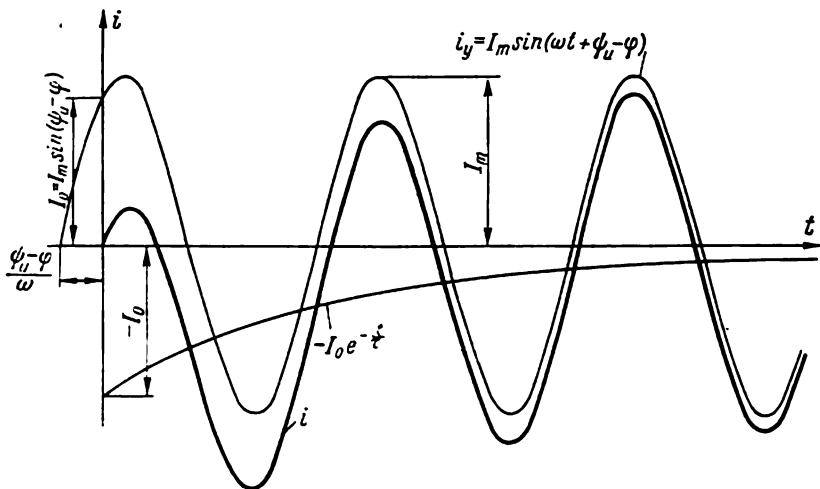


Fig. 8-8. Courbe de la variation du courant dans un circuit comportant une inductance lorsqu'il est branché sur une tension à courant alternatif

et un courant transitoire de direction constante, qui s'amortit selon une loi exponentielle. Au bout d'un temps $t = (3 \text{ à } 4) \tau$ la composante continue du courant est pratiquement éteinte et le courant parcourant le circuit devient le courant alternatif établi.

Les résultats obtenus se prêtent à une interprétation physique. Le courant alternatif au moment $t = 0$ est égal à $I_m \sin(\psi_u - \varphi)$, mais le circuit ne peut modifier instantanément son état qui existait avant le début du régime transitoire, lorsque le courant, le

flux magnétique et l'énergie du champ étaient nuls. C'est pourquoi survient une composante du courant $-I_m \sin(\psi_u - \varphi)$, qui s'ajoute au courant du circuit de manière à ce qu'au début le courant total soit nul. Cette composante du courant et l'énergie qu'occasionne sa présence sont amorties dans le temps.

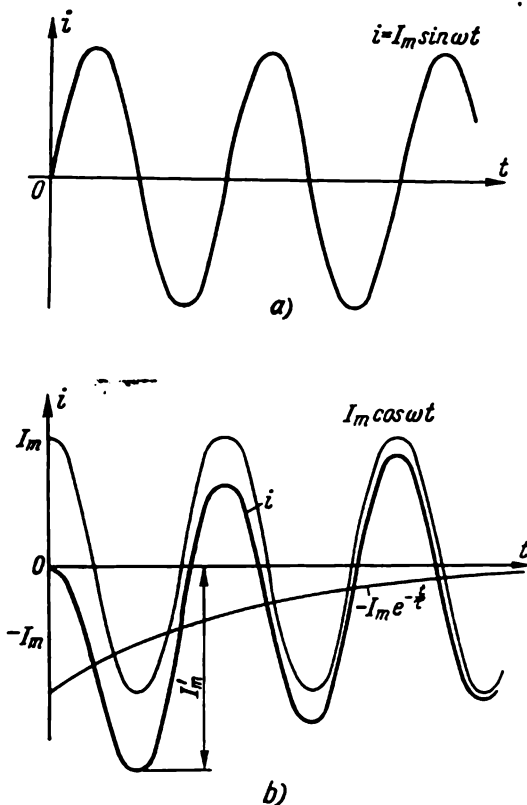


Fig. 8-9. Courbes de la variation du courant dans un circuit comportant une inductance au cas du branchement de celui-ci sur une tension à courant alternatif: *a*, branchement au moment du passage du courant par zéro; *b*, branchement au moment du passage du courant par sa valeur maximale

Notons que dans ce cas le courant maximal du circuit au cours du régime transitoire est supérieur à l'amplitude du courant alternatif et son intensité dépend du moment auquel est fermé l'interrupteur. Voyons deux cas extrêmes de branchement du circuit: le branchement au moment où le courant alternatif passe par zéro ($\psi_u - \varphi = 0, \pi, 2\pi$, etc.) et au moment où le courant passe par sa valeur d'amplitude ($\psi_u - \varphi = \pi/2, 3\pi/2, 5\pi/2$, etc.).

Dans le premier cas $I_0 = 0$ et le courant du circuit qui s'établit immédiatement est un courant alternatif avec une valeur initiale

$i(0) = 0$ (fig. 8-9, a) :

$$i = I_m \sin \omega t. \quad (8-17)$$

Dans le second cas $I_0 = \pm I_m$ et l'expression du courant est

$$i = I_m \sin \omega t \mp I_m e^{-t/\tau}. \quad (8-18)$$

La fig. 8-9, b montre que le courant maximal I'_m au cours du régime transitoire peut presque doubler (compte tenu de l'amortissement de la composante continue) par rapport à la valeur d'amplitude du courant alternatif.

On considère souvent lors de calculs que la plus grande valeur possible du courant au cours d'un régime transitoire est égale à $I'_m = 1,8I_m$.

8-6. Décharge d'un condensateur sur un circuit comportant une inductance

Voyons le phénomène de la décharge d'un condensateur C dans un circuit comportant des éléments linéaires : une inductance L et une résistance r (fig. 8-10). Nous allons démontrer plus loin que

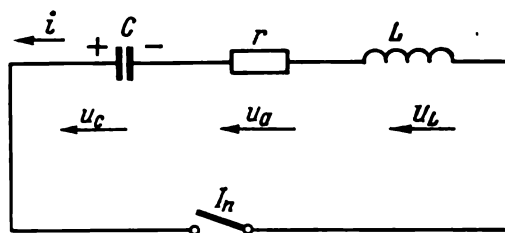


Fig. 8-10. Schéma du circuit de décharge d'un condensateur, comportant une résistance et une inductance

dans un tel circuit linéaire, sous certaines conditions, peuvent apparaître des oscillations électriques.

Supposons que dans un circuit comportant un condensateur C chargé jusqu'à la tension U_{C0} , on ferme un interrupteur In et la décharge du condensateur commence alors. D'abord le courant est nul, car une inductance est insérée dans le circuit. Puis commence la décharge accompagnée d'un accroissement du courant de décharge. A partir d'une certaine valeur le courant de décharge décroît.

Il peut y avoir la décharge d'un condensateur de deux types.

Si la résistance du circuit est relativement élevée, le courant de décharge après avoir atteint sa valeur maximale commence à diminuer. Le régime est caractérisé par une diminution progressive de la tension et du courant de décharge jusqu'à zéro. L'énergie emmagasinée dans le champ électrique du condensateur est alors progressivement dissipée dans la résistance r , où elle se transforme en énergie thermique.

Le phénomène de la décharge est apériodique et similaire au mouvement d'un pendule dans un milieu visqueux, lorsque le pendule se rapproche sans oscillations de la position d'équilibre stable.

Le caractère du phénomène est tout autre si la résistance r du circuit est relativement faible.

Dans ce cas le courant de décharge et l'énergie du champ magnétique emmagasinée grâce à la diminution de l'énergie du champ électrique lors de la décharge peuvent être tellement grands qu'au moment où la tension aux bornes du condensateur passe par zéro le courant du circuit n'a pas le temps de diminuer jusqu'à zéro.

Le fait que le courant continue de circuler après la fin de la décharge dans le même sens qu'au cours de la décharge entraîne la recharge du condensateur jusqu'à une certaine tension de l'autre polarité, cette tension étant par ailleurs inférieure à la tension initiale. Puis recommence la décharge avec un autre sens du courant, et ensuite la recharge avec la polarité initiale, et ainsi de suite : la décharge est accompagnée d'oscillations.

Le phénomène de la décharge d'un condensateur dans ce cas est appelé phénomène oscillatoire et est similaire aux oscillations amorties d'un pendule en mouvement.

Lorsque le circuit (fig. 8-10) est fermé, la somme des tensions agissant sur les divers tronçons du circuit est nulle :

$$L di/dt + ir + q/C = 0. \quad (8-19)$$

En dérivant l'équation par rapport au temps, en tenant compte de ce que $dq/dt = i$, et en divisant l'équation par L , nous obtenons l'équation différentielle du phénomène :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r}{L} \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0. \quad (8-20)$$

La solution générale de cette équation linéaire homogène de second ordre peut être présentée sous la forme :

$$i = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}. \quad (8-21)$$

Les coefficients A_1 et A_2 sont déterminés à partir des conditions initiales. Les coefficients α_1 et α_2 sont les racines du polynôme caractéristique

$$\alpha^2 + \frac{r}{L} \alpha + \frac{1}{LC} = 0.$$

Les racines du polynôme sont

$$\alpha_{1,2} = -\frac{r}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{r}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}}.$$

Désignons la grandeur $1/(LC)$ dont la dimension est $1/s^2$ par ω_0^2 . Cette grandeur est égale au carré de la propre pulsation des oscillations pour une résistance relativement faible du circuit. Désignons

la grandeur $r/(2L)$ par δ . Dans les nouvelles désignations

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}.$$

Si la grandeur sous le radical est positive, les deux racines sont réelles et négatives et la décharge du condensateur est apériodique. Si $\omega_0 > \delta$, la grandeur sous le radical est négative et les racines du polynôme sont complexes conjuguées, ce qui détermine le caractère oscillatoire du phénomène.

Au début du régime transitoire le courant de décharge dans le circuit est nul, car une résistance est insérée dans le circuit. D'autre part, l'équation (8-19) a pour corollaire que pour $i(0) = 0$ la tension aux bornes de l'inductance $L di/dt$ est égale à la tension sur la capacité U_{C_0} au début du phénomène avec le signe moins, c'est-à-dire :

$$(di/dt)_{t=0} = -U_{C_0}/L.$$

Ces considérations déterminent les conditions initiales permettant de résoudre l'équation différentielle.

Examinons séparément les décharges apériodique et oscillatoire.

Décharge apériodique. Dans ce cas les deux racines α_1 et α_2 sont réelles et négatives. Les coefficients A_1 et A_2 de l'équation (8-21) s'obtiennent par les conditions initiales connues. Au moment initial $t = 0$

$$i(0) = A_1 + A_2 = 0.$$

On déduit de cette équation que $A_1 = -A_2 = A$.

Pour la condition initiale

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = -\frac{U_{C_0}}{L}$$

on a :

$$\alpha_1 A - \alpha_2 A = 2 \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} A = -U_{C_0}/L,$$

d'où

$$A = -\frac{U_{C_0}}{2L \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}.$$

Par conséquent, on peut écrire l'expression du courant de décharge i :

$$\begin{aligned} i &= A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} = \\ &= -\frac{U_{C_0}}{2L \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} [e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \end{aligned}$$

En désignant la valeur du courant $\frac{U_{C_0}}{2L \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}$ par I_0 , nous tombons sur

$$i = -I_0 [e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (8-22)$$

La tension aux bornes de l'inductance est

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -LI_0 [(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - (\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (8-23)$$

La tension aux bornes de la capacité

$$u_C = -ir - L \frac{di}{dt} = \frac{U_{C0}}{\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} [(\delta^2 + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t} - (\delta^2 - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}) e^{-(\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2})t}]. \quad (8-24)$$

L'expression du courant i comporte deux composantes. Au début du phénomène, pour $t = 0$, la somme des composantes est nulle. Puis

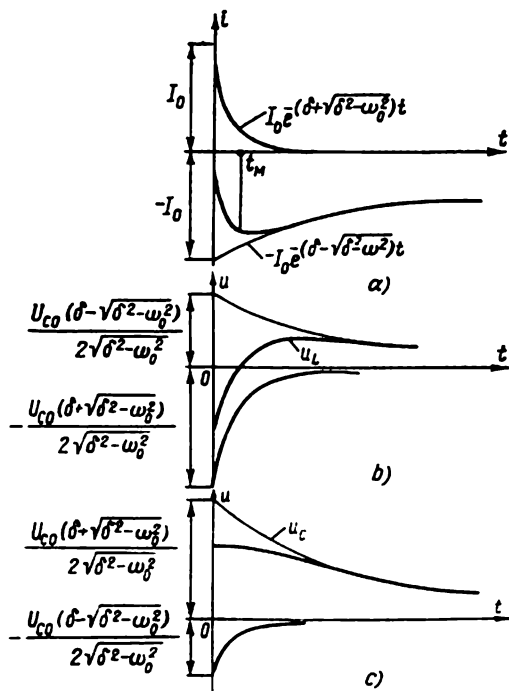


Fig. 8-11. Courbes des courants et des tensions au cours d'une décharge aperiodique: a, courbes des courants au cours de la décharge; b, courbes des tensions de l'inductance; c, courbes des tensions du condensateur

la première composante négative décroît plus lentement que la seconde composante positive car la grandeur absolue de l'exposant de e de la première composante est moindre que celle de la seconde, vu que $|\alpha_2| > |\alpha_1|$.

La courbe de variation du courant est représentée sur la fig. 8-11, a. Le courant du circuit au cours de la décharge déterminé par la som-

me de deux composantes accroît relativement vite et atteint au moment t_m sa valeur maximale, puis il se met à décroître lentement.

La tension aux bornes de l'inductance u_L comporte une composante négative, de plus grande valeur, qui s'amortit plus vite, et une composante positive, de plus faible valeur, qui s'amortit plus lentement. La tension u_L au début est égale à la tension aux bornes de la capacité avec un signe inverse $-U_{C_0}$, puis diminue rapidement et passe par zéro au moment t_m , lorsque le courant atteint son maximum, accroît ensuite dans le sens positif, puis diminue (fig. 8-11, b).

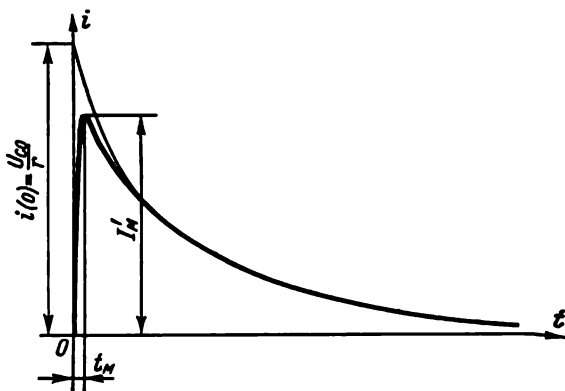


Fig. 8-12. Comparaison des courants au cours de la décharge dans un circuit sans inductance et à faible inductance

La tension aux bornes de la capacité u_C comporte une composante positive de plus grande valeur qui diminue relativement moins vite, et une seconde composante négative, de moindre grandeur, s'amortissant plus rapidement. D'abord $u_C = U_{C_0}$, puis décroît relativement moins vite, lorsque le courant est petit et l'énergie dissipée et l'énergie du champ magnétique sont faibles, puis la tension du condensateur décroît selon une loi en pratique exponentielle, qui est déterminée par l'expression de la première composante (fig. 8-11, c).

Au cours de l'analyse de la charge et de la décharge des condensateurs (par. 8-4) nous considérons que le courant du circuit au cours de la charge et de la décharge, au début du régime transitoire, accroît instantanément de la valeur nulle à la valeur initiale. Cette description du phénomène est quelque peu idéalisée. En réalité chaque circuit possède une inductance, aussi faible qu'elle soit. C'est pourquoi le courant du circuit n'accroît pas instantanément jusqu'à la valeur maximale au cours de la charge, mais pendant un certain temps, soit même très réduit. La fig. 8-12 représente les courbes du courant au cours d'une décharge tracées sans tenir compte de l'inductance du circuit (en trait fin) et compte tenu de l'inductance (en trait gras). Le courant maximal de décharge I'_m se manifeste à

l'instant t_m et sa valeur est inférieure à la valeur du courant initial idéalisé.

Cas limite d'une décharge apériodique, $\delta = \omega_0$. Lorsque la résistance r diminue, l'amortissement $\delta = r/(2L)$ diminue également. Pour une certaine valeur de la résistance r , quand $\delta = r/(2L) = \omega_0$ les racines du polynôme caractéristique deviennent égales: $\alpha_1 = \alpha_2 = -r/(2L)$. On démontre aisément que la décharge est alors apériodique en résolvant l'équation du régime transitoire.

D'autre part, ce cas est un cas limite car lorsque l'amortissement δ continue de diminuer, la pulsation des propres oscillations de la décharge ω_0 restant invariable, la décharge devient oscillatoire.

Décharge oscillatoire d'un condensateur. Si $\delta < \omega_0$, les deux racines du polynôme caractéristique sont complexes et conjuguées:

$$\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta \pm \sqrt{-1} \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta \pm j\omega,$$

où $j = \sqrt{-1}$ est un nombre imaginaire; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ étant la pulsation des oscillations au cours de la charge, comme nous allons en faire la démonstration plus loin.

Pour la solution générale de l'équation (8-20) nous pouvons écrire comme précédemment l'expression (8-21).

En partant des conditions initiales, nous pouvons écrire:

$$i(0) = A_1 + A_2 = 0 \quad \text{et} \quad A_1 = -A_2 = A;$$

$$di/dt = \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 = A(\alpha_1 - \alpha_2) = -U_{C_0}/L,$$

$$\text{d'où } A = -\frac{U_{C_0}}{L(\alpha_1 - \alpha_2)} = -\frac{U_{C_0}}{2j\omega L}.$$

Par conséquent, le courant du circuit peut être exprimé par:

$$i = -\frac{U_{C_0}}{2j\omega L} [e^{(-\delta + j\omega)t} - e^{(-\delta - j\omega)t}] = -\frac{U_{C_0}}{\omega L} e^{-\delta t} \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}.$$

Suivant la formule d'Euler

$$\sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}.$$

Définitivement l'expression du courant est

$$i = -\frac{U_{C_0}}{\omega L} e^{-\delta t} \sin \omega t = -I_0 e^{-\delta t} \sin \omega t, \quad (8-25)$$

où $I_0 = U_{C_0}/(\omega L)$.

Le courant au cours de la décharge est représenté par une sinusoïde amortie à pulsation ω et décroît selon une loi exponentielle (fig. 8-13, a).

La tension aux bornes de l'inductance a pour expression

$$u_L = L di/dt = -LI_0 e^{-\delta t} (\omega \cos \omega t - \delta \sin \omega t).$$

Trouvons l'angle β :

$$\beta = \arcsin \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + \omega^2}} = \arcsin \frac{\delta}{\omega_0}.$$

Alors

$$\begin{aligned} u_L &= -LI_0\omega_0 e^{-\delta t} (\cos \beta \cos \omega t - \sin \beta \sin \omega t) = \\ &= -I_0 \sqrt{L/C} e^{-\delta t} \cos (\omega t + \beta). \end{aligned}$$

Vu que $\sqrt{L/C}$ représente l'impédance d'onde $\rho = \omega_0 L$ et que $\cos (\omega t + \beta) = \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \beta \right)$, on a définitivement :

$$u_L = -I_0 \rho e^{-\delta t} \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} + \beta \right). \quad (8-26)$$

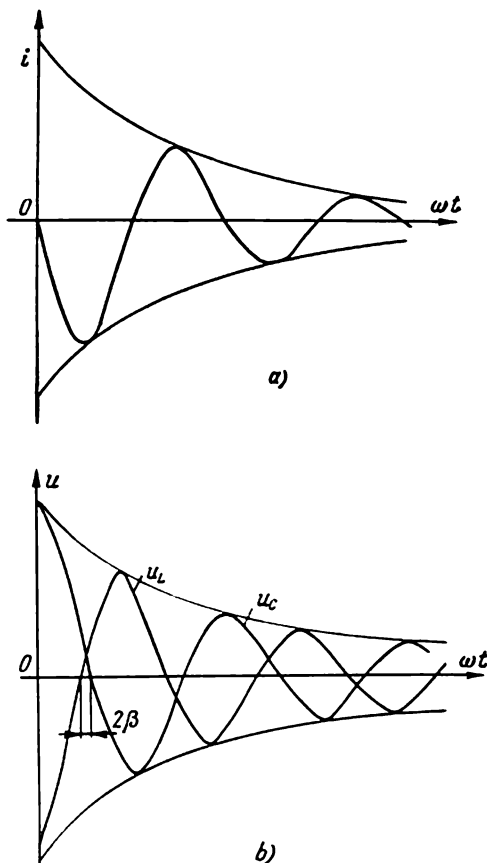


Fig. 8-13. Courbes du courant et des tensions au cas d'une décharge oscillatoire d'un condensateur : a, courbe du courant ; b, courbes des tensions

La tension aux bornes de l'inductance est représentée par une sinusoïde amortie, décroît selon une loi exponentielle et est déphasée en avance par rapport au courant d'un angle dépassant $\pi/2$ (fig. 8-13, b).

On peut déduire d'une façon analogue l'expression de la tension aux bornes de la capacité :

$$u_C = -I_0 \rho e^{-\delta t} \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2} - \beta \right). \quad (8-27)$$

La courbe de la tension u_C est représentée sur la fig. 8-13, *b*. Les expressions (8-26) et (8-27), de même que la figure 8-13, *b* font voir que les tensions u_L et u_C sont déphasées d'un angle $\pi + 2\beta$.

Si le circuit était peu résistant et $\beta = 0$, les tensions seraient déphasées d'un angle π et équilibreraient, à chaque instant, l'une l'autre. Alors l'amortissement $\delta = 0$, et les oscillations ne seraient pas amorties.

Au cours des oscillations il y a un échange ininterrompu d'énergie entre l'inductance et la capacité. Dans un cas idéal, lorsque $r = 0$, l'énergie du champ électrique varierait de la valeur maximale, lorsque $u_C = U_{C0}$ et $i = 0$ tandis que l'énergie du champ magnétique est nulle, jusqu'à zéro, lorsque $u_C = 0$ et $i = I_0$, tandis que l'énergie du champ magnétique est maximale.

Trouvons le rapport entre les amplitudes du courant ou de la tension qui s'alternent avec une période T , à partir du moment t_1 . Au moment t_1 l'amplitude du courant est $I_0 e^{-\delta t_1}$, et au moment $t_1 + T$ l'amplitude du courant devient $I_0 e^{-\delta(t_1+T)}$.

Le rapport des amplitudes donné par

$$\Delta = I_0 e^{-\delta t_1} : I_0 e^{-\delta(t_1+T)} = e^{\delta T} \quad (8-28)$$

s'appelle le *décrément d'amortissement* des oscillations, il caractérise la vitesse d'amortissement des oscillations.

Le plus souvent pour apprécier la vitesse d'amortissement on utilise le *décrément logarithmique d'amortissement des oscillations*:

$$\vartheta = \ln \Delta = \delta T. \quad (8-29)$$

L'amortissement est d'autant plus grand que le circuit est plus résistant, la période des oscillations est plus petite et l'inductance du circuit est plus faible.

Si le circuit est très peu résistant, c'est-à-dire $r \approx 0$ et $\delta \approx 0$, la pulsation des oscillations est tirée de l'expression des racines du polynôme

$$\omega_0 = 1/\sqrt{LC}. \quad (8-30)$$

La période des oscillations s'exprime par

$$T_0 = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{LC}. \quad (8-31)$$

Ces valeurs de la pulsation et de la période des oscillations sont appelées *pulsation et période des propres oscillations non amorties*.

La pulsation

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \quad (8-32)$$

et la période

$$T = 2\pi/\omega \quad (8-33)$$

sont appelées *pulsation et période des propres oscillations amorties*.

Remarquons que lors du branchement du circuit (fig. 8-10) sur une tension invariable le régime de la charge peut être soit apériodique soit oscillatoire. Le caractère du régime et les expressions donnant les courants et les tensions sont trouvés comme pour la décharge.

Les générateurs utilisés en tant que sources de haute fréquence ne permettent pas de dépasser 20 kHz. Pour obtenir des fréquences élevées, on utilise largement dans la technique des hautes fréquences et en radio les circuits oscillants à inductance et capacité.

TROISIEME PARTIE

MESURES ÉLECTRIQUES

CHAPITRE IX

APPAREILS DE MESURES ÉLECTRIQUES

9-1. Généralités sur les mesures électriques

Les mesures ont une importance primordiale pour les recherches scientifiques, l'industrie, l'agriculture, la médecine, les transports, etc. Les mesures permettent d'acquérir les connaissances, leurs résultats fournissant une information sur les propriétés des objets.

L'étude scientifique des lois de la nature est toujours liée à des expériences qui ne sauraient être réalisées sans un appareillage de mesure approprié. Les entreprises industrielles modernes sont équipées d'un grand nombre d'appareils de mesure pour le contrôle des machines et des installations, pour le réglage des processus industriels, la mesure des paramètres techniques, de la composition et de propriétés des matières au cours du contrôle de la production. Les appareils électriques de mesure sont utilisés à présent non seulement pour mesurer les grandeurs électriques (le courant, la tension, les résistances, les phases, etc.), mais, munis de capteurs (ou traducteurs), sont utilisés également pour mesurer presque toutes les grandeurs physiques (la température, les contraintes mécaniques, l'éclairement des surfaces, etc.).

On appelle « mesure » une opération qui consiste à comparer une grandeur physique X avec un étalon de mesure x et dont le résultat est exprimé par le nombre a .

L'équation d'une mesure s'écrit

$$X = ax,$$

a étant un nombre sans dimension ; X et x des grandeurs de la même dimension.

Les dimensions des unités de mesure sont établies conformément au Système International (SI) adopté en U.R.S.S.

Pour réaliser les mesures, on se sert de divers instruments de mesure, pouvant être :

1) des étalons qui sont des moyens techniques servant à la reproduction matérielle concrète des unités de mesure (du volt, de l'ohm, du farad, du henry) ;

2) des appareils de mesure, des moyens techniques utilisés pour réaliser les mesures (ampèremètres, voltmètres, ohmmètres, etc.) ;

3) des convertisseurs de mesure, des moyens techniques permettant d'élargir les possibilités des appareils de mesure (shunts, diviseurs de tension, transformateurs, amplificateurs, capteurs pour la mesure des grandeurs non électriques, etc.).

Suivant le rôle que jouent les étalons et les appareils de mesure ils sont divisés en deux catégories :

1. Les étalons de travail et les appareils de mesure utilisés pour les mesures en conditions industrielles.

2. Les étalons de référence et les appareils de mesure prévus pour la graduation et la vérification périodique des étalons et des appareils de travail.

Les étalons de référence sont réalisés avec la plus haute précision possible que l'on puisse atteindre au niveau donné du développement de la science et de la technique et ils permettent de reproduire et de conserver les unités de mesure.

9-2. Etalons des grandeurs électriques

Etalons de la F.E.M. En qualité d'étalon de la F.E.M. continue on utilise des piles étalons, qui sont des piles galvaniques étanches au mercure et cadmium de construction spéciale. En cas de préparation soignée les piles étalons ont à 20 °C une F.E.M. d'environ 1,0186 V, qui reste presque invariable durant des dizaines d'années. Au point de vue stabilité des F.E.M. les piles étalons sont réparties en quatre classes de précision. Les piles des classes 0,001, 0,002 et 0,005 sont utilisées en qualité d'étalons de référence pour les mesures précises en laboratoire. Les piles de la classe 0,02 sont utilisées pour les mesures techniques, par exemple, pour les compensateurs de courant continu.

Etalons de la résistance électrique. L'étalon de résistance est constitué par une bobine de mesure dont la résistance au possible ne doit pas dépendre du temps, de la température, de la fréquence du courant alternatif, etc. A présent on exécute des bobines pour des valeurs de la résistance allant de 10^{-4} à 10^{10} ohms. La construction d'une bobine dépend essentiellement de la valeur nominale de la résistance. Les étalons de résistance de 10^{-4} à 0,1 ohm sont réalisés en ruban de manganine, et les étalons de 1 ohm et plus, en fil de manganine de diamètre plus ou moins grand. La manganine est un alliage à forte résistivité ($\rho \approx 0,45 \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$) possédant une haute stabilité dans le temps et un très faible coefficient de température ($\alpha \approx 0,001$ à $0,003 \text{ } ^\circ\text{C}$). Les bobines de résistance sont réalisées

de manière à ce qu'elles aient de faibles inductances et capacités, pour qu'on puisse également les utiliser dans les circuits de mesure à courant alternatif.

Les bobines de résistance selon leur degré de précision sont réparties en cinq classes (0,002 ; 0,005 ; 0,01 ; 0,02 ; 0,05). Le nombre indiquant une classe donne l'écart admissible de la résistance de l'étalon par rapport à la valeur nominale dans la gamme des températures de service.

Les bobines de résistance à valeur nominale égale à 100 ohms et plus sont réalisées à deux bornes, tandis que les bobines à résistance inférieure à 100 ohms sont réalisées avec quatre bornes : deux bornes de courant et deux de potentiel. Au moyen des bornes de courant la bobine est insérée dans le circuit du courant, tandis que la résistance de la bobine est déterminée d'après la chute de tension entre les bornes de potentiel.

Une bobine de résistance ne reproduit qu'une seule valeur de résistance. Les valeurs nominales des bobines sont d'ordinaire multiples de 10, c'est-à-dire égales à 10^n , n étant un nombre entier.

En pratique on utilise largement des étalons à valeur variable de la résistance : des boîtes de résistances. Elles se présentent sous la forme d'un jeu d'étalons en manganine, montés dans un boîtier commun de manière à ce qu'on puisse, à l'aide d'un dispositif de commutation, modifier à volonté sa résistance dans des limites déterminées. D'après leur précision les boîtes de résistances sont réparties en sept classes : 0,01 ; 0,02 ; 0,05 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,5 ; 1,0.

Étalons de capacité. Les étalons de capacité sont réalisés sous la forme de condensateurs à air, au mica ou au polystyrène et sont surtout utilisés pour les circuits de mesure à courant alternatif. Les plus précis et les plus stables sont les condensateurs à air. Les boîtes de capacités sont constituées de condensateurs au mica.

Étalons d'inductance et d'inductance mutuelle. Les bobines d'inductance sont réalisées en fil de cuivre isolé enroulé sur une carcasse en porcelaine ou en matière plastique. Les bobines d'inductance mutuelle au point de vue construction, sont semblables aux bobines d'inductance, mais possèdent deux enroulements isolés. Les boîtes d'inductances comportent un jeu de bobines d'inductance. Des dispositifs de commutation permettent de modifier par bonds et progressivement l'inductance de la boîte.

9-3. Appareils de mesure. Classification

Pour faciliter le choix et l'utilisation des appareils de mesures électriques, on classe ceux-ci selon une série d'indices.

Les possibilités d'utilisation d'un appareil sont déterminées en premier lieu par son principe de fonctionnement, puis par les particularités de sa construction. Au point de vue du principe de fonctionnement les appareils de mesure sont classés suivant leur système.

Au point de vue de la valeur mesurée par les appareils de mesure on distingue les appareils pour mesurer le courant (ampèremètres), la tension (voltmètres), la résistance (ohmmètres), etc.

Selon le procédé de mesure les appareils peuvent être indicateurs ou comparateurs. Les appareils indicateurs sont des appareils donnant une valeur numérique de la grandeur mesurée, qui est indiquée sur un dispositif de lecture, l'opérateur n'a qu'à relever un résultat prêt. Les appareils indicateurs sont, par exemple, des ampèremètres, des voltmètres, des compteurs d'énergie électrique, etc. Dans les appareils comparateurs (les ponts, les compensateurs) on réalise la comparaison de la grandeur mesurée avec un étalon. Dans la pratique des mesures électriques on utilise le plus souvent des appareils indicateurs. Bien que moins précis que les appareils comparateurs, ils sont moins encombrants et moins lourds.

D'après la construction du dispositif de lecture on distingue parmi les appareils indicateurs les appareils à index mécanique (à aiguille), les appareils à index lumineux (à miroir), les appareils enregistreurs et les appareils digitaux. Les appareils de ce dernier type ne seront pas examinés dans le présent ouvrage.

Au point de vue précision les appareils sont répartis en classes de précision. La classe de précision d'un appareil de mesure est la limite de l'écart entre la valeur indiquée et la valeur exacte, exprimé en pourcentage de la déviation maximale. Les normes prévoient pour les appareils indicateurs huit classes de précision : 0,05 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,5 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,5 ; 4,0.

A part les indices énumérés, les appareils de mesure sont classés suivant leur degré de protection contre les champs magnétiques et électriques extérieurs, les dimensions et la forme de leur boîtier, etc.

9-4. Appareils indicateurs. Généralités

Dans les appareils de mesure indicateurs l'énergie électromagnétique est transformée en énergie mécanique, qui fait tourner d'un certain angle l'équipage mobile de l'appareil avec l'aiguille. Dans le cas le plus simple un appareil de mesure se compose d'un mécanisme de mesure effectuant cette transformation. Cependant un tel appareil possède des possibilités extrêmement restreintes, car il ne permet d'effectuer que la mesure du courant ou de la tension dans un domaine assez limité. C'est pourquoi on utilise souvent dans les appareils de mesure des convertisseurs permettant d'élargir considérablement le domaine d'utilisation de ceux-ci. Le schéma synoptique d'un tel appareil de mesure est représenté sur la fig. 9-1. Le convertisseur de mesure est utilisé pour transformer la valeur électrique à mesurer X (courant, tension, puissance, fréquence, résistance, etc.) en une grandeur électrique intermédiaire Y (courant ou tension) qui agit directement sur le mécanisme de mesure. Ce dernier transforme la grandeur Y en un couple moteur faisant tourner l'équipage mobile d'un angle α . Les convertisseurs de mesure (shunts, résistances addi-

tionnelles, transformateurs, amplificateurs, redresseurs et autres accessoires) peuvent être incorporés dans l'appareil ou raccordés à ses bornes de l'extérieur.

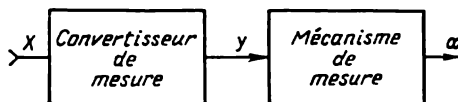


Fig. 9-1. Schéma structurel représentant un appareil de mesure électrique

La plupart des appareils de mesure électriques comportent un grand nombre d'ensembles communs et de pièces qui sont construits selon un même schéma mécanique : sous l'action d'un couple moteur

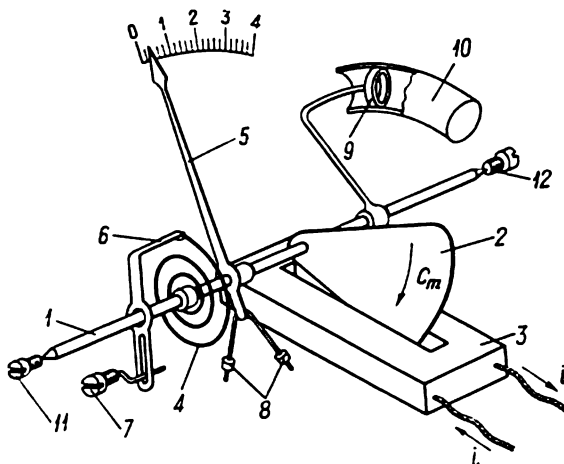


Fig. 9-2. Schéma de la construction d'un appareil à système ferromagnétique

l'équipage mobile de l'appareil de mesure tourne autour de son axe avec l'index (une aiguille ou un miroir). La fig. 9-2 représente à titre d'exemple le schéma de la construction d'un appareil à aiguille à système ferromagnétique. L'équipage mobile de l'appareil est constitué par un axe 1, sur lequel est monté un dispositif créant un couple moteur (dans le cas donné c'est une palette 2 en matériau ferromagnétique et une bobine 3 parcourue par le courant), par un ressort en spirale 4 créant un couple antagoniste et par une aiguille 5. L'une des extrémités du ressort est raccordée à l'axe de l'appareil, tandis que l'autre est reliée au toc 6 d'entraînement du correcteur. Le correcteur permet d'éliminer les faibles déviations de l'aiguille par rapport au zéro de l'échelle. En manipulant la vis 7 de réglage du zéro, on fait tourner le toc 6, ce qui assure le positionnement de l'aiguille au zéro.

Le ressort en spirale est réalisé en alliage amagnétique (bronze au phosphore, au béryllium ou au cadmium). Le couple qui apparaît lorsque le ressort est enroulé ou déroulé est directement proportionnel à l'angle de rotation de l'axe α , donc

$$C_{\text{res}} = D\alpha, \quad (9-1)$$

D étant le couple antagoniste spécifique (g·cm/rd) qui dépend du matériau et des dimensions du ressort.

Si le centre de gravité de l'équipage mobile de l'appareil ne se situe pas sur l'axe de rotation, les lectures de l'appareil sont influencées par le couple dû aux forces de gravité, ce qui peut occasionner des erreurs. Pour éliminer l'influence de ces forces l'équipage mobile est équilibré à l'aide de contre-poids 8. On évite les oscillations de l'équipage mobile en utilisant des amortisseurs à air ou par courants induits. La fig. 9-2 représente un amortisseur à air qui se compose d'un piston 9, se déplaçant dans un cylindre 10 fermé d'un côté. Le mouvement du piston provoqué par la rotation de l'axe 1, crée une différence de pression d'air. Le passage de l'air à travers la fente aménagée entre le piston et le cylindre provoque le freinage du piston, c'est pourquoi les oscillations de l'équipage mobile sont rapidement amorties.

Les aiguilles des appareils sont réalisées le plus souvent en métal solide et léger (d'ordinaire en aluminium). L'extrémité de l'aiguille doit être disposée près de la surface du cadran portant des graduations. Dans les appareils de mesure précis on utilise des aiguilles-couteaux et des aiguilles-couteaux avec miroir de parallaxe. Pour réduire au maximum l'erreur de lecture, il faut regarder sur l'aiguille de l'appareil de manière à ce que l'aiguille recouvre son image dans le miroir.

Les axes des appareils sont exécutés en acier de 0,5 à 2 mm de diamètre. Les extrémités pointues de l'axe (les pivots) viennent s'appuyer sur les crapaudines 11 et 12. Vu que la pression au point de contact du pivot et de la crapaudine est assez élevée (200 à 300 kg/mm²), les crapaudines sont souvent réalisées en pierres fines (agate, saphir, rubis), et les pivots en acier fin. L'apparition d'un couple de frottement au point de contact pivot-crapaudine entraîne inévitablement des erreurs dues au frottement.

Un appareil de mesure indicateur est un convertisseur de la grandeur mesurée X en angle de rotation de l'équipage mobile α . La relation entre ces deux grandeurs

$$\alpha = f(X)$$

est appelée équation principale d'un appareil de mesure. Le caractère de cette relation détermine les propriétés les plus importantes d'un appareil de mesure.

On appelle sensibilité d'un appareil de mesure la dérivée de l'angle de déviation de l'indicateur par rapport à la grandeur mesurée :

$$S = d\alpha/dX = f'(X).$$

Cette formule détermine la sensibilité d'un appareil de mesure au point de l'échelle qui nous intéresse. S'il existe une relation linéaire entre α et X , la sensibilité est constante et égale au rapport de la déviation de l'indicateur α à la valeur correspondante de la grandeur mesurée :

$$S = \alpha/X.$$

On appelle constante d'un appareil de mesure la valeur de la grandeur mesurée, correspondant à la déviation de l'indicateur d'une division de l'échelle :

$$C = X/\alpha = 1/S.$$

Si l'échelle d'un appareil de mesure est graduée en divisions (galvanomètres, ampèremètres portatifs à calibres multiples, voltmètres, wattmètres, etc.), alors la valeur de la grandeur mesurée est trouvée en multipliant la constante de l'appareil par l'angle de déviation de l'indicateur.

Le résultat d'une mesure obtenue avec n'importe quel appareil de mesure diffère toujours de la valeur exacte de la grandeur mesurée. La différence entre la valeur expérimentale et la valeur exacte d'une grandeur mesurée est appelée *erreur absolue*. L'erreur absolue d'un appareil de mesure représente la somme des erreurs dues à l'influence de facteurs divers : graduation incorrecte de l'échelle, frottements, position incorrecte de l'appareil, influence de la température ambiante, auto-échauffement par le courant, fréquence du courant alternatif, etc.

Pour apprécier l'erreur de mesure on utilise la notion d'erreur relative γ qui est le quotient de l'erreur absolue ΔX par la valeur exacte de la grandeur mesurée X :

$$\gamma = \frac{\Delta X}{X} 100, \%$$

Afin d'évaluer l'erreur des appareils indicateurs on utilise ce qu'on appelle l'erreur réduite, qui est le quotient de l'erreur absolue maximale par le calibre de l'appareil (valeur supérieure de l'étendue de mesure) $X_{\max}$. Selon les normes, les appareils sont répartis en plusieurs classes de précision en fonction de l'erreur réduite.

Il convient de remarquer que l'erreur de mesure relative γ peut être sensiblement supérieure à l'erreur réduite $\gamma_{\text{réd}}$ de l'appareil utilisé. La relation entre ces erreurs est donnée par l'expression

$$\gamma = \gamma_{\text{réd}} X_{\max}/X.$$

La fig. 9-3 représente à titre d'exemple la relation entre l'erreur relative et l'intensité du courant mesuré par un ampèremètre de classe 1 possédant un calibre de 10 A. C'est une relation typique pour les appareils indicateurs. Vu que l'erreur relative du côté du zéro de l'échelle est importante, il faut choisir le calibre des appareils de manière à pouvoir utiliser au cours des mesures le dernier tiers de l'échelle.

Les appareils de mesure électriques sont extrêmement variés au point de vue de leur destination, précision, construction, conditions d'utilisation et au point de vue des caractéristiques techniques. Les normes soviétiques prévoient le marquage approprié des appareils de mesure. En face d'un appareil, le plus souvent sur son cadran, on indique à l'aide de signes conventionnels les données principales caractérisant ses propriétés. Le tableau 9-1 représente les signes conventionnels indiquant le principe de fonctionnement des appareils

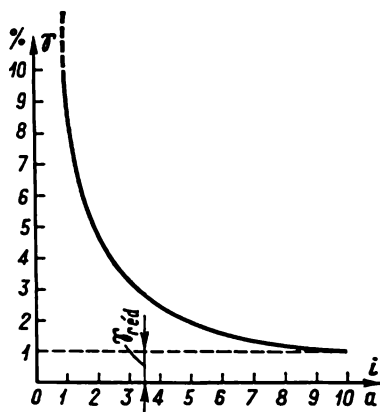


Fig. 9-3. Relation entre l'erreur relative de mesure et l'erreur réduite de l'appareil de mesure

de mesure les plus courants, leur domaine d'application et leurs caractéristiques concises. Le tableau 9-2 indique certains signes conventionnels utilisés pour le marquage des appareils de mesure.

9-5. Description des appareils de mesure électriques

Appareils ferromagnétiques. Les appareils appartenant à ce système ont une construction particulièrement simple. Pour créer un couple moteur on utilise la force qu'exerce le champ magnétique d'une bobine fixe 3 (fig. 9-2) sur un noyau mobile en matériau ferromagnétique 2 réalisé en forme de palette. Sous l'influence du champ magnétique créé par le courant à mesurer i , la palette 2 est attirée dans la fente de la bobine, en faisant tourner l'axe 1 avec l'aiguille 5.

Le couple moteur de l'appareil peut être trouvé en se reportant à l'expression (2-46) donnant la force électromagnétique à l'aide de la première dérivée de la variation de l'énergie du champ magnétique par rapport à l'angle de pivotement :

$$C_m = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{Li^2}{2} \right) = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\alpha},$$

L étant l'inductance de la bobine, qui dépend de la position du noyau, i le courant à mesurer.

Tableau 9-1

Signes conventionnels et caractéristiques concises des appareils de mesure électriques

Signe conventionnel du système de l'appareil	Dénomination du système	Equation principale et sensibilité	Nature du courant et fréquence	Dénomination des appareils de mesure	Sensibilité maximale	Valeur minimale mesurée	Puissance consommée	Classe de précision
	Appareil ferro-magnétique	$\alpha = kI^2$ $S = 2kI$	Continu et alternatif 10 à 10 ⁴ Hz (valeur efficace)	Ampèremètres et voltmètres	10 ⁵ div/A 10 ² div/V	1 mA 1 V	10 ⁻³ à 10 ⁻² W 10 ⁻² W/V	de 0,2 à 2,5
	Logomètre ferro-magnétique	$\alpha = I / \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$		Phasomètres Paradmètres Hertzmètres	1 div/Hz	—		2,5
	Appareil magnéto-électrique (à cadre mobile)	$\alpha = SI$ $S = \frac{\alpha}{I} = \text{const}$	Courant continu, courant pulsatoire (valeur moyenne)	Ampèremètres Voltmètres Galvanomètres	5 · 10 ⁸ div/A 3 · 10 ⁵ div/V 10 ¹² div/A 10 ⁹ div/V	10 ⁻⁷ A 10 ⁻³ V 10 ⁻¹¹ A 10 ⁻⁸ V	10 ⁻⁷ à 1 W 10 ⁻³ à 10 ⁻² W/V 10 ⁻¹⁷ à 10 ⁻¹⁰ W	de 0,05 à 1,5 —
	Logomètre magnéto-électrique	$\alpha = I / \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$		Ohmmètres Fréquencemètres à fréquence infra-acoustique 0,1 à 1,5 Hz	10 ⁹ div/Ω		0,01 à 1 W	2,5
	Appareil électrodynamique	$\alpha = kI_1I_2$ (courant continu) $\alpha = kI_1I_2 \cos \varphi$ (courant alternatif)	Courant continu et alternatif 10 à 10 ⁴ Hz (valeur efficace)	Ampèremètres Voltmètres Wattmètres	5 · 10 ³ div/A 10 ³ div/V	10 ⁻³ A 5 · 10 ⁻² V 0,5 W	10 ⁻² à 10 W (1 à 10) 10 ² W/V 3 à 10 W	de 0,1 à 1,5

	Logomètre électro-dynamique	$\alpha = f \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$			Phasemètres Paradmètres Hertzmètres	1 div/Hz		3 à 8 W	1,5 2,5
	Appareil ferro-dynamique	$\alpha = k I_1 I_2$ (courant continu) $\alpha = k I_1 I_2 \cos \psi$ (courant alternatif)	Courant continu et alternatif 10 à 103 Hz (valeur efficace)		Ampèremètres Voltmètres	5 · 103 div/A 50 div/V	10-4 A 10-2 V 0,3 W	0,1 à 2 W 10-3 à 0,1 W 0,5 à 5 W	de 0,5 à 2,5
	Logomètre ferro-dynamique	$\alpha = f \left(\frac{I_1}{I_2} \right)$			Phasemètres Hertzmètres Paradmètres	1 Hz		3 à 8 W	1,5 2,5
	Appareil électrostatique	$\alpha = k u^2$ $S = 2 k u$	Tension continue et alternative 10 à 103 Hz		Voltmètres	0,5 div/V	10 V	ne consomme pas de puissance active	de 0,1 à 1,5
	Appareil à induction	$\alpha = k I_1 I_2 \sin \psi$	Courant alternatif 50 Hz		Compteurs d'énergie électrique	0,5 % de la puissance nominale		5 à 10 W	2,0 2,5
	Appareil à thermocouple	$\alpha = k \theta$ $S = 2 k \theta$	Courant continu et alternatif 10 à 103 Hz (valeur efficace)		Ampèremètres Voltmètres	5 · 103 div/A 50 div/V	2 · 10-4 A 0,1 V	10-3 à 2 W	1,0 1,5 2,5
	Appareil redresseur	$\alpha = S I_m$ $S = \text{const}$	Courant alternatif 40 à 2 · 104 Hz (valeur moyenne)		Ampèremètres Voltmètres Fréquencemètres	103 div/A 103 div/V	10-3 A 5 · 10-2 V	10-6 à 0,5 W 10-3 à 102 W/V	1,5 2,5 4,0

Tableau 9-2

Désignations conventionnelles représentées sur les échelles des appareils de mesure électriques

Désignation graphique conventionnelle	Signification de la désignation conventionnelle
A ; V ; W ; Ω ; Hz ; φ ; cos φ ; F ; H ; . . .	Désignation d'une unité de la grandeur mesurée : ampère, volt, watt, ohm, hertz, degré de l'angle de déphasage, facteur de puissance, farad, henry, etc.
0,05 ; 0,1 ; 0,2 ; 0,5 ; 1,0 ; 1,5 ; 2,5 ; 4,0	Classe de précision de l'appareil de mesure déterminée par la valeur admissible de l'erreur réduite
	Position de travail de l'appareil : horizontale, verticale, inclinée, par exemple de 60° par rapport à l'horizon
	L'appareil est prévu pour fonctionner : exclusivement dans un circuit à courant continu, exclusivement dans un circuit à courant alternatif, dans les circuits à courant alternatif et à courant continu, dans les circuits à courant alternatif triphasé.
	Le circuit de mesure de l'appareil est isolé du boîtier et essayé sous une tension, par exemple, de 2 kV
	Attention ! Voir les indications supplémentaires dans la fiche technique ou la notice d'emploi de l'appareil
500 Hz 45-500 Hz	L'appareil fonctionne normalement : à une fréquence de 500 Hz ; aux fréquences allant de 45 à 500 Hz
	L'appareil, par exemple à système ferromagnétique, est protégé contre les champs magnétiques extérieurs.
	L'appareil, par exemple à système électrostatique, est protégé contre l'influence des champs électriques

Le couple antagoniste $C_a = D\alpha$ est créé par un ressort en spirale. Sous l'action du couple moteur l'équipage mobile de l'appareil tourne d'un angle α tel que le couple moteur et le couple antagoniste soient réciproquement équilibrés :

$$\frac{i^2}{2} \frac{dL}{d\alpha} = D\alpha.$$

Donc, l'équation principale de l'appareil est :

$$\alpha = ki^2, \quad (9-2)$$

où $k = \frac{1}{2D} \frac{dL}{d\alpha}$ est un coefficient qui dépend des propriétés de la bobine, du matériau et de la forme du noyau, de sa position par rapport à la bobine. En première approximation on peut considérer que le coefficient k est constant.

L'expression (9-2) a pour corollaire qu'au point de vue de son principe de fonctionnement un appareil ferromagnétique est un appareil mesureur de courant. La bobine fixe d'un ampèremètre comporte un nombre relativement faible de spires en gros fil de cuivre. Un appareil ferromagnétique peut être utilisé en qualité de voltmètre. Un voltmètre possède une bobine avec un grand nombre de spires en fin fil de cuivre. Pour limiter le courant qui circule dans la bobine d'un voltmètre on branche souvent en série avec la bobine une résistance supplémentaire sans réactance, à très faible inductance et capacité.

Cet appareil peut être utilisé pour les mesures en courant continu comme en courant alternatif, car si le sens du courant est inversé, le signe de l'angle de déviation α ne change pas. L'appareil mesure la valeur efficace d'un courant alternatif. L'échelle de l'appareil est irrégulière en vertu de la relation quadratique qui existe entre le courant i et l'angle de déviation α : les graduations sont beaucoup plus serrées du côté du zéro que vers le maximum.

La sensibilité de l'appareil $S = d\alpha/di = 2ki$ croît du commencement vers la fin de l'échelle. Pour obtenir une échelle plus linéaire et une sensibilité à peu près constante, on choisit la forme du noyau ferromagnétique de manière à ce que l'accroissement de l'inductance par unité d'angle $dL/d\alpha$ augmente aux faibles valeurs du courant et diminue avec les courants proches de la valeur nominale. Tout de même la partie initiale de l'échelle (10 à 20 %) est très réduite et ne peut être utilisée pour le travail.

Les appareils de mesure de ce système sont surtout utilisés pour les circuits à courant alternatif à fréquence inférieure à 10^4 Hz. Aux fréquences élevées survient une erreur de fréquence à cause de la diminution de l'inductance de la bobine (due à l'action démagnétisante des courants de Foucault dans le noyau) et à cause d'un phénomène de shuntage provoqué par les capacités parasites entre les spires de la bobine. Ainsi, le couple moteur diminue à mesure que la fréquence du courant alternatif augmente.

Le champ magnétique excité par la bobine est relativement faible, car il passe surtout par l'air, dont la réluctance est élevée. C'est pourquoi les champs magnétiques extérieurs (des aimants permanents, des conducteurs parcourus par des courants à forte intensité, etc.) en venant s'ajouter au champ magnétique de l'appareil peuvent constituer une source d'erreur supplémentaire. Pour la protection contre les champs magnétiques extérieurs on emploie des boîtiers en fer, des écrans, ou bien on utilise des appareils astatiques (fig. 9-4). Sur

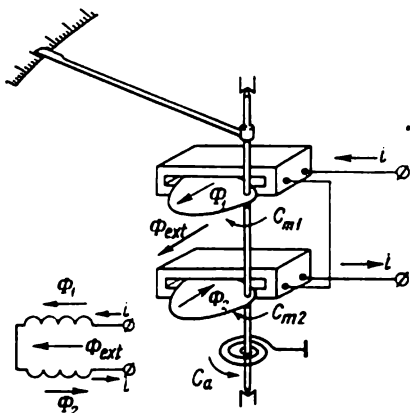


Fig. 9-4. Appareil astatique à système ferromagnétique

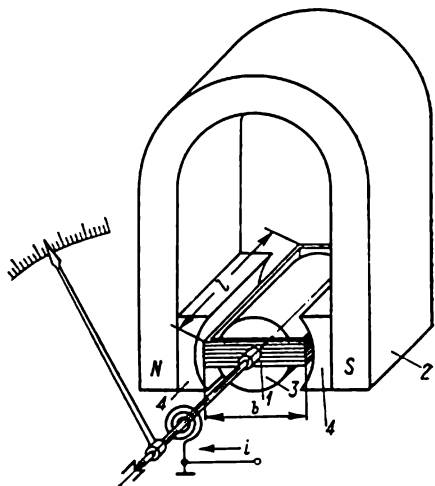


Fig. 9-5. Construction d'un appareil magnéto-électrique

l'axe commun sont fixés deux noyaux ferromagnétiques identiques disposés en regard des fentes de deux bobines plates. Les enroulements des bobines sont couplés de manière à ce que les flux magnétiques Φ_1 et Φ_2 soient orientés en sens opposés. Le champ magnétique extérieur amplifie le champ de la première bobine, par exemple, et affaiblit le champ de la seconde bobine. Si le champ magnétique extérieur est uniforme et sa fréquence coïncide avec la fréquence de variation du courant, on peut obtenir la compensation totale de l'influence d'un champ extérieur. Les appareils à équipage astatique sont plus compliqués et plus chers.

Appareils magnéto-électriques. Le couple moteur des appareils de ce système est créé grâce à l'interaction du courant parcourant les spires de la bobine mobile 1 avec le champ magnétique de l'aimant permanent 2 (fig. 9-5). Un cadre mobile rectangulaire est bobiné en fil de cuivre ou d'aluminium (de diamètre 0,03 à 0,5 mm). Le cadre est fixé sur deux demi-axes. Le courant est amené à la bobine mobile à travers deux ressorts en spirale, auxquels sont soudées les extrémités de l'enroulement de la bobine. Le cadre embrasse un noyau fixe en fer 3 et peut tourner dans l'entrefer annulaire étroit

(1 à 2 mm) entre le noyau et les épanouissements polaires 4. Dans cet entrefer le champ magnétique radial est pratiquement uniforme.

Lorsque l'enroulement du cadre mobile est parcouru par un courant i , il est sollicité par un effort

$$F = Blwi,$$

où w est le nombre de spires de l'enroulement, l la longueur active de l'enroulement.

Le couple moteur qui agit sur le cadre est

$$C_m = 2Fb/2 = Blwi, \quad (9-3)$$

b étant la largeur du cadre.

En état d'équilibre le couple moteur est égal au couple antagoniste du ressort en spirale :

$$Blwi = D\alpha.$$

D'où l'on obtient l'équation principale de l'appareil :

$$\alpha = Si, \quad (9-4)$$

où $S = Blwb/D = \text{const}$ est la sensibilité de l'appareil.

L'expression (9-4) montre qu'un appareil à système magnéto-électrique est un mesureur de courant. Vu que la sensibilité est constante, l'échelle de l'appareil est linéaire. Lorsque le courant parcourant le cadre mobile change de sens, la direction de déviation de l'équipage mobile varie également. C'est pourquoi un appareil à système magnéto-électrique n'est utilisable que pour les mesures en courant continu. Lorsque l'appareil est branché dans un circuit à courant alternatif, l'équipage mobile de l'appareil, qui possède une inertie, n'a pas le temps de réagir à la modification de la valeur et du signe du couple moteur, et l'aiguille de l'appareil ne dévie pas de la position zéro.

La sensibilité très élevée de ces appareils est due à l'utilisation d'aimants permanents de haute qualité en alliages spéciaux, permettant d'obtenir dans l'entrefer une induction $B = 0,2$ à $0,3$ T.

Dans les appareils très sensibles utilisés pour mesurer ou détecter des courants très faibles, le couple de frottement entre les pointes et les crapaudines peut provoquer une erreur importante, car le couple moteur est faible. C'est pourquoi l'équipage mobile de ces appareils est fixé sur des tendeurs (fig. 9-6, a) ou sur des suspen-

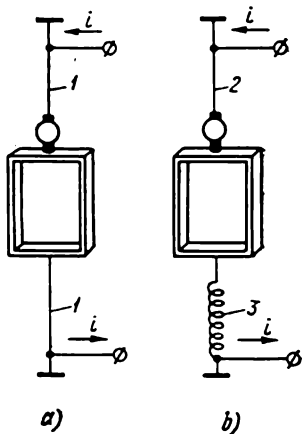


Fig. 9-6. Fixation de l'équipage mobile d'un appareil magnéto-électrique: a, sur tendeurs; b, sur suspension

sions (fig. 9-6, b). Les tendeurs et les suspensions sont exécutés avec le même matériau que les ressorts en spirale et lors de leur torsion créent un couple antagoniste proportionnel à l'angle de torsion α (9-1). Les tendeurs ou les suspensions servent à l'amenée du courant de la partie fixe vers le cadre mobile. Dans un appareil à suspension on utilise également à cet effet un ruban sans inertie 3.

L'amortisseur du cadre mobile d'un appareil magnéto-électrique est d'ordinaire constitué par un cadre court-circuité en aluminium.

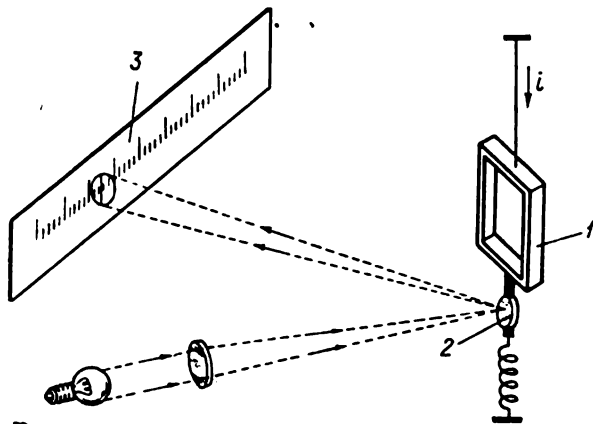


Fig. 9-7. Construction d'un galvanomètre à miroir, à équipement mobile fixé sur suspension

Lorsque le cadre se déplace dans le champ magnétique, des courants y sont induits. L'interaction de ces courants avec le flux magnétique de l'aimant permanent donne naissance, en vertu de la règle de Lenz, à un couple dirigé à l'encontre du mouvement du cadre. Les amortisseurs de ce type, utilisant l'interaction des aimants permanents et des courants induits, sont appelés amortisseurs à induction magnétique.

Les *galvanomètres magnéto-électriques* sont conçus pour mesurer et détecter de très faibles courants continus (10^{-7} à 10^{-12} A). On utilise des galvanomètres à aiguille et des galvanomètres à miroir. Les galvanomètres à aiguille sont en principe semblables aux microampèremètres magnéto-électriques, mais possèdent une meilleure sensibilité (atteignant 10^7 div/A). On atteint une sensibilité encore plus élevée en utilisant des aimants permanents de très haute qualité, en utilisant un index à miroir à la place de l'index à aiguille et en fixant le cadre mobile sur des tendeurs (dans les galvanomètres à $S \leq 10^{10}$ div/A) ou sur une suspension (dans les galvanomètres à $S > 10^{10}$ div/A).

La fig. 9-7 représente le schéma d'un galvanomètre à équipement mobile sur suspension. Sous l'effet d'un courant continu i le cadre mobile 1 pivote d'un certain angle. Le pinceau de lumière provenant du dis-

positif d'éclairage et incident sur le miroir 2 est réfléchi par ce dernier et atteint l'échelle 3. Le nombre de divisions relevé sur l'échelle dépend de la distance entre le cadran et le miroir du galvanomètre. Sur le cadran du galvanomètre sont portées des divisions millimétriques et avant de procéder aux mesures il faut déterminer la constante de l'appareil ou la sensibilité. Les erreurs d'un galvanomètre sont très grandes et ne répondent à aucune norme. Les galvanomètres sont largement utilisés dans les appareils comparateurs en qualité d'indicateur de zéro et sont conçus pour indiquer l'absence de courant dans l'une des branches du circuit de mesure.

Appareils électrodynamiques. Dans les appareils à système électrodynamique le couple moteur est dû à l'interaction des bobines

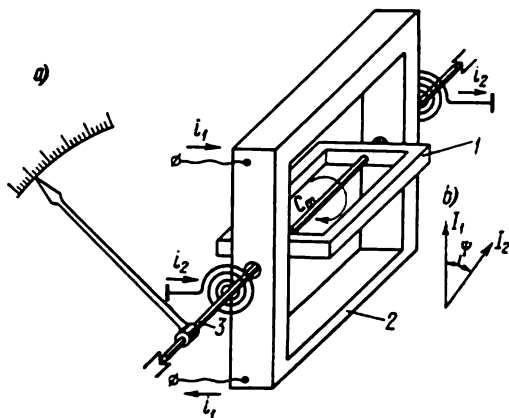


Fig. 9-8. Schéma constructif d'un appareil électrodynamique

parcourues par des courants. Le mécanisme de mesure est constitué par deux bobines, une bobine mobile 1 et l'autre fixe 2 (fig. 9-8). La bobine mobile qui se trouve à l'intérieur de la bobine fixe est solidaire de l'axe 3. Le courant est amené à la bobine mobile par l'intermédiaire des ressorts en spirale.

En nous reportant à l'expression de la force électromagnétique, déterminons le couple moteur agissant sur la bobine mobile:

$$C_m = \frac{dW_m}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + M i_1 i_2 \right) = i_1 i_2 \frac{dM}{d\alpha},$$

L_1 et L_2 étant les inductances des bobines fixe et mobile; M l'inductance mutuelle des deux bobines; i_1 et i_2 les courants qui circulent dans les bobines fixe et mobile.

Notons que $\frac{d(L_1 i_1^2)}{d\alpha} = \frac{d(L_2 i_2^2)}{d\alpha} = 0$, car les courants et les inductances des bobines ne dépendent pas de l'angle α . En état d'équilibre, c'est-à-dire lorsque $C_m = C_a$ (C_a étant le couple anta-

goniste des ressorts), on a

$$i_1 i_2 \frac{dM}{d\alpha} = D\alpha,$$

d'où l'on obtient l'équation principale de l'appareil :

$$\alpha = k i_1 i_2, \quad (9-5)$$

où $k = \frac{1}{D} \frac{dM}{d\alpha}$ est un coefficient qui dépend des propriétés élastiques des ressorts en spirale, des paramètres des bobines et de leur disposition mutuelle.

Il est aisé de démontrer qu'au cas d'un courant alternatif l'équation principale de l'appareil se traduit par

$$\alpha = k I_1 I_2 \cos \psi, \quad (9-6)$$

I_1 et I_2 étant les valeurs efficaces des courants dans les bobines fixe et mobile; ψ l'angle de déphasage entre les courants des bobines (fig. 9-8, b). Les appareils de ce système sont surtout appliqués en

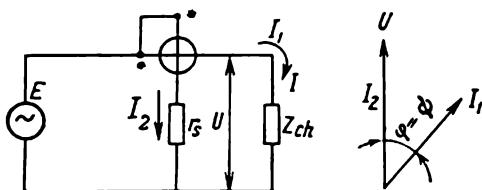


Fig. 9-9. Schéma du montage d'un wattmètre dans un circuit électrique

qualité de wattmètres. Dans ces conditions la bobine fixe réalisée avec un faible nombre de spires en fil de cuivre de gros diamètre est branchée en série avec une impédance de charge Z_{ch} (fig. 9-9) tandis que la bobine mobile comportant un grand nombre de spires est branchée en parallèle avec la charge. Pour limiter le courant circulant dans la bobine mobile, on branche en série avec cette dernière une forte résistance active supplémentaire r_s .

Aux fréquences relativement basses on peut supposer que le courant I_2 est en phase avec la tension U_2 . Vu que le courant I_1 dans la bobine fixe est égal au courant I parcourant la charge, l'angle de déphasage φ entre la tension U et le courant I de la charge est égal au déphasage entre les courants I_1 et I_2 parcourant les bobines. Alors l'angle de déviation de l'appareil est proportionnel à la puissance active absorbée par la charge:

$$\alpha = k I_1 I_2 \cos \psi = k I \frac{U}{r_s} \cos \varphi = k_1 U I \cos \varphi = k_1 P.$$

Nous supposons ici que l'inductance de la bobine mobile est faible en comparaison de la résistance supplémentaire. Cette supposition n'est plus valable pour les hautes fréquences, car elle entraîne alors une erreur fréquentielle notable.

En courant continu $\alpha = k_{ui} = k_{ip}$.

L'échelle d'un wattmètre à système électrodynamique est linéaire. En utilisant un jeu de shunts incorporés et de résistances supplémentaires on réalise souvent des wattmètres avec plusieurs calibres de mesure. La constante du wattmètre dépend des valeurs limites choisies de la tension $U_{\max}$ et du courant $I_{\max}$ et du nombre de divisions de l'échelle :

$$C_w = \frac{I_{\max} U_{\max}}{\alpha_{\max}}.$$

Le wattmètre électrodynamique est un appareil polaire, c'est-à-dire que le sens de déviation de l'équipage mobile dépend de l'orientation réciproque des courants I_1 et I_2 parcourant les bobines. Pour que le sens de déviation de l'équipage mobile soit correct, les bornes d'origine des bobines, affectées d'un astérisque, doivent être raccordées comme représenté sur la fig. 9-9.

En couplant les bobines, en série ou en parallèle, on peut utiliser des appareils de système électrodynamique en qualité d'ampèremètres ou de voltmètres.

Les appareils appartenant à ce système sont les plus précis en courant alternatif. Les propres champs magnétiques des bobines sont faibles car ils se ferment à travers l'air. Il est nécessaire de protéger ces appareils contre l'influence des champs magnétiques extérieurs. La construction des appareils avec un tel système est compliquée, ce qui fait que ces appareils de mesure sont coûteux.

Appareils ferrodynamiques. Les appareils avec ce système diffèrent des appareils électrodynamiques du fait qu'en but d'amplifier

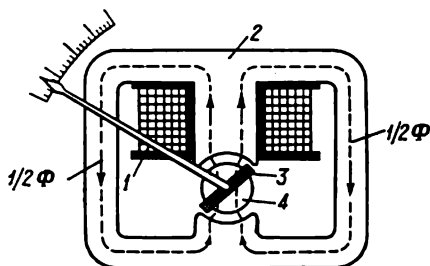


Fig. 9-10. Construction d'un appareil ferrodynamique

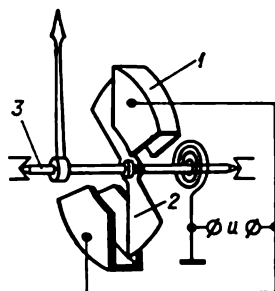


Fig. 9-11. Construction d'un appareil électrostatique

le champ magnétique créé par la bobine fixe on utilise un circuit magnétique en tôle magnétique ou en permalloy. L'enroulement fixe 1 (fig. 9-10) est bobiné sur le noyau du circuit magnétique 2, tandis que la bobine mobile 3 peut tourner autour du noyau cylindrique fixe 4. L'avantage de ces appareils réside dans une meilleure protection de ceux-ci contre l'influence des champs magnétiques extérieurs et dans le fait qu'ils possèdent des couples moteurs éle-

vés. Grâce à cet avantage on utilise largement ces appareils en qualité d'enregistreurs, qui requièrent un couple moteur important nécessaire pour surmonter le frottement du style contre le papier du diagramme.

Appareils électrostatiques. Le principe de fonctionnement d'un tel appareil de mesure repose sur l'utilisation des forces d'attraction (ou de répulsion) mutuelle entre des conducteurs chargés. Une des constructions possibles de cet appareil et le schéma de connexion des électrodes sont représentés sur la fig. 9-11. Entre les deux électrodes fixes 1 est placée l'électrode mobile 2, solidaire de l'axe 3. En présence d'une tension continue ou alternative u un champ électrique apparaît entre l'électrode mobile et les électrodes fixes. Sous l'action de ce champ l'électrode mobile tend à occuper une position, à laquelle l'énergie du champ électrique atteint sa valeur maximale. Le couple moteur qui s'exerce sur l'électrode mobile s'exprime par

$$C_m = \frac{dW_e}{d\alpha} = \frac{d}{d\alpha} \left(\frac{Cu^2}{2} \right) = \frac{u^2}{2} \frac{dC}{d\alpha}.$$

L'électrode mobile ne peut occuper une position déterminée qu'en cas d'égalité des couples moteur et antagoniste :

$$C_m = C_a \quad \text{ou} \quad \frac{u^2}{2} \frac{dC}{d\alpha} = D\alpha,$$

d'où l'angle de déviation

$$\alpha = ku^2, \quad (9-7)$$

où $k = \frac{1}{2D} \frac{dC}{d\alpha}$ est un coefficient qui dépend des dimensions et de la forme des électrodes, de leur position réciproque et des propriétés élastiques du ressort.

L'équation (9-7) fait voir que les appareils de ce système d'après leur principe de fonctionnement mesurent la tension. L'appareil est applicable à la mesure de la tension continue et de la valeur efficace de la tension alternative. Pour les tensions de 10 à 100 V le couple moteur est très faible, la sensibilité de l'appareil est donc médiocre. On construit à présent des voltmètres pour mesurer les tensions alternatives allant de 30 à 300 000 V dans une large gamme de fréquences.

Appareils à induction. Les mécanismes de mesure de ces appareils sont actionnés par un couple moteur qui résulte de l'interaction de deux flux magnétiques alternatifs avec les courants de Foucault induits dans l'équipage mobile par ces mêmes flux magnétiques. Les appareils de mesure à induction peuvent être utilisés en qualité d'ampèremètres, mais à présent ce ne sont que des compteurs d'énergie électrique monophasés et triphasés qui sont basés sur ce principe. La fig. 9-12 représente le schéma de principe d'un compteur à induction monophasé. Le disque 3 en aluminium fixé sur l'axe tournant 10 se situe entre les pôles des deux électro-aimants 1 et 7. L'enroulement de l'électro-aimant 1 est branché en série avec la

charge Z_{ch} , tandis que celui de l'électro-aimant 7 est branché en parallèle avec la charge. Les courants i_1 et i_2 créent des flux magnétiques alternatifs Φ_1 et Φ_{tr2} , qui traversent le disque 3 et induisent

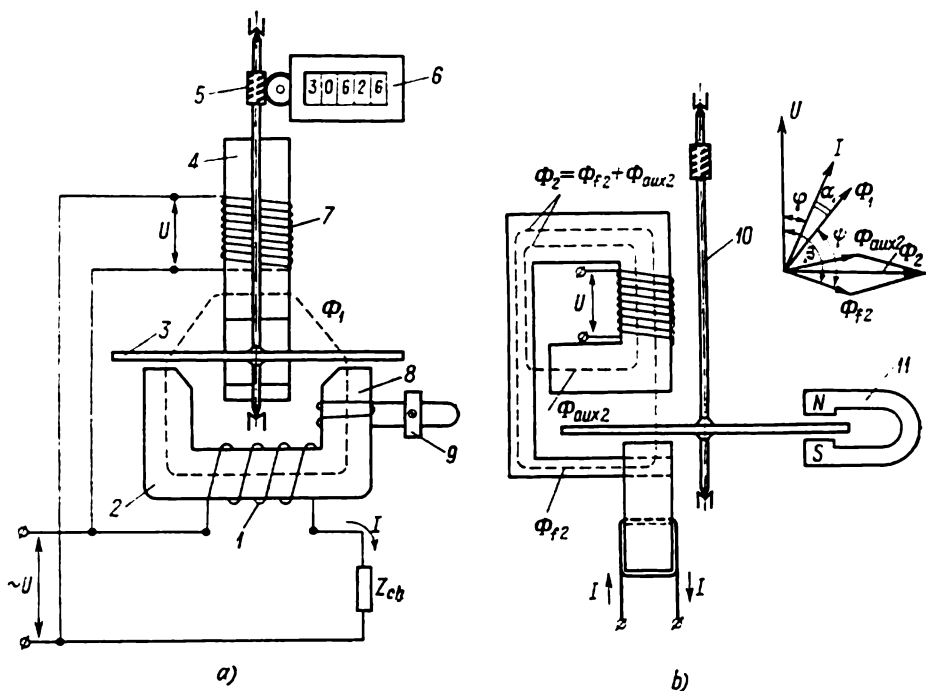


Fig. 9-12. Construction d'un appareil à induction

dans ce dernier des courants de Foucault. On peut démontrer que de l'interaction des courants de Foucault et des flux magnétiques Φ_1 et Φ_{tr2} résulte un couple moteur

$$C_m = k_1 f \Phi_1 \Phi_{tr2} \sin \psi.$$

proportionnel à la fréquence du courant alternatif f et au sinus de l'angle de déphasage ψ entre les flux. Etant donné que le flux Φ_1 est proportionnel au courant I de la charge tandis que le flux Φ_{tr2} est proportionnel à la tension U , on peut écrire:

$$C_m = k_2 UI \sin \psi.$$

Pour pouvoir utiliser un appareil à induction en tant que comp-
teur de l'énergie active, il faut que les égalités

$$\sin \psi = \cos \varphi \text{ ou } \psi = 90^\circ - \varphi, \quad (9-8)$$

soient observées, φ étant l'angle de phase de la charge (fig. 9-12, b).

Le flux magnétique Φ_1 est déphasé en arrière sur le courant I d'un angle relativement faible α_1 , le flux Φ_{tr2} du noyau 7 est déphasé

en arrière sur la tension U d'un angle β proche de 90° . Pour que la condition (9-8) soit réalisée, il faut que le flux de travail Φ_{tr2} traversant le disque 3 soit déphasé sur la tension U d'un angle $\beta = 90^\circ + \alpha_1$. Le diagramme vectoriel de la fig. 9-12, *b* met en évidence que les flux magnétiques Φ_1 et Φ_{tr2} sont déphasés l'un sur l'autre d'un angle

$$\psi = \beta - \varphi - \alpha_1.$$

En substituant dans cette égalité l'expression (9-8), nous obtenons $\beta = 90^\circ + \alpha_1$. Pour satisfaire à cette condition on réalise le circuit magnétique 4 de manière à ce qu'une partie du flux magnétique du noyau 4, Φ_{aux2} , soit dérivée et ne passe pas à travers le disque 3. En faisant varier la valeur et la phase du flux auxiliaire Φ_{aux2} on peut obtenir la valeur requise de l'angle β . La condition (9-8) est satisfaite plus précisément en faisant appel à divers artifices lors de l'ajustage définitif du compteur. Par exemple, on place sur le circuit magnétique 2 des spires court-circuitées 8 avec une plaque de cuivre de réglage 9. Lorsque la plaque 9 est déplacée, les pertes dans le circuit magnétique 2 sont modifiées et la position du vecteur Φ_1 par rapport au vecteur Φ_{tr2} est modifiée. Si la condition (9-8) est satisfaite, le couple moteur devient proportionnel à la puissance active de la charge:

$$C_m = k_2 UI \cos \varphi = k_2 P.$$

Sous l'action de ce couple le disque se met à tourner. Le couple antagoniste est créé par un frein à induction magnétique. En tournant le disque coupe le champ de l'aimant permanent 11 et les courants de Foucault induits dans le disque entrent en interaction avec le champ de l'aimant et forment ainsi un couple antagoniste proportionnel à la vitesse de rotation du disque:

$$C_a = k_3 n,$$

n étant la vitesse angulaire du disque; k_3 un coefficient de proportionnalité.

Lorsque la vitesse de rotation du disque est établie, le couple moteur est égal au couple antagoniste, c'est-à-dire

$$C_m = C_a \text{ ou } k_2 P = k_3 n,$$

d'où la vitesse de rotation du disque

$$n = \frac{k_2}{k_3} P = kP$$

est proportionnelle à l'énergie consommée par la charge Z_{ch} en une unité de temps. Le nombre de tours du disque est enregistré par un dispositif totalisateur qui engrène avec l'axe du disque tournant par une vis sans fin 5. L'énergie absorbée par la charge pendant le temps

t est égale à l'intégrale

$$W = \int_0^t P dt = \int_0^t \frac{n}{k} dt = \frac{1}{k} \int_0^t n dt = \frac{N}{k},$$

où N est le nombre de tours du disque du compteur durant l'intervalle de temps t , k le rapport de transmission du compteur.

La grandeur inverse du rapport de transmission est appelée constante du compteur

$$C = 1/k = W/N.$$

Les compteurs à induction sont conçus pour fonctionner à une fréquence fixe, d'ordinaire 50 Hz. Ces appareils possèdent un couple moteur important et sont peu influencés par les champs magnétiques extérieurs, résistent aux surintensités, leur construction est fiable et solide. Leur classe de précision est faible (2 ; 2,5).

Appareils à thermocouple. Ces appareils représentent la combinaison d'un mécanisme magnéto-électrique et d'un convertisseur thermique. Le convertisseur thermique se compose d'un élément chauffant 1, parcouru par le courant à mesurer, et un thermocouple 2 (fig. 9-13). L'élément chauffant est réalisé en fil de nichrome ou de constantan ; le thermocouple se compose de deux alliages différents, par exemple en copel (55 % de cuivre, 45 % de nickel) et en chromel (10 % de chrome, 90 % de nickel). Sous l'action de la chaleur dégagée par le courant circulant dans l'élément chauffant une force thermo-électromotrice e_{th} prend naissance aux extrémités du thermocouple, engendrant un courant dans le mécanisme de mesure M . La F.E.M. du thermocouple est à peu près proportionnelle à la température de l'élément chauffant, c'est pourquoi l'équation principale de l'appareil se présente sous la forme :

$$\alpha = ki^2.$$

Le convertisseur thermique est d'ordinaire incorporé dans l'appareil de mesure. Certains appareils possèdent un thermoconvertisseur externe raccordé à l'appareil par un câble blindé. Un thermoconvertisseur externe s'avère commode dans les cas où l'appareil de mesure doit être installé (pour des considérations de montage, d'aisance de mesure, etc.) à une certaine distance du circuit de mesure. L'appareil peut être utilisé pour les mesures en courant continu et en courant alternatif dans une très large gamme de fréquences (allant jusqu'à 10^8 Hz). L'appareil possède une faible capacité de surcharge ; sa classe de précision est faible (1 ; 1,5).

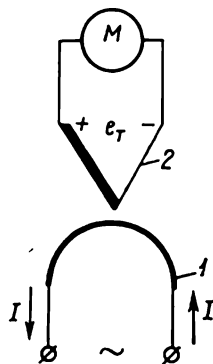


Fig. 9-13. Schéma d'un appareil à thermocouple

Appareils à redresseurs. Ces appareils sont constitués par un redresseur à semi-conducteur et un mécanisme à système magnéto-électrique. A l'aide des redresseurs (fig. 9-14) le courant alternatif est transformé en courant pulsatoire dont la valeur moyenne I_{moy} est mesurée par le mécanisme magnéto-électrique. L'équation principale de l'appareil est $\alpha = kI_{\text{moy}}$. Cependant les appareils à redresseurs sont gradués, comme la plupart des appareils à courant alternatif, en valeurs efficaces pour une forme sinusoïdale du courant alternatif. Le schéma le plus élémentaire d'un ampèremètre avec un redresseur à une alternance est représenté sur la fig. 9-14, a. Le courant

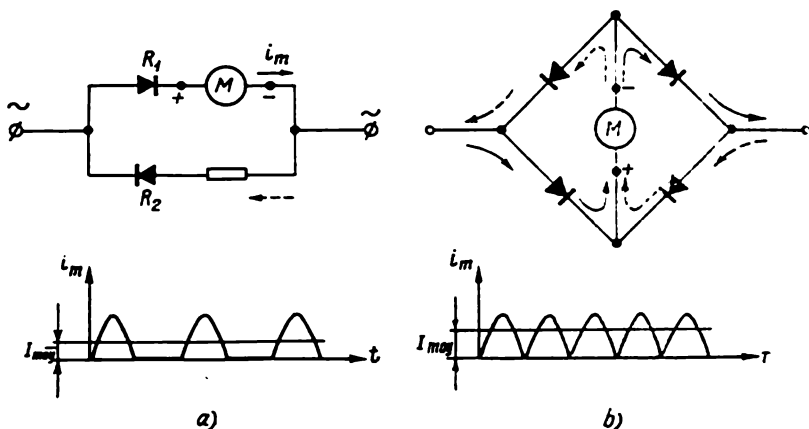


Fig. 9-14. Schéma d'un appareil à redresseurs

circule à travers le mécanisme de mesure durant une seule alternance. Au cours de la seconde alternance le courant circule à travers le second redresseur R_2 avec une résistance supplémentaire r . On peut obtenir une plus grande sensibilité de l'appareil en utilisant un montage redresseur à deux alternances, qui permet de faire passer le courant redressé à travers l'appareil de mesure durant les deux alternances (fig. 9-14, b). Les appareils à redresseurs sont largement utilisés en tant que contrôleurs universels portatifs à calibres multiples de classe 2,5 et 4. La plage des fréquences de travail est de 50 à 10^4 Hz.

9-6. Logomètres

On appelle logomètres (ou quotientmètres) des appareils de mesure indicateurs, dont la position de l'équipage mobile dépend du quotient de deux courants. Dans chaque logomètre sont présents deux mécanismes de mesure, auxquels sont amenés des courants i_1 et i_2 formant le quotient mesuré i_1/i_2 . Les logomètres sont très largement utilisés pour mesurer les grandeurs électriques (résistance, capacité, angle de déphasage, fréquence) et les grandeurs non électriques (température, niveau de liquide, humidité, etc.).

Logomètre magnéto-électrique. Voyons la construction de ce logomètre utilisé pour mesurer les résistances (fig. 9-15). Dans le champ d'un aimant permanent sont placés deux cadres 1 et 2 solidaires entre eux et emmanchés sur le même axe portant une aiguille d'index. Le courant est amené aux cadres à travers les rubans élastiques « sans inertie » 3, qui sont réalisés en or ou en argent. Les ressorts en spirale créant un couple antagoniste sont absents. Le

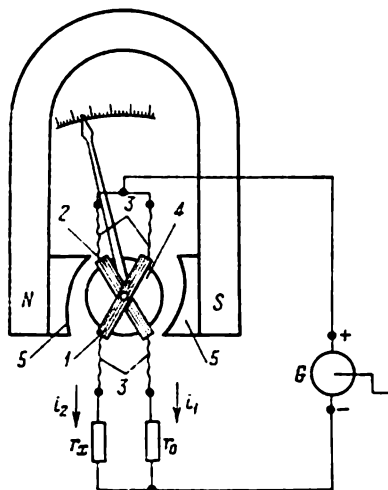


Fig. 9-15. Schéma d'un logomètre magnéto-électrique-ohmmètre

champ magnétique dans l'entrefer entre les épanouissements polaires 5 et le noyau 4 n'est pas uniforme. Ceci est obtenu grâce à la forme irrégulière des entrefers dans lesquels sont placés les deux cadres. Etant donné que le champ magnétique dans l'entrefer est irrégulier, les couples moteurs créés par les cadres dépendent de la position de l'équipage mobile, c'est-à-dire dépendent, et de manière différente, de l'angle α .

En faisant appel aux mêmes désignations qu'en (9-3) affectées d'indices correspondants, nous obtenons les couples créés par les cadres parcourus par les courants i_1 et i_2 :

$$C_{m1} = B_1 l_1 b_1 w_1 i_1 = f_1(\alpha) i_1; \quad C_{m2} = B_2 l_2 b_2 w_2 i_2 = f_2(\alpha) i_2.$$

Les sens des courants dans les cadres sont choisis de manière à ce que les couples moteurs soient dirigés en opposition. Il est évident que l'équipage mobile n'est équilibré que lorsque les couples moteurs qui le sollicitent sont égaux, c'est-à-dire lorsque

$$f_1(\alpha) i_1 = f_2(\alpha) i_2,$$

d'où

$$i_1/i_2 = f_2(\alpha)/f_1(\alpha) = f(\alpha).$$

L'expression de la fonction inverse est

$$\alpha = F(i_1/i_2).$$

Ceci est l'équation principale d'un logomètre. Elle fait voir que l'angle de rotation de l'équipage mobile ne dépend que du quotient des courants circulant à travers les cadres.

Lorsque le logomètre est utilisé en qualité d'ohmmètre, le quotient des courants dépend du rapport des deux résistances comparées r_x et r_0 . En négligeant les résistances des cadres 1 et 2 en comparaison des résistances r_x et r_0 on peut écrire l'équation principale d'un ohmmètre-logomètre sous la forme :

$$\alpha = F(r_x/r_0).$$

On voit que l'angle de rotation de l'équipage mobile α ne dépend pas de la tension appliquée. Ceci permet d'utiliser dans les ohmmètres du type examiné des machines magnéto-électriques G à main possédant une F.E.M. peu stable. Dans les appareils pour la mesure de la résistance de l'isolement (les mégohmmètres), lorsqu'une tension suffisamment élevée est exigée, on utilise des générateurs à tension nominale de 500, 1000, 2000 V.

Logomètre électrodynamique. Un logomètre de ce système pour mesurer l'angle de déphasage est constitué (fig. 9-16, a) par deux

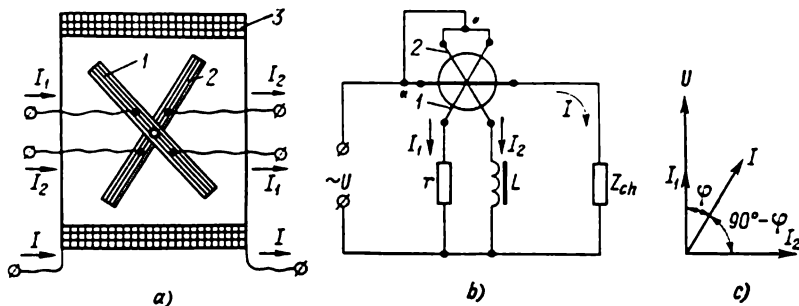


Fig. 9-16. Schéma d'un logomètre ferrodynamique-phasemètre

cadres mobiles 1 et 2 solidaires d'un même axe et placés dans le champ magnétique d'une bobine fixe 3. Le courant I de la bobine fixe est déphasé d'un angle φ par rapport à la tension. Cet angle est déterminé par le caractère de la charge $Z_{ch} = z_{ch}e^{j\varphi}$. Les cadres mobiles sont alimentés en courants I_1 et I_2 à travers des dispositifs d'amenée de courant sans inertie. Le cadre 1 (fig. 9-16, b) est branché en série avec une forte résistance r , c'est pourquoi le courant I_1 est pratiquement en phase avec la tension U du réseau. Le cadre 2 est branché en série avec la self L . Le courant parcourant celle-ci est déphasé en arrière d'un angle de 90° sur la tension. L'interaction de la bobine fixe et des cadres mobiles crée deux couples moteurs qui sont proportionnels au produit des courants des cadres et au cosinus de

l'angle de déphasage entre eux :

$$C_{m1} = k_1 I I_1 \cos \varphi f_1(\alpha),$$

$$C_{m2} = k_2 I I_2 \cos(90^\circ - \varphi) f_2(\alpha) = k_2 I I_2 \sin \varphi f_2(\alpha),$$

φ étant l'angle de déphasage entre les courants I et I_1 ; $90^\circ - \varphi$ l'angle de déphasage entre les courants I et I_2 ; k_1 et k_2 des coefficients de proportionnalité qui dépendent des dimensions des cadres, du nombre de spires, etc; $f_1(\alpha)$ et $f_2(\alpha)$ des fonctions qui dépendent de la disposition des cadres mobiles par rapport à la bobine fixe.

L'équipage mobile occupe une certaine position établie α lorsque les couples moteurs qui s'exercent en sens opposés deviennent égaux :

$$k_1 I I_1 \cos \varphi f_1(\alpha) = k_2 I I_2 \sin \varphi f_2(\alpha),$$

d'où

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} = \frac{k_1 I I_1 f_1(\alpha)}{k_2 I I_2 f_2(\alpha)} = f(\alpha).$$

La fonction inverse s'écrit $\alpha = F(\varphi)$. Par conséquent, l'angle de rotation de l'équipage mobile ne dépend pas de la valeur du courant et de la tension et n'est déterminé que par le déphasage entre eux. L'échelle de l'appareil peut être graduée en valeurs de l'angle φ allant de $+90^\circ$ à -90° ou en valeurs du $\cos \varphi$ de -1 à $+1$.

9-7. Appareils enregistreurs

Les appareils enregistreurs sont prévus pour relever et enregistrer une grandeur mesurée durant un intervalle de temps prolongé. Ils permettent l'enregistrement des grandeurs variant lentement, car ils possèdent une inertie relativement élevée. Les plus répandus sont les appareils enregistreurs magnéto-électriques pour les mesures en courant continu et ferrodynamiques en courant alternatif. Ces appareils possèdent un couple moteur important, ce qui permet de supprimer l'influence du couple de frottement du style contre le papier à diagramme.

Les appareils enregistreurs en comparaison des appareils indicateurs sont complétés d'un dispositif à l'aide duquel on peut enregistrer les valeurs de la grandeur mesurée. L'enregistrement est effectué selon divers procédés, par exemple, avec de l'encre ou une couleur sur le ruban en papier à diagramme ou sur un disque.

La fig. 9-17 représente la construction d'un appareil enregistreur magnéto-électrique. Sur l'axe du cadre mobile est fixé le support en arc 1, sur lequel se trouve l'aiguille de l'index et le style. Le style glisse sur le ruban de papier et trace une courbe. Le bout inférieur du style pénètre dans un encier en arc 3 fixé à demeure.

Le ruban de papier à diagramme est déroulé d'un tambour et enroulé sur un autre au moyen d'un mécanisme d'horlogerie à ressort ou d'un moteur électrique synchrone. Pour éliminer le glissement du ruban sur ses bords sont prévues des perforations. La vitesse

du ruban est établie en fonction de la vitesse de variation de la grandeur mesurée : plus la grandeur mesurée varie vite plus la vitesse du ruban doit être élevée. Les appareils existants permettent de

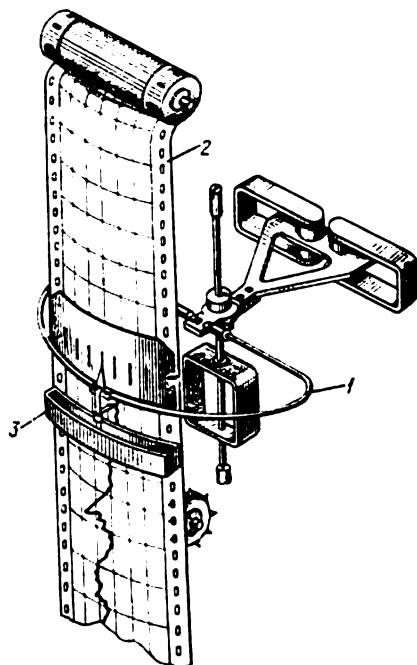


Fig. 9-17. Construction d'un appareil enregistreur magnéto-électrique ;

déranger le ruban à une vitesse allant de 10 mm/s à 10 mm/h ; les vitesses de déroulement nécessaires sont réglées à l'aide de pignons interchangeables. Une graduation est portée sur le papier par un procédé typographique.

L'appareil de la fig. 9-17 enregistre la grandeur mesurée en coordonnées cartésiennes. Il existe également des appareils permettant l'enregistrement de la grandeur mesurée en coordonnées curvilignes (polaires). L'erreur des ampèremètres, des voltmètres et des wattmètres enregistreurs à courant continu et alternatif va de 0,5 à 1,5 %.

9-8. Oscillographes

Pour observer et enregistrer les phénomènes qui se déroulent rapidement on emploie des oscillographes. Dans les oscillographes l'enregistrement est effectué durant un intervalle de temps très court allant de quelques fractions de seconde à plusieurs secondes, tandis que dans les appareils enregistreurs l'enregistrement est effectué au cours de quelques heures ou quelques jours.

En pratique on utilise deux types principaux d'oscillographes: les oscillographes électromécaniques avec des mécanismes de mesure magnéto-électriques et des oscillographes électroniques (ou cathodiques).

L'oscillographe électromécanique (ou oscillographe à boucle) dont la construction est représentée schématiquement sur la fig. 9-18 se

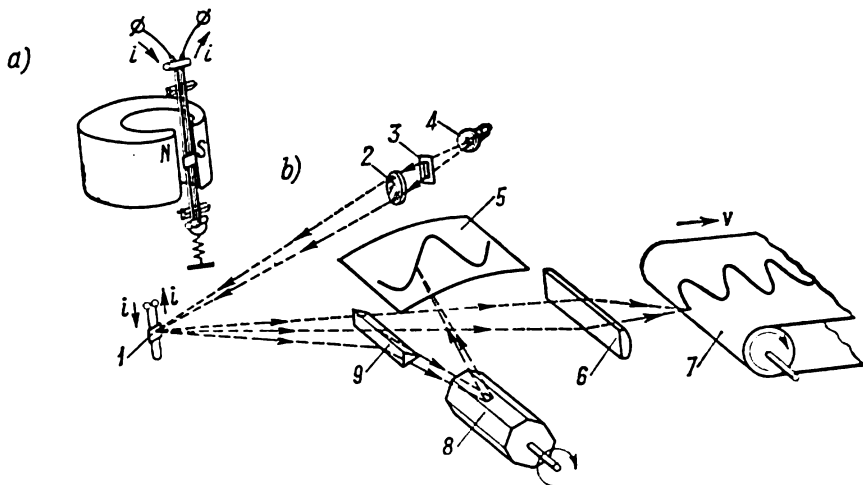


Fig. 9-18. Construction d'un oscillographe électromécanique

compose des ensembles principaux suivants: vibrateurs, système optique, dispositifs pour l'observation et la prise de vue du phénomène à étudier. Le vibrateur (fig. 9-18, a) se compose d'un ruban tendu en bronze en forme de boucle. La boucle qui est tendue sur des prismes à l'aide d'un ressort est placée dans le champ d'un aimant permanent. Un petit miroir est fixé sur la boucle. Le vibrateur est placé dans un boîtier en matière plastique avec une fenêtre en regard du miroir. Le boîtier est rempli d'une huile spéciale pour amortir les oscillations de la boucle du vibrateur. Le courant qui passe par la boucle entre en interaction avec le champ de l'aimant permanent et un couple moteur apparaît. Ce couple moteur fait tourner la boucle et le miroir dans l'un des deux sens en fonction du sens du courant parcourant la boucle. Si on fait passer par la boucle un courant variant périodiquement, le miroir et la boucle effectuent un mouvement oscillatoire. Vu que l'inertie de la boucle avec le miroir est très faible, la propre fréquence des oscillations de la boucle ne dépassant pas par ailleurs 10 à 20 kHz, l'angle de déviation du miroir est en chaque moment proportionnel à la valeur instantanée du courant étudié à fréquence maximale de 5 à 10 kHz.

Les ensembles enregistreurs et de lecture de l'oscillographe sont représentés sur la fig. 9-18, b. Le pinceau de lumière provenant de la lampe 4 passe à travers le diaphragme à fente 3, la lentille de foca-

lisation 2 et arrive au miroir du vibreur 1. Le rayon réfléchi par ce dernier passe à travers la lentille de focalisation 6 et arrive à la surface du tambour tournant 7 portant un papier ou une pellicule sensibles. Une partie du faisceau de lumière réfléchi par le miroir est envoyée à l'aide du prisme sur le tambour à miroir 8 à faces multiples et réfléchi par ce dernier sur un écran translucide 5. Lorsque le mouvement du tambour à miroir est uniforme, le miroir du vibreur étant fixe, le faisceau réfléchi se déplace sur l'écran dans une

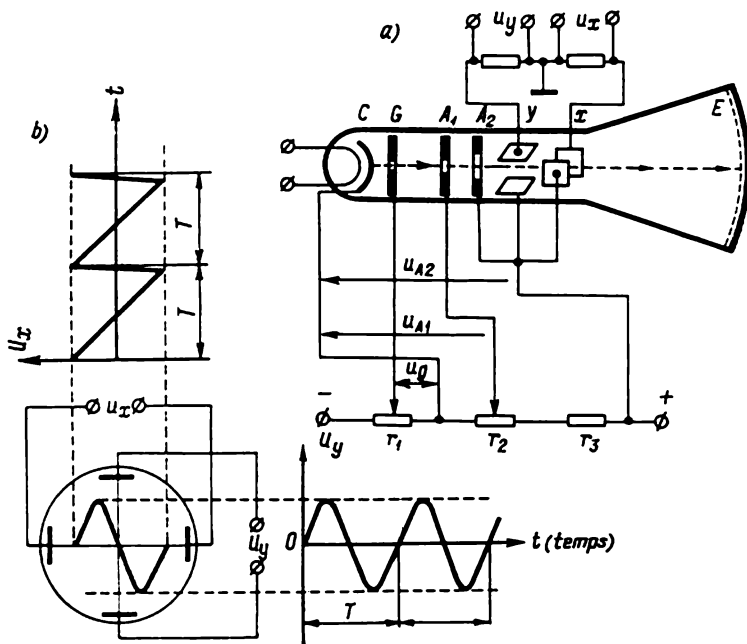


Fig. 9-19. Schéma d'un oscillographe cathodique

direction perpendiculaire à l'axe du tambour. Au cours des oscillations du vibreur, le tambour étant immobile, le faisceau de lumière se déplace sur l'écran dans une direction parallèle à l'axe du tambour. Lorsque le faisceau de lumière se déplace sous l'effet de l'oscillation du miroir 1 et le tambour 8 tourne d'une façon régulière, le pinceau de lumière trace sur l'écran la courbe du courant étudié (un oscillogramme). Les tambours 7 et 8 sont mis en mouvement par un moteur électrique. Un réducteur permet d'obtenir différentes vitesses de déroulement de la pellicule (du papier sensible) de 1 à 5000 mm/s. Les oscillographes peuvent comporter plusieurs dizaines de vibreurs et enregistrer autant de phénomènes à étudier.

Le schéma de la construction d'un **oscillographe cathodique** est représenté sur la fig. 9-19, a. La partie principale de cet oscillographe est un tube cathodique. A l'intérieur du tube se trouve la catho-

de C , l'électrode de commande (la grille) G , deux anodes A_1 et A_2 et deux paires de plaques de déflexion Y et X . On applique à une paire de plaques Y , disposée horizontalement, la tension à mesurer U_Y , et à l'autre paire de plaques X , disposée verticalement, on applique la tension de balayage U_X .

Chauffée par le courant de filament, la cathode C émet des électrons. À l'aide de la grille G et des anodes A_1 et A_2 , un faisceau est formé et dirigé vers l'écran E recouvert d'un enduit fluorescent. Le point d'impact du faisceau électronique sur l'écran est donc matérialisé par une petite tache lumineuse (un « spot »). En modifiant à l'aide des diviseurs de tension r_1 et r_2 la tension U_G appliquée à la grille et la tension U_{A1} appliquée à la première anode, on peut régler la quantité d'électrons dans le faisceau (c'est-à-dire la brillance du spot sur l'écran) et focaliser le faisceau en élargissant ou rétrécissant le spot sur l'écran.

Le faisceau électronique est repoussé par la plaque à charge négative et attiré par la plaque à charge positive. Si on applique simultanément à chaque paire de plaques Y et X des tensions à variation périodique dans le temps U_X et U_Y , le faisceau électronique trace sur l'écran E des figures compliquées qu'on peut photographier et analyser afin de déterminer la loi de variation de la tension U_Y en fonction du temps, la loi de variation de la tension U_X étant connue. On peut obtenir directement l'image de la courbe périodique U_Y en appliquant aux plaques de déflexion horizontales une tension U_X variant périodiquement selon une loi linéaire. Si les fréquences des tensions périodiques U_Y et U_X coïncident, alors pendant le temps T , le spot se déplacera horizontalement sous l'action de la tension U_X et verticalement sous l'action de la tension U_Y en traçant ainsi la courbe de la tension périodique U_Y , comme représenté sur la fig. 9-19, *b*.

L'oscillographe cathodique permet d'observer des tensions périodiques à fréquence atteignant plusieurs centaines de MHz.

CHAPITRE X

MESURES ÉLECTRIQUES

10-1. Mesures dans les circuits à courant continu

Pour les mesures dans les circuits à courant continu on utilise des appareils de mesure magnéto-électriques, électrodynamiques, ferrodynamiques, ferromagnétiques, électrostatiques et thermoélectriques. Si on a la possibilité du choix, on préfère utiliser des appareils magnéto-électriques. N'importe lequel de ces appareils peut être utilisé soit en qualité d'ampèremètre, soit en qualité de voltmètre. Il n'y a pas en principe de différence entre un ampèremètre et un voltmètre; il n'y a qu'une différence entre les exigences requises envers les constructions des bobines et leurs résistances. Un ampèremètre inséré en série dans un circuit électrique doit avoir sa résistance r_A le plus faible possible afin de ne pas modifier la valeur de l'intensité du courant mesuré et afin de réduire la puissance $p = i^2 r_A$ consommée par l'ampèremètre. La résistance de l'ampèremètre r_A doit être d'autant plus faible que l'intensité du courant à mesurer i est importante. Un voltmètre branché en parallèle avec le circuit à mesurer doit au contraire avoir une résistance r_V la plus grande possible afin de ne pas shunter et de ne pas réduire la valeur de la tension à mesurer. La résistance d'un voltmètre doit être d'autant plus élevée que la valeur de la tension à mesurer est élevée, afin que la puissance des pertes $p = u^2/r_V$ soit faible.

Le courant qui circule directement à travers l'appareil de mesure va de quelques microampères à plusieurs ampères. Pour élargir les limites de mesure des ampèremètres, on utilise des shunts. Un shunt est une résistance réalisée en alliage à haute stabilité et à faible coefficient thermique de résistance. Les shunts sont dotés de deux paires de bornes. La fig. 10-1 représente le schéma de branchement d'un ampèremètre avec un shunt. Le shunt est branché en série avec la charge r_{ch} en raccordant les conducteurs du circuit aux bornes externes C (« de courant »). Aux bornes internes P (« de potentiel ») on raccorde l'appareil de mesure. Dans ce cas le courant i de la charge à mesurer est réparti entre le shunt et l'ampèremètre en raison directe de leur résistance :

$$i_{sh}/i_A = r_A/r_{sh} \text{ ou } (i - i_A)/i_A = r_A/r_{sh}.$$

La résistance du shunt, nécessaire pour mesurer un courant i n fois supérieur au courant de l'appareil, est donnée par la formule

$$r_{sh} = \frac{r_A}{n-1},$$

n étant un coefficient sans dimension choisi égal ou multiple de 2, 5, 10, 20, etc.

Les shunts prévus pour des courants atteignant 30 A sont incorporés à l'intérieur des appareils de mesure. Dans ce cas l'appareil

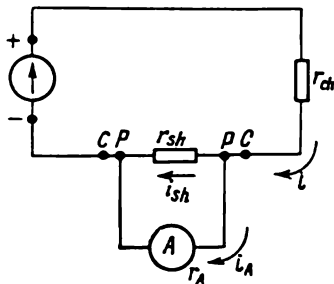


Fig. 10-1. Schéma de branchement d'un ampèremètre avec un shunt

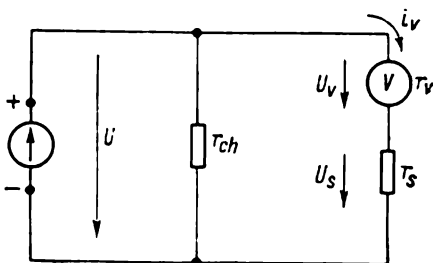


Fig. 10-2. Schéma de branchement d'un voltmètre avec une résistance additionnelle

est gradué avec les shunts. Pour mesurer les courants allant de quelques ampères à quelques kiloampères ou utilise des shunts externes (séparés de l'appareil de mesure). Les shunts de ce type peuvent être individuels ou calibrés. Un shunt individuel ne peut être utilisé qu'avec un appareil de mesure déterminé et doit porter l'inscription « Pour l'appareil de mesure n° . . . ». Les shunts calibrés peuvent être utilisés avec n'importe quel appareil de mesure, dont la plage de mesure de tension correspond à la tension indiquée sur le shunt, par exemple 60 mV. Vu que la précision de mesure dépend de la précision de l'appareil et de celle du shunt, les shunts calibrés, selon les normes en vigueur en U.R.S.S., sont répartis en cinq classes de précision : 0,02; 0,05; 0,1; 0,2; 0,5. Le chiffre de la classe indique l'erreur admissible en p. cent.

Pour élargir les plages de mesure des voltmètres, on utilise des résistances additionnelles, qui sont réalisées en alliage à haute résistivité et à faible coefficient thermique (en manganine). Les résistances additionnelles sont branchées en série avec l'appareil de mesure (fig. 10-2). Lorsque l'appareil est parcouru par un courant i_V , la tension u sur la charge est égale à la somme des chutes de tension sur les résistances r_V et r_s , c'est-à-dire

$$u = u_V + u_s = i_V (r_V + r_s).$$

Le rapport entre la tension mesurée u et la tension de l'appareil est égal à :

$$n = \frac{u}{u_V} = \frac{i_V (r_V + r_s)}{i_V r_V} = 1 + \frac{r_s}{r_V},$$

d'où la valeur de la résistance additionnelle r_s , nécessaire pour mesurer la tension u n fois supérieure à la tension u_V accusée par l'appareil de mesure, est déterminée à l'aide de la formule

$$r_s = r_V (n - 1).$$

Les résistances additionnelles peuvent être incorporées dans les appareils de mesure (dans les voltmètres à plage de mesure allant jusqu'à 600 V). Lorsqu'on mesure des tensions atteignant quelques centaines de volts et plus, on utilise des résistances additionnelles externes, individuelles ou calibrées. Au point de vue précision les résistances supplémentaires sont réparties suivant les mêmes classes de précision que les shunts.

On peut déterminer la puissance dans les circuits à courant continu en mesurant simultanément la tension et le courant et en multipliant les valeurs obtenues. Cette mesure indirecte de la puissance à l'aide d'un ampèremètre et d'un voltmètre est peu commode, car il faut alors relever les lectures de deux appareils de mesure. On pare à cette difficulté en utilisant des wattmètres. Dans les circuits à courant continu on utilise d'ordinaire des wattmètres électrodynamiques qui sont réalisés à un ou à multiples calibres. Le choix des calibres de mesure en courant et en tension nécessaires est effectué à l'aide de shunts et de résistances additionnelles. L'énergie à courant continu est mesurée avec des compteurs à système électrodynamique. Les schémas de montage des compteurs dans les circuits ne diffèrent pas des schémas de montage des wattmètres.

10-2. Mesures dans les circuits à courant alternatif

Pour mesurer les courants et les tensions alternatifs à fréquence industrielle (50 Hz) on utilise le plus souvent des ampèremètres et des voltmètres ferromagnétiques. On peut étendre la plage de mesure à l'aide de shunts et de résistances additionnelles ainsi qu'au moyen de transformateurs de mesure. Les schémas de montage d'un ampèremètre et d'un voltmètre à travers des transformateurs de mesure sont représentés sur les fig. 10-3 et 10-4. La valeur du courant I passant à travers la charge Z_{ch} (fig. 10-3) est déterminée en multipliant le courant accusé par l'ampèremètre I_A par le rapport de transformation k_I sélectionné du transformateur de courant : $I = k_I I_A$.

La tension aux bornes de la charge (fig. 10-4) est déterminée en multipliant les lectures du voltmètre par le rapport de transformation k_U du transformateur de tension : $U = k_U U_V$.

Les bornes des transformateurs de courant et de tension sont repérées comme indiqué sur les fig. 10-3 et 10-4.

Selon les valeurs des erreurs admissibles les transformateurs sont répartis en plusieurs classes de précision (0,2; 0,5; 1,0; 3,0). L'une des bornes du circuit secondaire des transformateurs de mesure est d'ordinaire mise à la terre pour des raisons de sécurité.

Dans les circuits à courant alternatif haute fréquence (jusqu'à 100 MHz) on utilise des appareils de mesure à thermocouple et électrostatiques, et pour les fréquences jusqu'à 10 kHz des appareils à redresseurs, des appareils électrodynamiques et ferromagnétiques.

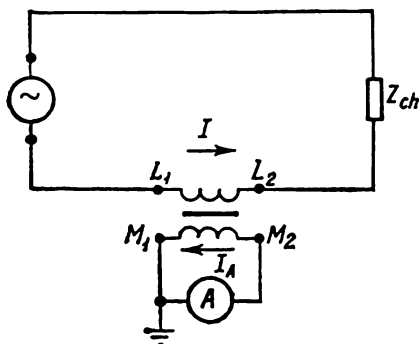


Fig. 10-3. Schéma du montage d'un ampèremètre à courant alternatif avec un transformateur de courant

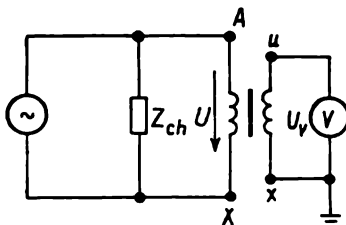


Fig. 10-4. Schéma du montage d'un voltmètre à courant alternatif avec un transformateur de tension

Les appareils de mesure sont choisis d'après leur classe de précision selon la précision de mesure requise. Pour les mesures industrielles dans les circuits à courant continu et alternatif on emploie d'ordinaire des appareils appartenant aux classes de précision 1,0; 1,5; 2,5; 4. Pour les mesures en laboratoire, lorsqu'on exige une plus haute précision on utilise des appareils de mesure appartenant aux classes de précision 0,05; 0,1; 0,2. La mesure de la puissance dans les circuits à courant alternatif est réalisée avec des wattmètres électrodynamiques et ferrodynamiques (par. 9-5). On élargit les plages de mesure des wattmètres au moyen de transformateurs de courant et de tension pour les mesures.

La mesure de la puissance dans les circuits à courant triphasé comporte certaines particularités. Lorsqu'on mesure la puissance d'un courant triphasé on utilise divers schémas de branchement des wattmètres suivant le caractère de la charge (équilibrée ou non) et suivant le montage du circuit électrique (à trois conducteurs ou à quatre conducteurs).

Circuit à courant triphasé avec un conducteur neutre. Dans un cas général la puissance de la charge Z_A , Z_B , Z_C peut être mesurée à l'aide de trois wattmètres (fig. 10-5), mesurant les puissances acti-

ves des différentes phases. La puissance active de la charge entière est

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Lorsque la charge est équilibrée ($Z_A = Z_B = Z_C$), il suffit de brancher un seul wattmètre pour mesurer la puissance active de

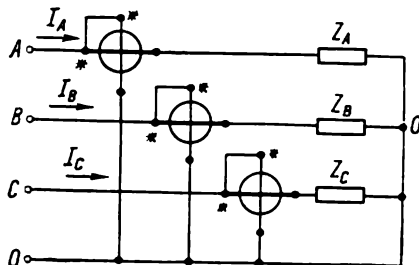


Fig. 10-5. Schéma de mesure de la puissance dans un circuit à courant alternatif triphasé à fil neutre

l'une des phases. La puissance absorbée par la charge s'exprime alors par

$$P = 3P_{ph} = 3U_s I_s \cos \varphi,$$

P_{ph} étant la puissance d'une phase, I_s et U_s le courant et la tension simples.

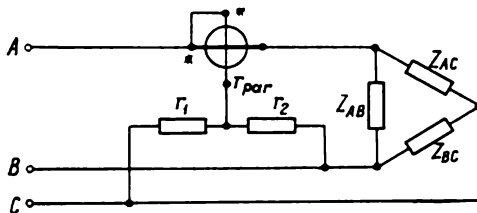


Fig. 10-6. Schéma de mesure de la puissance d'une charge équilibrée lorsque le point neutre est inaccessible

Circuit à courant triphasé sans fil neutre. Charge équilibrée. La fig. 10-6 représente le montage d'un wattmètre avec un point neutre artificiel formé à l'aide de deux résistances supplémentaires r_1 et r_2 dont chacune est égale à la résistance parallèle du wattmètre r_{par} . La puissance consommée par la charge est égale au triple de la valeur relevée par le wattmètre.

Circuit à courant triphasé sans fil neutre. Charge équilibrée ou non. Le montage à deux wattmètres est représenté sur la fig. 10-7, a.

Les enroulements série des wattmètres peuvent être insérés dans n'importe lequel des deux conducteurs de ligne, tandis que les extrémités des enroulements parallèles, qui ne sont pas repérées par un astérisque, doivent être raccordées à la phase restante. Nous allons démontrer que deux wattmètres montés selon le schéma de

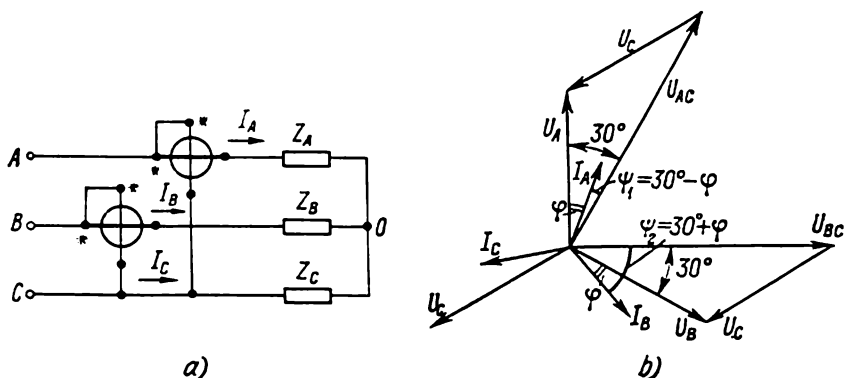


Fig. 10-7. Schéma de mesure de la puissance d'un courant triphasé avec un montage à deux wattmètres

la fig. 10-7, *a* mesurent la puissance du circuit triphasé. La valeur instantanée de la puissance active absorbée par la charge est égale à la somme des puissances instantanées des différentes phases :

$$p = p_A + p_B + p_C = i_A u_A + i_B u_B + i_C u_C. \quad (10-1)$$

Si par exemple, les impédances Z_A , Z_B , Z_C de la charge sont couplées en étoile, au point neutre la somme des trois courants de ligne est nulle :

$$i_A + i_B + i_C = 0,$$

d'où l'on trouve le courant i_C :

$$i_C = -i_A - i_B.$$

En introduisant cette dernière expression dans la formule (10-1), nous obtenons :

$$p = i_A (u_A - u_C) + i_B (u_B - u_C) = i_A u_{AC} + i_B u_{BC},$$

u_{AC} et u_{BC} étant les valeurs instantanées des tensions composées.

Ainsi la valeur de la puissance instantanée d'un circuit à courant triphasé peut être représentée comme la somme des produits des tensions composées et des courants de ligne. On peut démontrer qu'avec deux wattmètres on est en état de mesurer la puissance dans un circuit à courant triphasé (sans conducteur neutre) indépendamment du schéma du couplage (étoile ou triangle), du caractère de la charge (équilibrée ou non) et indépendamment de la symétrie des tensions simples et composées.

La puissance active moyenne d'un circuit à courant triphasé peut être représentée comme la somme de deux termes :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u_{AC} i_A dt + \frac{1}{T} \int_0^T u_{BC} i_B dt = U_{AC} I_A \cos \psi_1 + U_{BC} I_B \cos \psi_2.$$

Le premier wattmètre mesure la puissance moyenne

$$P_1 = U_{AC} I_A \cos \psi_1,$$

ψ_1 étant l'angle de déphasage de la tension composée U_{AC} par rapport au courant I_A .

Le second wattmètre mesure la puissance moyenne

$$P_2 = U_{BC} I_B \cos \psi_2,$$

ψ_2 étant l'angle de déphasage de la tension composée U_{BC} par rapport au courant I_B .

La somme algébrique des lectures des wattmètres donne la puissance active du circuit triphasé :

$$P = P_1 + P_2 = P_A + P_B + P_C.$$

Le diagramme vectoriel construit pour un circuit triphasé équilibré (fig. 10-7, b) met en évidence que $\psi_1 = 30^\circ - \varphi$ et que $\psi_2 = 30^\circ + \varphi$. Alors la somme des lectures des deux wattmètres donne

$$P = P_1 + P_2 = U_c I_c \cos (30^\circ - \varphi) + U_c I_c \cos (30^\circ + \varphi),$$

U_c étant la tension entre fils et I_c le courant de ligne.

Avec une charge active ($\varphi = 0$) les deux wattmètres accusent une puissance identique. A mesure qu'augmente l'angle de déphasage de la charge φ les lectures de l'un des wattmètres augmentent, tandis que les lectures de l'autre diminuent. Lorsque l'angle de déphasage $\varphi = 60^\circ$, la lecture du second wattmètre est nulle et toute la puissance absorbée par le circuit est relevée par le premier wattmètre. Lorsque $\varphi > 60^\circ$, les lectures de l'un des wattmètres sont négatives.

Notons qu'il existe sur le marché des wattmètres représentant une combinaison de deux (pour un circuit à trois fils) ou de trois (pour un circuit à quatre fils) mécanismes de mesure, dont les équipages mobiles sont disposés sur un axe commun avec l'aiguille de l'index. Dans ces appareils de mesure les lectures s'ajoutent automatiquement et le wattmètre relève directement la puissance totale d'un circuit triphasé.

Mesure de la puissance réactive. Dans le cas général, lorsque la charge est déséquilibrée tandis que le système de tensions est équilibré, la puissance réactive du courant triphasé peut être mesurée à l'aide de trois wattmètres de puissance active, montés selon le schéma de la fig. 10-8. L'enroulement série d'un wattmètre, par exemple W_A , est inséré dans le fil de ligne I_A , tandis que les extrémités de l'enroulement parallèle sont raccordées aux deux autres fils : la borne marquée

par un astérisque au fil B , la borne sans astérisque au fil C . La séquence de branchement des enroulements des deux autres wattmètres est analogue.

Dans ce cas la puissance accusée par le wattmètre W_A est

$$I_A U_{BC} \cos \psi_A = I_A U_{BC} \sin \varphi,$$

où ψ_A est l'angle entre le vecteur du courant I_A et le vecteur de la tension U_{BC} , qui est égal à $90^\circ - \varphi$.

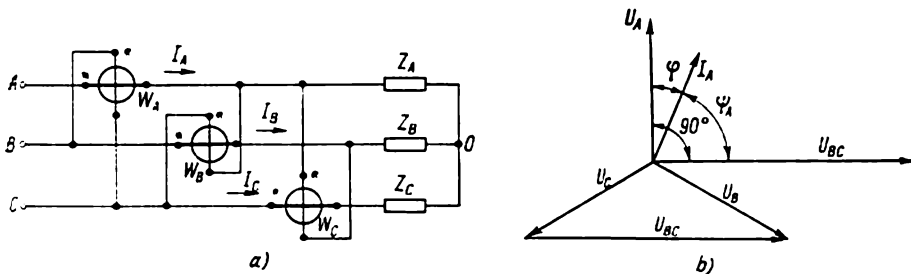


Fig. 10-8. Schéma de mesure de la puissance réactive d'un courant triphasé

Vu que pour un système symétrique de tensions la tension composée U_{BC} est de $\sqrt{3}$ fois supérieure à la tension simple U_A , la lecture du wattmètre W_A est égale à :

$$Q_{WA} = \sqrt{3} I_A U_A \sin \varphi.$$

La puissance réactive de la phase A est égale à la lecture du wattmètre divisée par $\sqrt{3}$.

La puissance réactive totale du circuit est égale à la somme des lectures des trois wattmètres divisée par $\sqrt{3}$:

$$Q = \frac{Q_{WA} + Q_{WB} + Q_{WC}}{\sqrt{3}}.$$

Lorsque la charge est équilibrée et le système de tensions est symétrique, on peut utiliser un seul wattmètre inséré dans n'importe lequel des fils de ligne. Pour trouver la puissance réactive totale, il faut multiplier la lecture du wattmètre par $\sqrt{3}$, c'est-à-dire

$$Q = \sqrt{3} Q_W.$$

Le schéma de couplage des compteurs pour la mesure de l'énergie d'un courant triphasé ne diffère pas des schémas de couplage des wattmètres examinés.

10-3. Mesures des F.E.M. au moyen de compensateurs

On appelle compensateur un appareil comparateur, qui sert à mesurer les F.E.M. Un compensateur à courant continu (fig. 10-9) se compose d'une source B de courant de travail i_{tr} , de deux boîtes

de résistances $r_{\text{rég}}$ (de réglage) et r_c (de compensation), d'un indicateur de zéro, le galvanomètre G , et d'un étalon de F.E.M., la pile étalon ou normale e_N .

La mesure d'une F.E.M. e_x est effectuée en deux étapes :

a. Etalonnage du courant de travail. Le courant de travail à intensité voulue peut être approximativement établi à l'aide de l'ampèremètre A , cependant pour améliorer la précision de mesure,

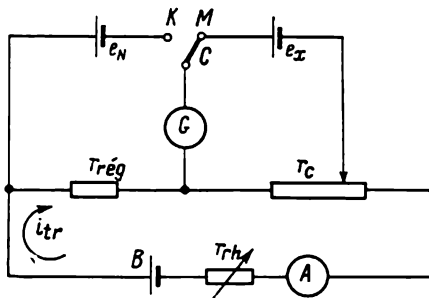


Fig. 10-9. Schéma d'un compensateur à courant continu

le courant de travail est réglé à l'aide de la pile étalon e_N . Pour simplifier la lecture de la valeur de la F.E.M. à mesurer, le courant de travail est choisi multiple de dix, le plus souvent égal à $1,00 \times 10^{-3}$ ou $1,0000 \cdot 10^{-4}$ A. Au cours de l'étalonnage le commutateur C est amené en position K . Sous l'effet de la différence de potentiels $e_N - i_{tr}r_{\text{rég}}$ le galvanomètre G est parcouru par un courant et l'index du galvanomètre est dévié dans l'un des deux sens. En réglant le courant i_{tr} à l'aide du rhéostat r_{rh} , on obtient une déviation nulle du galvanomètre, ce qui a lieu si la condition

$$e_N = i_{tr}r_{\text{rég}} \quad (10-2)$$

est remplie.

Si, par exemple, on prend une pile normale avec une F.E.M. $e_N = 1,01865$ V et une résistance de réglage $r_{\text{rég}} = 10186,5 \Omega$, on obtient un courant de travail

$$i_{tr} = \frac{e_N}{r_{\text{rég}}} = \frac{1,01865}{10186,5} = 1,0000 \cdot 10^{-4} \text{ A.}$$

b. Mesure de la F.E.M. d'une source étudiée e_x . Le commutateur C est amené en position M . Sous l'effet de la d.d.p. $e_x - i_{tr}r_c$ le galvanomètre est parcouru par un courant. En déplaçant le curseur du rhéostat r_c (la valeur du courant de travail i_{tr} restant invariable), on ramène l'index du galvanomètre à la division zéro de l'échelle. Alors la chute de tension $i_{tr}r_c$ compense la F.E.M. à mesurer :

$$e_x = i_{tr}r_c.$$

En appliquant la formule (10-2) nous obtenons l'expression qui permet de calculer la F.E.M. :

$$e_x = e_N \frac{r_c}{r_{\text{rég}}} \quad (10-3)$$

Ainsi un appareil à compensation permet de comparer la F.E.M. à mesurer e_x avec la F.E.M. de la pile étalon e_N à l'aide des deux résistances r_c et $r_{\text{rég}}$.

Dans notre exemple nous avons pris i_{tr} égal à $1,0000 \cdot 10^{-4}$ A. En introduisant sa valeur dans la formule (10-3), nous obtenons une expression très simple pour calculer la F.E.M. à mesurer :

$$e_x = 1,0000 \cdot 10^{-4} r_c, \text{ V},$$

c'est-à-dire qu'il suffit de multiplier la résistance r_c par 0,0001. Ceci permet de graduer aisément la boîte de résistances r_c en volts.

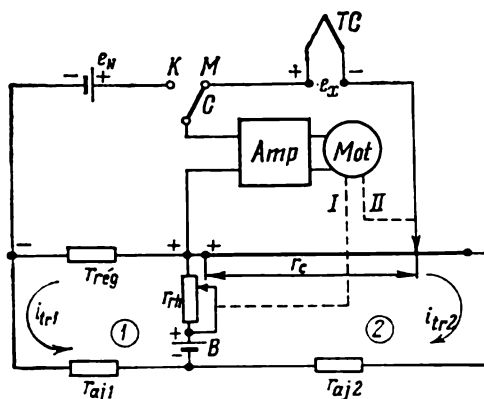


Fig. 10-10. Schéma d'un compensateur automatique

L'erreur de mesure de e_x est de l'ordre de quelques dizaines de p. cent et, comme le fait voir la formule (10-3), elle dépend des erreurs de e_N , r_c et $r_{\text{rég}}$.

Les compensateurs à courant alternatif servent à mesurer les F.E.M. alternatives de forme sinusoïdale. Vu leur faible précision et leur construction compliquée ces derniers sont rarement utilisés.

Les compensateurs automatiques sont conçus pour mesurer en permanence et enregistrer les valeurs d'une F.E.M. sur du papier à diagramme. Un des schémas expliquant le principe de fonctionnement d'un tel compensateur est représenté sur la fig. 10-10. Dans ce compensateur les circuits 1 et 2 sont parcourus par des courants de travail i_{tr1} et i_{tr2} . On établit un rapport déterminé entre les courants à l'aide des deux résistances d'ajustage r_{aj1} et r_{aj2} . La valeur nécessaire du courant de travail est réglée en amenant le commutateur C en position K (contrôle). Dans ce cas la d.d.p. $e_N - i_{tr1} r_{\text{rég}}$ est amplifiée par l'amplificateur A et envoyée au moteur réversible M. Le

rotor du moteur est mis en marche et entraîne à travers la commande mécanique I le rhéostat r_{rh} en faisant varier le courant i_{tr1} jusqu'à ce que la différence $e_N - i_{tr1}r_{reg}$ devienne nulle. Puis le commutateur C est amené automatiquement en position M (mesure). Alors le moteur est désaccouplé d'avec le curseur du rhéostat r_{rh} et accouplé au curseur du fil calibré r_c . Sous l'action de la d.d.p. $e_x - i_{tr2}r_c$ le moteur déplace le curseur du fil calibré r_c jusqu'à la compensation de la F.E.M. e_x par la tension $i_{tr2}r_c$. Le curseur du rhéostat r_c est relié à l'index de l'appareil indicateur et au style du dispositif enregistreur. Les compensateurs automatiques sont utilisés pour mesurer, enregistrer et régler la température et autres grandeurs non électriques. Dans ce cas on raccorde aux bornes e_x le thermocouple TC (fig. 10-10) ou d'autres convertisseurs transformant la grandeur mesurée en F.E.M. constante. L'erreur des compensateurs automatiques va de 0,2 à 1 %.

10-4. Mesure des résistances, inductances et capacités

Dans la technique des mesures électriques on a plus particulièrement besoin de mesurer des résistances allant de 1 à 10^6 ohms. Les résultats obtenus au cours de la mesure des résistances des éléments des circuits électriques au courant alternatif permettent de déterminer l'inductance et la capacité de ceux-ci. Voyons certains procédés de mesure de la résistance, des inductances et des capacités.

Mesure des résistances avec un ampèremètre et un voltmètre. Cette méthode de mesure est d'ordinaire utilisée pour mesurer les

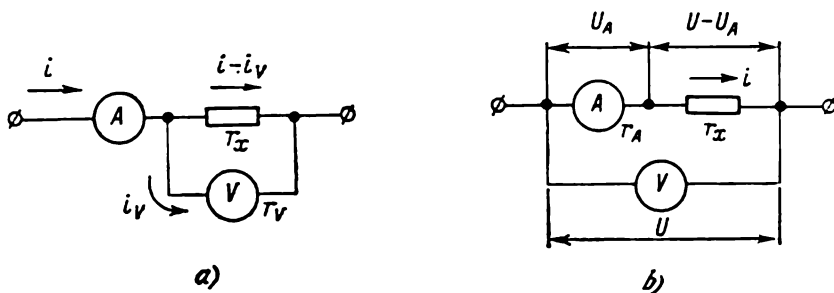


Fig. 10-11. Schéma de la méthode indirecte de mesure d'une résistance avec un ampèremètre et un voltmètre

résistances au courant continu. La mesure est effectuée à l'aide de deux montages différents (fig. 10-11). La résistance mesurée est donnée par la formule de la loi d'Ohm :

$$r_x = u/i,$$

i étant le courant et u la tension relevés avec l'ampèremètre et le voltmètre.

Le résultat du calcul diffère de la valeur réelle de la résistance à mesurer à cause de l'influence des appareils de mesure. En mesurant la résistance r_x à l'aide du schéma de la fig. 10-11, *a*, on obtient un résultat quelque peu inférieur à cette résistance, à cause du shuntage par la résistance du voltmètre r_v . Ce schéma peut être appliqué à la mesure d'une résistance si $r_v \gg r_x$. Lorsque les mesures sont effectuées à l'aide du schéma représenté sur la fig. 10-11, *b*, le voltmètre mesure également la chute de tension sur l'ampèremètre u_A et le résultat des mesures de la résistance r_x s'avère un peu supérieur à la valeur réelle de la résistance. Il est évident que ce schéma est applicable si $r_A \ll r_x$.

Lorsqu'on veut améliorer la précision de mesure de la résistance r_x , on peut introduire une correction en utilisant les formules :

$$r_x = \frac{u}{i - (u/r_v)} \text{ pour le schéma } a; \quad r_x = \frac{u}{i} - r_A \text{ pour le schéma } b.$$

La précision des mesures obtenue en appliquant ce procédé, qui est assez médiocre, est déterminée par la somme des erreurs du voltmètre et de l'ampèremètre.

Mesure des résistances avec un ohmmètre. On appelle ohmmètres des appareils indicateurs conçus pour mesurer directement la résistance au courant continu. Ils sont construits sur la base d'un mécanisme

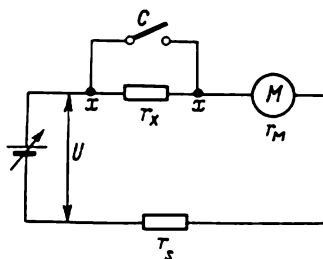


Fig. 10-12. Schéma d'un ohmmètre à cadre unique

à système magnéto-électrique et peuvent être répartis en deux groupes : 1) ohmmètres à mécanisme de mesure comportant un cadre et un ressort créant un couple antagoniste (ils sont appelés conventionnellement « à cadre unique »); 2) ohmmètres-logomètres, dont l'équipage mobile se compose de deux cadres (par. 9-5).

Un ohmmètre à cadre unique est en réalité un milli-ou microampèremètre dont le cadran est gradué en ohms. Un schéma avec un couplage en série du mécanisme de mesure et de la résistance à mesurer est représenté sur la fig. 10-12. L'appareil se compose d'une source à tension de sortie réglable u , d'un mécanisme de mesure M , d'une résistance supplémentaire r_s pour limiter le courant, et d'une clé C . La résistance à mesurer r_x est raccordée aux bornes x . La mesure est effectuée en deux étapes. D'abord la clé C est fermée, alors en réglant

la tension u de la source, on amène l'aiguille de l'appareil de mesure à la division zéro de l'échelle. Le courant qui circule alors à travers le mécanisme de mesure est

$$i_{\max} = \frac{u}{r_M + r_s}.$$

Puis on ouvre la clé C . La tension restant invariable, le courant parcourant le mécanisme de mesure est

$$i = \frac{u}{r_M + r_s + r_x}.$$

L'échelle de l'appareil est non linéaire et graduée en valeurs de la résistance entre 0 et ∞ . On utilise également dans la pratique des schémas d'ohmmètres à cadre unique avec un couplage en parallèle de la résistance à mesurer et du mécanisme de mesure M .

Les ohmmètres à cadre unique et les logomètres sont commodes pour les mesures peu précises des résistances allant de quelques dixièmes d'ohm jusqu'à des centaines d'ohms. Pour les mesures précises des résistances on utilise des montages en pont.

Mesure des résistances avec des ponts. Les ponts à courant continu et à courant alternatif sont largement utilisés et permettent de

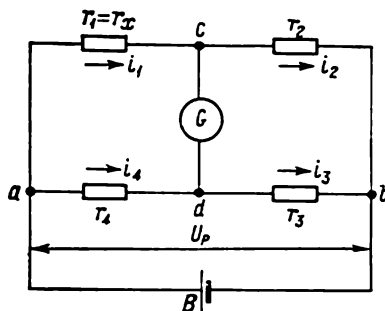


Fig. 10-13. Schéma d'un pont à courant continu

mesurer diverses grandeurs physiques en rapport fonctionnel avec des résistances : la capacité, l'inductance, la fréquence ainsi que la température, la vitesse des gaz et des liquides, etc.

Le schéma d'un pont à courant continu est représenté sur la fig. 10-13. Dans la branche r_1 est insérée la résistance à mesurer r_x , les autres branches (r_2, r_3, r_4) sont constituées par des étalons ou des boîtes de résistances. Si les résistances des branches sont choisies de manière à ce que les potentiels des points c et d , entre lesquels est branché l'indicateur de zéro, le galvanomètre G , sont identiques, c'est-à-dire $u_{cd} = 0$, le courant qui circule à travers l'indicateur de zéro est nul. Un pont fonctionnant à ce régime est appelé pont équilibré. Alors on a

$$i_1 r_x = i_4 r_4 \text{ et } i_2 r_2 = i_3 r_3.$$

En utilisant ces égalités et en tenant compte de ce que $i_1 = i_2$ et $i_3 = i_4$, on obtient l'équation principale d'un pont équilibré :

$$r_x r_3 = r_2 r_4 \text{ ou } r_x = r_2 r_4 / r_3. \quad (10-4)$$

On équilibre le pont en modifiant la résistance des branches r_2 ou r_4 . Pour déterminer la valeur de la résistance à mesurer r_x au moyen d'un pont il faut effectuer un calcul à l'aide de la formule (10-4). L'erreur de mesure d'un pont équilibré se situe entre 0,02 et 0,5 %.

Dans les ponts déséquilibrés pour des valeurs déterminées des résistances des branches r_2 , r_3 , r_4 et de la tension u_M de la source

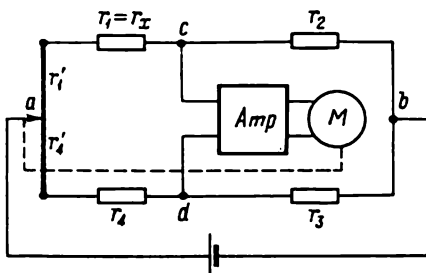


Fig. 10-14. Schéma d'un pont automatique

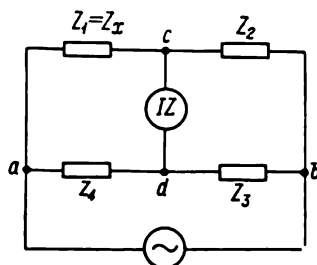


Fig. 10-15. Schéma d'un pont à courant alternatif

d'alimentation du pont, le courant du galvanomètre dépend exclusivement de la valeur de la résistance à mesurer r_x . Ceci permet de graduer l'échelle du galvanomètre en unités de la résistance à mesurer ou en unités de grandeurs physiques quelconques (pression, température, déformation, etc.) qui sont une fonction de la résistance r_x . Les ponts déséquilibrés ont une précision de mesure médiocre (0,5 à 2 %) et sont plus souvent utilisés pour mesurer des grandeurs non électriques.

Pour la mesure des faibles résistances (inférieures à 1 ohm) on utilise des doubles ponts, permettant d'éliminer l'influence des résistances de transition dans les bornes de serrage sur l'erreur de mesure.

Dans la pratique industrielle on utilise souvent pour mesurer les grandeurs non électriques des ponts à équilibrage automatique. Un des schémas d'un pont à équilibrage automatique pour mesurer la résistance est représenté sur la fig. 10-14. Dans deux des bras du pont sont insérées les parties r'_1 et r'_4 d'un fil calibré, dont le curseur est lié à travers une transmission mécanique à l'axe du moteur réversible M . Si le montage en pont est équilibré, la tension entre les points c et d est nulle et le rotor du moteur reste immobile. Lorsque la résistance r_x varie, entre les points c et d apparaît une tension u_{cd} . Cette tension est amplifiée par l'amplificateur A et envoyée au moteur M . Le rotor du moteur se met à tourner, le sens de rotation dépend

dant de la polarité de la tension u_{cd} . En tournant le rotor fait avancer le curseur du fil calibré dans le sens nécessaire pour équilibrer le pont. Le rotor tourne tant que le pont n'arrive pas en équilibre et la tension u_{cd} ne devienne nulle. Le curseur du rhéostat est relié à un index ainsi qu'à un style enregistrant sur un papier à diagramme la valeur de la résistance à mesurer r_x . L'erreur des ponts à équilibrage automatique va de 0,2 à 0,5 %.

Les ponts à courant alternatif sont utilisés pour mesurer la capacité, l'inductance, la fréquence. Le schéma d'un pont avec des résistances Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 est représenté sur la fig. 10-15. En qualité d'indicateur de zéro I_Z on utilise soit un galvanomètre à courant alternatif soit un millivoltmètre électronique. La condition d'équilibre du pont s'exprime par :

$$Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4 \quad (10-5)$$

ou bien

$$z_1 e^{j\varphi_1} z_3 e^{j\varphi_3} = z_2 e^{j\varphi_2} z_4 e^{j\varphi_4}.$$

En égalant séparément les parties réelles et imaginaires, on obtient les deux conditions d'équilibre d'un pont à courant alternatif :

$$z_1 z_3 = z_2 z_4 \text{ et } \varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4.$$

La première condition exige un rapport déterminé entre les modules des impédances des branches. La seconde condition détermine le caractère des impédances (ohmique, capacitif, inductif). avec lequel on atteint l'équilibre du pont. Cette équation exige un choix approprié des réactances des branches du pont.

Le schéma d'un pont pour mesurer les capacités des condensateurs à diélectrique solide est représenté sur la fig. 10-16, *a*. Vu que dans un diélectrique il y a des pertes d'énergie, le condensateur à mesurer peut être représenté par un circuit équivalent (fig. 10-16, *b*), C_x étant la capacité à mesurer, r_x la résistance dans laquelle les pertes sont égales aux pertes dans le condensateur.

Les impédances des branches du pont sont :

$$Z_1 = \frac{r(x)}{1 + j\omega C_x r_x}; \quad Z_2 = r_2; \quad Z_3 = r_3;$$

$$Z_4 = \frac{r_4}{1 + j\omega C_4 r_4}.$$

En introduisant ces valeurs dans la condition d'équilibre du pont (10-5), nous tombons sur :

$$\frac{r_x r_3}{1 + j\omega C_x r_x} = \frac{r_4 r_2}{1 + j\omega C_4 r_4}.$$

En égalant séparément les parties réelle et imaginaire, nous obtenons :

$$r_x = r_4 r_2 / r_3 \text{ et } C_x = C_4 r_3 / r_2.$$

Ainsi le pont représenté sur la fig. 10-16 permet de mesurer simultanément la capacité et la résistance des pertes d'un condensateur. Si les pertes sont faibles, le schéma du pont peut être simplifié en excluant la boîte de résistances r_4 du circuit du pont.

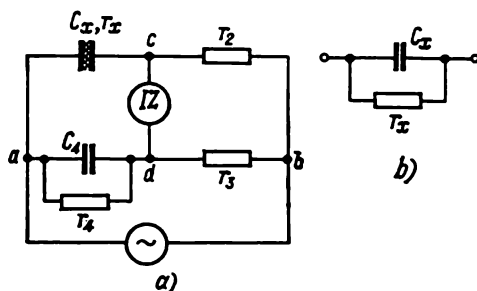


Fig. 10-16. Pont pour la mesure de la capacité et de la résistance des pertes d'un condensateur

On peut mesurer un coefficient de self-induction en le comparant à un étalon d'inductance ou un étalon de capacité à l'aide d'un pont à courant alternatif. Le schéma d'un pont pour mesurer le coeffi-

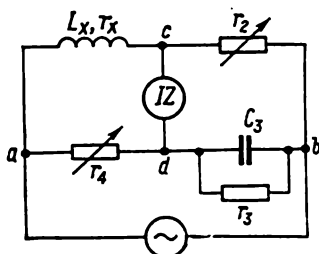


Fig. 10-17. Pont pour la mesure de l'inductance et de la résistance

cient de self-induction L_x et la résistance r_x en les comparant avec la capacité d'un étalon C_3 et avec la résistance r_3 est représenté sur fig. 10-17. Les impédances des branches du pont sont

$$Z_x = r_x + j\omega L_x; \quad Z_2 = r_2; \quad Z_3 = \frac{r_3}{1 + j\omega C_3 r_3}; \quad Z_4 = r_4.$$

En introduisant ces grandeurs dans la condition d'équilibre du pont à courant alternatif (10-5), nous obtenons

$$(r_x + j\omega L_x) \frac{r_3}{1 + j\omega C_3 r_3} = r_2 r_4,$$

d'où l'on trouve deux équations pour calculer les inconnues:

$$r_x = r_2 r_4 / r_3 \text{ et } L_x = C_3 r_2 r_4.$$

L'équilibrage des ponts à courant alternatif est plus compliqué que celui des ponts à courant continu, car il faut régler alternativement les résistances de deux boîtes de résistances. L'erreur de mesure des ponts à courant alternatif va de 0,1 à 2 %.

10-5. Notions fondamentales sur les mesures magnétiques

Les mesures magnétiques concernent les grandeurs qui caractérisent un champ magnétique. Le plus souvent il faut mesurer l'induction magnétique B et le flux Φ . D'autre part, les mesures magnétiques ont pour objet la détermination des caractéristiques des matériaux ferromagnétiques : courbe d'aimantation, boucle d'hystérésis, pertes d'énergie dues aux courants de Foucault, etc.

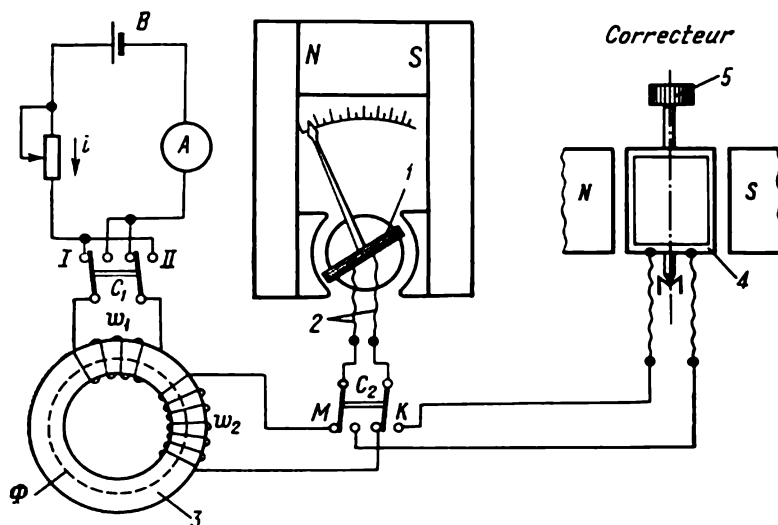


Fig. 10-18. Schéma de construction et montage d'un fluxmètre

Pour déterminer les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques, on emploie fréquemment des fluxmètres qui sont des appareils conçus pour mesurer le flux magnétique et représentent une variété d'appareil magnéto-électrique. Sa particularité consiste en ce qu'il est dépourvu de couple de torsion. Le courant est amené au cadre mobile I à l'aide de fils sans inertie 2 (fig. 10-18) raccordés électriquement au commutateur C_2 .

Voyons comment utiliser un fluxmètre pour déterminer la courbe d'aimantation $B = f(H)$ d'un échantillon à étudier. On enroule sur l'échantillon à étudier réalisé en forme de tore deux enroulements : un magnétisant et l'autre de mesure. On raccorde à l'enroulement magnétisant comportant w_1 spires la source B du courant magnétisant i , le rhéostat r , pour régler ce courant, un ampèremètre et un commu-

tateur C_1 pour modifier le sens du courant. L'enroulement de mesure comportant w_2 spires est raccordé au fluxmètre. Avant les essais l'échantillon ferromagnétique doit être désaimanté en effectuant plusieurs commutations avec le commutateur C_1 , tout en réduisant simultanément le courant i jusqu'à zéro.

Avant chaque mesure il faut positionner l'aiguille de l'appareil au zéro. A cet effet est prévu un correcteur, constitué par une petite machine magnéto-électrique mise en mouvement à main. Lorsqu'on fait tourner à la main la tête 5 du réglage du zéro du correcteur, le commutateur C_2 étant en position K (« correcteur »), dans la bobine du correcteur est induite une F.E.M. qui donne naissance à un courant, sous l'action duquel le cadre mobile I du fluxmètre pivote dans l'un des deux sens.

La courbe d'aimantation est relevée de la manière suivante :

1. On amène le commutateur C_2 en position K .
2. On fait accroître le courant dans la bobine d'aimantation de zéro jusqu'à une certaine valeur i . Alors, en vertu du théorème d'Ampère, l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du tore s'exprime par

$$H = w_1 i / l_{\text{moy}},$$

l_{moy} étant la longueur moyenne d'une ligne magnétique dans le tore (montrée sur la fig. 10-18 en pointillé) qui est déterminée par les dimensions du tore.

3. On amène le commutateur C_2 en position M , puis on fait changer rapidement le sens du courant i dans l'enroulement magnétisant à l'aide du commutateur C_1 . Alors dans l'échantillon à essayer le flux magnétique varie de la grandeur 2Φ . Sous l'effet du courant induit dans l'enroulement de mesure w_2 le cadre du fluxmètre pivote. En conformité avec la loi de Lenz sur l'inertie électromagnétique, un circuit électrique fermé tend à maintenir invariable le flux qu'il embrasse. C'est pourquoi le mouvement du cadre I du fluxmètre cesse lorsque l'accroissement du flux de l'aimant permanent embrassé par le cadre devient égal au décroissement du flux embrassé par la bobine de mesure d'une valeur de 2Φ . Il existe une relation entre l'angle de rotation α de l'équipage mobile de l'appareil et le flux mesuré, qui s'exprime par :

$$2w_2\Phi = C_f\alpha,$$

C_f étant la valeur d'une division en webers de l'échelle du fluxmètre.

La valeur de l'induction magnétique est trouvée à l'aide de la formule

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{C_f}{2Sw_2} \alpha,$$

où S est la section transversale de l'échantillon essayé.

Avec la valeur de l'induction B , trouvée par voie expérimentale, et la valeur de l'intensité du champ H , calculée d'après le théorème

d'Ampère, on trouve la perméabilité magnétique

$$\mu = B/H.$$

En répétant ces expériences avec diverses valeurs de H , on peut relever la relation $B = f_1(H)$ et $\mu = f_2(H)$. Cette même méthode

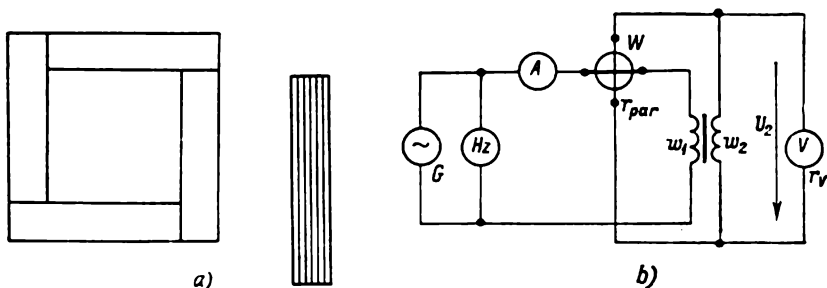


Fig. 10-19. Mesure des pertes dans l'acier

permet de relever la boucle d'hystérésis d'un échantillon ferromagnétique essayé. L'erreur de mesure du fluxmètre va de 1 à 4 %. Un fluxmètre permet également de déterminer le flux magnétique d'un aimant permanent.

Les propriétés magnétiques des matériaux ferromagnétiques peuvent aussi être relevées en utilisant un galvanomètre balistique. Bien que cette méthode procure des résultats plus précis (0,2 à 1 %), elle est peu commode en pratique.

Pour le calcul des circuits magnétiques des transformateurs, des machines électriques, des relais et de divers appareils électriques à flux magnétique alternatif on doit disposer des données caractérisant les pertes de puissance par hystérésis et par courants de Foucault. On peut obtenir ces données en mesurant les pertes dans le noyau en présence d'un flux magnétique alternatif.

Le matériau ferromagnétique à étudier, par exemple, l'acier magnétique en forme de quatre empilages assemblés en tôles de la même dimension, est placé à l'intérieur de quatre bobines en formant un circuit magnétique fermé (fig. 10-19, a). Chacune des bobines comporte deux enroulements: enroulement magnétisant et enroulement de mesure. Toutes les bobines magnétisantes sont couplées en série et alimentées à partir d'une source à courant alternatif G .

Les bobines de mesure sont couplées en série et raccordées à un voltmètre. Le schéma du circuit de mesure est représenté sur la fig. 10-19, b. L'enroulement de tension du wattmètre est raccordé aux bornes de l'enroulement de mesure w_2 et pour obtenir la valeur réelle de la puissance, il faut multiplier les lectures du wattmètre P_W par le rapport de transformation w_1/w_2 , égal au rapport du nombre de spires w_1 de l'enroulement magnétisant au nombre de spires de l'enroulement de mesure w_2 .

La puissance des pertes dans l'acier est

$$P_{ac} = P_w \frac{w_1}{w_2} - \frac{U_2^2}{r_v} - \frac{U_2^2}{r_{par}},$$

U_2 étant la tension aux bornes de l'enroulement secondaire; r_v et r_{par} les résistances du voltmètre et de l'enroulement parallèle du wattmètre.

Les pertes spécifiques dans l'acier en W/kg sont obtenues en divisant la puissance des pertes par le poids de l'acier :

$$P'_{ac} = P_{ac}/G.$$

La puissance spécifique des pertes dans l'acier dépend de la valeur d'amplitude de l'induction magnétique B_{max} . Si l'on néglige la chute de tension sur l'enroulement secondaire, la tension U_2 peut être considérée égale à la F.E.M. E_2 induite dans cet enroulement, et l'amplitude de l'induction magnétique est déterminée à l'aide de la formule

$$B_{max} \approx \frac{U_2}{4,44 f S w_2},$$

f étant la fréquence du courant alternatif; S l'aire de la section droite de l'acier à essayer.

L'erreur de la méthode se situe entre 2 et 5%.

10-6. Notions concises sur la mesure des grandeurs non électriques

Les mesures des grandeurs non électriques par des méthodes électriques sont aujourd'hui très répandues. La commodité et la simplicité des mesures, la possibilité de réaliser en permanence la mesure, l'enregistrement et la transmission à une grande distance des valeurs de la grandeur mesurée, la haute sensibilité et la large gamme des mesures sont les avantages principaux de ces méthodes.

On transforme les grandeurs non électriques en grandeurs électriques avec des convertisseurs de mesure appelés parfois « capteurs » ou « traducteurs ». Les convertisseurs sont divisés en deux groupes : paramétriques et générateurs.

Dans les convertisseurs paramétriques la grandeur mesurée provoque une modification de l'un des composants de circuit électrique : d'une résistance r , d'une inductance L ou d'une capacité C . Parmi ces convertisseurs citons :

a. *Convertisseurs à rhéostat.* La résistance d'un rhéostat dépend du déplacement d'un curseur. Les convertisseurs à curseur sont utilisés pour mesurer le niveau des liquides, les déplacements linéaires et angulaires.

b. *Convertisseurs à thermistance.* Leur résistance dépend de la température du milieu ambiant. Ils sont utilisés pour mesurer les températures, la vitesse d'écoulement des gaz, pour déterminer la

composition des matières, pour mesurer le vide, etc. Ces convertisseurs sont insérés d'ordinaire dans l'une des branches d'un pont.

c. *Convertisseurs tensométriques*. La résistance du convertisseur varie lors de la déformation d'un capteur. Ils sont utilisés pour mesurer les déformations et les efforts agissant sur les pièces composantes des constructions.

d. *Capteurs à inductance*. L'inductance L varie en fonction du déplacement d'un noyau ferromagnétique dans le champ d'une bobine. Ils sont utilisés pour mesurer les efforts mécaniques, les pressions, les déplacements linéaires et angulaires.

e. *Capteurs à capacité*. La capacité du transducteur varie sous l'effet de l'action de la grandeur à mesurer. Ils sont utilisés pour mesurer les faibles déplacements, les efforts, la pression, le niveau d'un liquide, l'humidité, l'épaisseur des films fins, etc.

f. *Photorésistances*. La résistance du convertisseur varie en fonction de l'intensité d'un flux lumineux incident. Ils sont utilisés pour mesurer les températures, la transparence des gaz et des liquides.

Dans les convertisseurs générateurs la grandeur non électrique mesurée est transformée en F.E.M. Les convertisseurs de ce type les plus répandus sont les suivants :

a. *Convertisseurs thermo-électriques* ou *thermocouples*. Dans le circuit d'un thermocouple en fonction de la différence de température apparaît une F.E.M. qui peut être mesurée avec des millivoltmètres ou un compensateur.

b. *Convertisseurs à induction*. La valeur mesurée est transformée en une F.E.M. induite. Par exemple, pour mesurer la vitesse de rotation on utilise des génératrices tachymétriques, les générateurs magnéto-électriques, dont la F.E.M. dépend de la vitesse de rotation du rotor.

c. *Convertisseurs piézoélectriques*. Sous l'effet de sollicitations mécaniques, dans les cristaux apparaissent des F.E.M. Ces convertisseurs sont utilisés pour mesurer les pressions, l'amplitude des basses fréquences, les rugosités superficielles, etc.

L'erreur d'un convertisseur va de 0,01 % à 2 % et dépend du principe de fonctionnement, de la construction et des conditions d'utilisation du convertisseur. Pour la mesure de la grandeur de sortie des convertisseurs on utilise plus particulièrement des milliampermètres, des millivoltmètres et des logomètres magnéto-électriques, des ponts et des compensateurs à courant continu et alternatif. Dans les conditions industrielles on utilise des ponts enregistreurs à équilibrage automatique et des compensateurs.

QUATRIEME PARTIE

MACHINES ÉLECTRIQUES

CHAPITRE XI

TRANSFORMATEURS

11-1. Destination et principe de fonctionnement des transformateurs

On appelle transformateur un appareil électromagnétique statique qui sert à transformer l'énergie électrique à courant alternatif avec certaines caractéristiques (tension, courant, forme de ceux-ci et phase d'origine) en énergie électrique avec d'autres caractéristiques la fréquence du courant alternatif restant la même.

Pour une même énergie transportée, plus la tension est élevée, plus la valeur du courant est faible et plus la section nécessaire des conducteurs de la ligne de transport d'énergie est faible. C'est pourquoi sur les lieux de production de l'énergie électrique — dans les centrales électriques — il est avantageux d'élever la tension à des dizaines et même des centaines de kilovolts, puis de transmettre l'énergie par des lignes jusqu'aux lieux de consommation, où pour pouvoir alimenter des usagers (moteurs électriques, par exemple) en énergie électrique, la tension doit être réduite aux valeurs couramment utilisées de 6, 12, 24, 36, 127, 220, 380 et 500 V. L'élévation de la tension au départ de la ligne de transport d'énergie et son abaissement à l'extrémité de la ligne de transport est réalisée par des transformateurs. Un schéma approximatif de transport de l'énergie électrique à grande distance est représenté sur la fig. 11-1, où T_1 est un transformateur élévateur et T_2 un transformateur abaisseur.

Les transformateurs sont utiles pour isoler les circuits électriques les uns des autres, car seul un couplage magnétique subsiste entre eux.

La disposition schématique d'un transformateur est représentée sur la fig. 11-2. Sur un noyau fermé assemblé en tôles d'acier magnétique ou enroulé en ruban d'acier magnétique sont placés deux enroulements isolés comportant respectivement w_1 et w_2 spires. L'enroule-

ment aux bornes duquel est amenée l'énergie électrique est appelé enroulement primaire; l'enroulement auquel est raccordé un consommateur d'énergie électrique est appelé enroulement secondaire.

Le courant alternatif parcourant l'enroulement primaire fait apparaître dans le noyau magnétique un flux magnétique alternatif Φ . Ce flux est embrassé par les deux enroulements et fait apparaître dans chacun d'eux une F.E.M. alternative. C'est pourquoi l'on

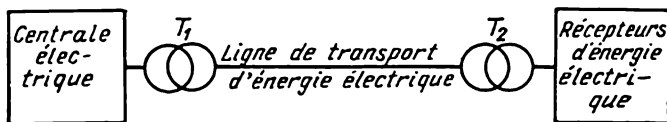


Fig. 11-1. Schéma de transport de l'énergie électrique à grande distance :
 T_1 , transformateur élévateur ; T_2 , transformateur abaisseur

peut considérer que l'enroulement secondaire est une source de tension alternative. Si le circuit secondaire est fermé, un courant circulera à travers celui-ci.

Le transformateur représenté sur la fig. 11-2 est un transformateur à deux enroulements. Cependant, on peut installer plusieurs enroulements secondaires sur le noyau avec des nombres de spires différents et obtenir respectivement diverses tensions secondaires. Ces

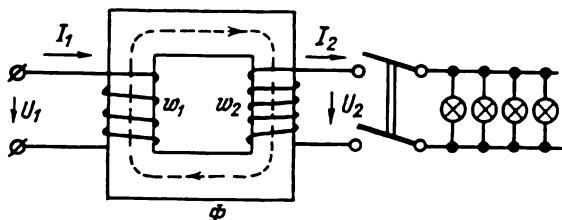


Fig. 11-2. Schéma d'un transformateur

transformateurs sont appelés transformateurs à enroulements multiples. Dans l'exposé donné ci-dessous nous n'examinerons que les transformateurs à deux enroulements.

On voit, par principe même, qu'un transformateur ne fonctionne que dans un réseau à courant alternatif, car si le flux magnétique est constant aucune F.E.M. n'est induite dans les enroulements.

La valeur de la F.E.M. induite dans une spire de l'enroulement primaire ou secondaire est trouvée en vertu de la loi de l'induction électromagnétique :

$$e = -d\Phi/dt.$$

Avec une variation sinusoïdale du champ magnétique on obtient

$$\Phi = \Phi_m \sin \omega t, \quad (11-1)$$

où Φ et Φ_m sont respectivement les valeurs instantanée et d'amplitude du flux.

D'où

$$e = -d\Phi/dt = -\Phi_m \omega \cos \omega t = \omega \Phi_m \sin (\omega t - \pi/2).$$

Désignons la valeur d'amplitude de la F.E.M. dans une spire par

$$E_m = \omega \Phi_m,$$

alors

$$e = E_m \sin (\omega t - \pi/2). \quad (11-2)$$

Ainsi la F.E.M. induite est déphasée en arrière de $\pi/2$ par rapport au flux.

Nous trouverons la valeur efficace de la F.E.M. dans une spire en divisant la valeur maximale par $\sqrt{2}$:

$$E = \omega \Phi_m / \sqrt{2} = 2\pi f \Phi_m / \sqrt{2} = 4,44 f \Phi_m.$$

Si l'enroulement primaire comporte w_1 spires et l'enroulement secondaire w_2 spires, la F.E.M. totale de chaque enroulement s'exprime par:

$$E_1 = 4,44 w_1 f \Phi_m, \text{ V}; \quad (11-3)$$

$$E_2 = 4,44 w_2 f \Phi_m, \text{ V}. \quad (11-4)$$

Le rapport des F.E.M. des enroulements primaire et secondaire ou le rapport de leur nombre de spires est appelé *rapport de transformation*:

$$k = E_1/E_2 = w_1/w_2. \quad (11-5)$$

Pour les transformateurs abaisseurs $w_1 > w_2$ et $k > 1$. Pour les transformateurs éleveurs $w_1 < w_2$ et $k < 1$.

La puissance active primaire, c'est-à-dire la puissance moyenne absorbée par le transformateur à partir du réseau, est égale à:

$$P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1.$$

La puissance active secondaire ou la puissance débitée au consommateur est égale à:

$$P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2.$$

Sans tenir compte des pertes dans le transformateur, on peut poser approximativement

$$P_1 \approx P_2.$$

Nous allons voir plus loin que $\varphi_1 \approx \varphi_2$ et que les tensions des enroulements primaire et secondaire diffèrent peu des F.E.M. des enroulements. Alors nous obtenons

$$U_1 I_1 \approx U_2 I_2 \text{ et } I_1/I_2 \approx U_2/U_1 \approx E_2/E_1 = 1/k. \quad (11-6)$$

Lorsque la tension de l'enroulement secondaire est abaissée de k fois, le courant secondaire est k fois supérieur au courant primaire, et inversement.

Les transformateurs modernes peuvent avoir des exécutions extrêmement variées. On réalise des transformateurs pour des puissances allant de quelques fractions de watt à des centaines de mégawatts, qui peuvent être monophasés, triphasés, polyphasés. La fréquence de travail peut aller de quelques unités à plusieurs mégacycles. Les plus répandus sont les transformateurs conçus pour fonctionner à la fréquence industrielle de 50 Hz.

Chaque transformateur porte une plaquette signalétique indiquant ses caractéristiques nominales. Parmi celles-ci on indique en premier lieu : 1) la puissance apparente, en VA ou kVA; 2) les tensions composées, en V ou kV; 3) les courants composés à la puissance nominale, en A; 4) la fréquence, en Hz; 5) le nombre de phases; 6) le mode de connexion et l'indice horaire. Pour de gros transformateurs on peut indiquer en plus les caractéristiques supplémentaires telles la tension de court-circuit, le régime de fonctionnement (continu, ou temporaire), le mode de refroidissement, le poids, etc.

11-2. Fonctionnement à vide d'un transformateur

Un transformateur *fonctionne à vide* lorsque son enroulement primaire est alimenté par une tension alternative, tandis que son enroulement secondaire est ouvert (fig. 11-3). L'enroulement primaire est alors parcouru par un courant à vide I_0 qui engendre un flux

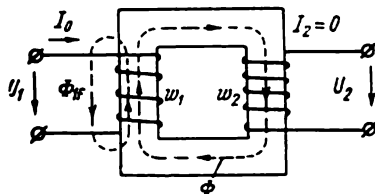


Fig. 11-3. Marche à vide d'un transformateur

magnétique comportant deux composantes. La première composante Φ représente le flux qui se ferme dans le noyau magnétique et qui est embrassé par les deux enroulements, primaire et secondaire. Ce flux alternatif induit dans les enroulements les F.E.M. E_1 et E_2 , conformément aux formules (11-3) et (11-4). La seconde composante du flux Φ_{1f} passe en partie par le noyau et en partie par l'air. Elle est appelée flux de fuites. Le flux de fuites n'est embrassé que par l'enroulement primaire et engendre dans celui-ci une F.E.M. supplémentaire que l'on prend en considération en introduisant la notion d'*inductance de fuites* de l'enroulement primaire x_1 .

La réluctance du flux de fuites est déterminée en premier lieu par la réluctance du trajet dans l'air, c'est pourquoi le flux de fuites Φ_{1f} est proportionnel au courant I_0 (fig. 11-4) et en phase avec ce dernier. Le diagramme vectoriel du fonctionnement à vide est semblable au diagramme vectoriel d'une bobine à noyau magnétique.

Pour tracer le diagramme vectoriel (fig. 11-4) on commence par le tracé du vecteur du flux magnétique Φ . Puis on trace le vecteur de la F.E.M. du primaire E_1 , qui est déphasé de $\pi/2$ en arrière. Le vecteur de la F.E.M. du secondaire E_2 coïncide en sens et direction avec le vecteur E_1 , mais sa grandeur peut être soit supérieure soit inférieure à E_1 . Pour faciliter la construction du diagramme vectoriel, on trace d'ordinaire le vecteur de la F.E.M. secondaire ramenée :

$$E'_2 = kE_2 = \frac{\omega_1}{\omega_2} E_2 = E_1 \quad (11-7)$$

qui est égale à la F.E.M. du primaire. Les vecteurs E_1 et E'_2 se confondent donc en un seul vecteur.

Le courant à vide comporte deux composantes : une composante réactive magnétisante I_r et une composante active I_a . La composante I_r est le courant magnétisant qui est en phase avec le flux. La valeur du courant magnétisant, selon la loi du circuit magnétique, est liée à l'amplitude du flux par la relation

$$\Phi_m = \sqrt{2} \omega_1 I_r / R_m, \quad (11-8)$$

R_m étant la réluctance du noyau magnétique.

$$I_0 = \sqrt{I_a^2 + I_r^2}. \quad (11-9)$$

Le courant à vide des transformateurs de puissance est faible et ne dépasse d'ordinaire pas quelques p. cent du courant primaire nominal I_{1nom} .

La chute de tension dans l'enroulement primaire due au faible courant à vide est très petite. C'est pourquoi avec un degré de précision assez élevé on peut écrire que $\dot{U}_1 \simeq \dot{E}_1$ et $U_1 \simeq E_1$. Sur le diagramme vectoriel on trace le vecteur $\dot{U}_1$ égal et opposé au vecteur E_1 .

La composante I_a du courant à vide est due aux pertes dans le noyau magnétique : $I_a = P_{ac}/E_1$. Le déphasage φ_0 est proche de $\pi/2$. Ceci termine la construction du diagramme vectoriel. Pour les transformateurs de faible puissance (par exemple, utilisés en radiotechnique) le courant I_0 peut atteindre (0,3 à 0,5) I_{1nom} .

La tension primaire du réseau étant maintenue à un niveau constant, en tenant compte de l'égalité $U_1 \simeq E_1$, nous en tirons que l'amplitude du flux principal à vide est également une valeur invariable. En partant de l'expression (11-3), nous trouvons pour l'amplitude du flux

$$\Phi_m = \frac{E_1}{4,44 \omega_1 f} \approx \frac{U_1}{4,44 \omega_1 f}. \quad (11-10)$$

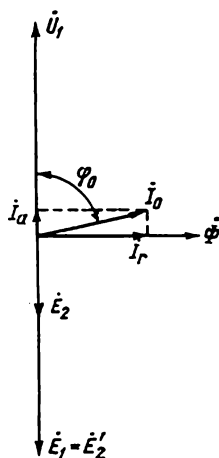


Fig. 11-4. Diagramme vectoriel de marche à vide

Une augmentation importante de la tension primaire par rapport à la valeur nominale serait inadmissible car, du fait de la saturation, le courant à vide augmenterait considérablement.

Lors du fonctionnement à vide le courant ne parcourt pas le circuit secondaire. C'est pourquoi la tension aux bornes de l'enroulement secondaire est égale à sa F.E.M. Par conséquent, en fonctionnement à vide le rapport entre les tensions primaire et secondaire est égal avec une précision suffisante au rapport de transformation

$$U_1/U_2 \simeq E_1/E_2 = w_1/w_2 = k. \quad (11-11)$$

11-3. Fonctionnement en charge

Voyons le régime de fonctionnement *en charge* d'un transformateur (fig. 11-5), lorsque le circuit secondaire est branché sur une charge d'impédance z_{ch} parcouru par un courant I_2 .

Dans ce cas on peut distinguer trois flux : le flux principal Φ embrassé par les enroulements primaire et secondaire, le flux de fuites

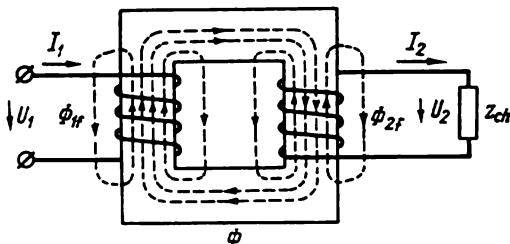


Fig. 11-5. Transformateur en charge

tes du primaire Φ_{1f} et le flux de fuites du secondaire Φ_{2f} . Les F.E.M. supplémentaires engendrées dans les enroulements par les flux de fuites Φ_{1f} et Φ_{2f} sont d'ordinaire prises en considération par le biais des inductances de fuites des enroulements primaire et secondaire x_1 et x_2 .

Les flux de fuites des enroulements Φ_{1f} et Φ_{2f} sont proportionnels aux courants primaire I_1 et secondaire I_2 et sont en phase avec ceux-ci. Ces flux de fuites engendrent dans les enroulements les F.E.M. $\dot{E}_{1f}$ et $\dot{E}_{2f}$ déphasées en arrière par rapport aux flux et donc aux courants I_1 et I_2 de $\pi/2$.

Les F.E.M. engendrées par les flux de fuites sont équilibrées par les composantes de la tension :

$$jx_1\dot{I}_1 = -\dot{E}_{1f}$$

et

$$jx_2\dot{I}_2 = -\dot{E}_{2f},$$

où $jx_1 = j\omega L_{1f}$ et $jx_2 = j\omega L_{2f}$ sont les impédances complexes de fuites des enroulements; $L_{1f} = \psi_{1f}/I_1$ et $L_{2f} = \psi_{2f}/I_2$ les inductances de fuites des enroulements primaire et secondaire; ψ_{1f} , ψ_{2f} les flux totaux de fuites des enroulements primaire et secondaire: ω la pulsation du courant alternatif.

Les composantes $x_1 I_1$ et $x_2 I_2$ de la tension sont déphasées en avance de $\pi/2$ par rapport aux courants I_1 et I_2 .

Ecrivons en vertu de la deuxième loi de Kirchhoff, les équations en notation complexe pour les circuits primaire et secondaire:

$$\dot{U}_1 + \dot{E}_1 = \dot{I}_1 Z_1; \quad (11-12)$$

$$\dot{E}_2 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2, \quad (11-13)$$

U_2 étant la tension sur l'impédance de la charge (la tension secondaire); $Z_1 = r_1 + jx_1$ l'impédance complexe de l'enroulement primaire; $Z_2 = r_2 + jx_2$ idem pour l'enroulement secondaire.

La chute de tension dans les enroulements $I_1 z_1$ et $I_2 z_2$ ne dépasse d'ordinaire pas quelques p. cent des tensions U_1 et U_2 . C'est pourquoi on peut considérer avec une certaine approximation que dans un transformateur chargé les égalités approchées $U_1 \approx E_1$ et $U_2 \approx E_2$ sont valables. Par conséquent, l'amplitude du flux magnétique principal en régime de charge est à peu près constante et égale à l'amplitude du flux à vide (pour $U_1 = \text{const.}$). De même la F.E.M. doit rester constante en charge comme en marche à vide. Lors du fonctionnement en charge la F.E.M. totale est égale à la somme des F.E.M. des enroulements primaire et secondaire:

$$w_1 \dot{I}_1 + w_2 \dot{I}_2 = w_1 \dot{I}_0. \quad (11-14)$$

En divisant tous les termes de la dernière équation par w_1 nous obtenons

$$\dot{I}_1 + \frac{1}{k} \dot{I}_2 = \dot{I}_0.$$

Introduisons la notion de courant secondaire ramené au primaire

$$\dot{I}'_2 = \dot{I}_2/k. \quad (11-15)$$

Nous obtenons définitivement:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}'_2 = \dot{I}_0. \quad (11-16)$$

En fonctionnement à vide $\dot{I}'_2 = 0$ et, par conséquent, $\dot{I}_1 = \dot{I}_0$. Si nous chargeons le transformateur un courant $\dot{I}_2$ apparaît dans l'enroulement secondaire. Suivant la loi de Lenz ce courant s'oppose à la cause qui l'engendre. C'est pourquoi le courant $\dot{I}'_2$ est orienté de façon à démagnétiser le noyau, c'est-à-dire que son action est opposée à celle du courant $\dot{I}_1$. Ceci provoque une augmentation du courant $\dot{I}_1$ en vertu de l'expression (11-16).

le diagramme vectoriel les tensions et courants secondaires ramenés au primaire. Alors la tension secondaire, de même que la F.E.M., doit être multipliée par le rapport de transformation k .

La construction du diagramme commence en traçant le vecteur du flux commun (fig. 11-6). Puis avec un déphasage de $\pi/2$ on trace le vecteur de la F.E.M. $\dot{E}_1$, qui coïncide avec le vecteur $\dot{E}'_2 = k\dot{E}_2$. Ensuite on trace le vecteur du courant à vide $\dot{I}_0$, en vertu de l'expression (11-9). Pour construire le vecteur du courant secondaire ramené au primaire $\dot{I}'_2 = I_2/k$, il faut trouver la valeur de ce courant :

où r_2 , r_{ch} sont les résistances de l'enroulement secondaire et de la charge; x_2 , x_{ch} les réactances de l'enroulement secondaire et de la charge.

Fig. 11-6. Diagramme vectoriel d'un transformateur en charge

Le déphasage du courant secondaire I_2 par rapport à la F.E.M. E_2 s'exprime par

$$\psi_2 = \operatorname{arctg} \frac{x_2 + x_{ch}}{r_2 + r_{ch}}. \quad (11-18)$$

Pour trouver le vecteur de la tension secondaire ramenée au primaire U'_2 , il faut, en vertu de la formule (11-13), retrancher de la F.E.M. E'_2 la chute de tension sur l'enroulement secondaire.

Les notions de F.E.M., de tensions et de courants de l'enroulement secondaire ramenés au primaire une fois introduites, il convient de trouver les résistances et les réactances ramenées de l'enroulement secondaire, qui sont déterminées par le rapport des tensions ramenées aux courants ramenés. Pour les composantes actives et réactives de la tension nous obtenons :

$$U'_{a2} = kU_{a1} = kr_1 I_1 = k^2 r_1 I'_2 = r'_2 I'_2; \quad (11-19)$$

$$U'_{2r} = kU_{2r} = kx_2 I_2 = k^2 x I'_2 = x'_2 I'_2 \quad (11-20)$$

où $r'_2 = k^2 r_2$ et $x'_2 = k^2 x_2$ sont les valeurs ramenées de la résistance et de la réactance de l'enroulement secondaire.

Sur le diagramme vectoriel on retranche du vecteur E_2 le vecteur $x_2' I_2'$, qui est déphasé en avance de $\pi/2$ par rapport au vecteur I_2' , et le vecteur $r_2' I_2'$, qui est en phase avec le courant I_2' . Ceci permet de

trouver le vecteur de la tension secondaire ramenée à la primaire

$$\dot{U}'_2 = \dot{E}'_2 - r'_2 \dot{I}'_2 - jx'_2 \dot{I}'_2. \quad (11-21)$$

Pour construire le vecteur du courant primaire $\dot{I}'_1$, il faut en conformité avec la formule (11-16) retrancher du vecteur du courant à vide $\dot{I}_0$ le vecteur du courant secondaire ramené au primaire $\dot{I}'_2$.

Le vecteur de la tension primaire $\dot{U}_1$ est tracé suivant (11-12). A cet effet on trace le vecteur $-\dot{E}'_1$ et on ajoute à ce dernier le vecteur $r_1 \dot{I}'_1$ qui est en phase avec le courant $\dot{I}'_1$, et le vecteur $jx_1 \dot{I}'_1$ qui est déphasé en avance de 90° par rapport au vecteur $\dot{I}'_1$. L'angle φ_1 entre les vecteurs $\dot{U}_1$ et $\dot{I}'_1$ représente le déphasage dans le circuit primaire.

Le diagramme vectoriel d'un transformateur chargé montre que l'accroissement du courant I_2 dans le circuit secondaire provoque un accroissement du courant I_1 absorbé à partir du réseau par l'enroulement primaire. Pour rendre le dessin plus évident, on a figuré sur le diagramme vectoriel de la fig. 11-6 les chutes de tension ohmiques et inductives dans les enroulements primaire et secondaire par les vecteurs de grandeur exagérée. En réalité elles ne constituent que quelques p. cent de U_1 et U'_2 respectivement.

11-4. Caractéristique en charge d'un transformateur et chute de tension

Les chutes de tension ohmiques et inductives dans les enroulements primaire et secondaire dépendent des courants I_1 et I_2 parcourant ces enroulements et des résistances et inductances des enroulements du transformateur.

La différence algébrique entre la tension primaire et la tension secondaire ramenée au primaire, appelée modification de la tension dans un transformateur, dépend non seulement de l'intensité des courants I_1 et I_2 mais aussi de la nature de la charge (de l'angle φ_2). Pour déterminer la modification de la tension dans un transformateur, simplifions le diagramme vectoriel représenté sur la fig. 11-6. A cet effet faisons tourner toute la partie inférieure du diagramme dans le plan du dessin de façon à ce que le vecteur $\dot{E}'_1 = \dot{E}'_2$ coïncide avec le vecteur égal $-\dot{E}'_1$. En négligeant le courant relativement fai-

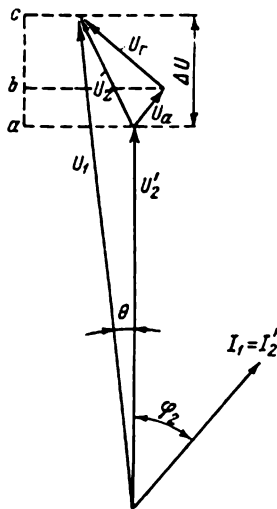


Fig. 11-7. Diagramme vectoriel simplifié d'un transformateur en charge

ble de marche à vide $\dot{I}_0$, nous faisons coïncider le courant secondaire ramené au primaire avec le courant primaire, c'est-à-dire $\dot{I}'_2 \approx \dot{I}_1$.

Dans ce cas la tension secondaire ramenée au primaire $\dot{U}'_2$ peut être considérée comme la différence géométrique entre le vecteur de la tension primaire $\dot{U}_1$ et le vecteur $\dot{U}_z$, appelé chute de tension totale dans le transformateur, c'est-à-dire $\dot{U}'_2 = \dot{U}_1 - \dot{U}_z$ (fig. 11-7). A son tour, la tension U_z se compose de la chute de tension

$$U_a = r_1 I_1 + r'_2 I'_2 = (r_1 + k^2 r_2) I_1 = r_{cc} I_1 \quad (11-22)$$

et de la chute de tension inductive

$$U_r = x_1 I_1 + x'_2 I'_2 = (x_1 + k^2 x_2) I_1 = x_{cc} I_1. \quad (11-23)$$

Dans ces dernières expressions nous avons introduit ce que l'on appelle la résistance et la réactance de court-circuit d'un transformateur: $r_{cc} = r_1 + k^2 r_2$ étant la résistance et $x_{cc} = x_1 + k^2 x_2$ la réactance.

La chute de tension totale dans le transformateur s'exprime par

$$U_z = \sqrt{U_a^2 + U_r^2} = I_1 \sqrt{r_{cc}^2 + x_{cc}^2} = I_1 z_{cc}. \quad (11-24)$$

On peut considérer que lorsque la charge varie la tension primaire U_1 reste constante. En fonctionnement à vide la tension secondaire ramenée au primaire $U'_{20} \simeq U_1$. Lorsque la charge augmente, la chute de tension accroît, tandis que la tension secondaire diminue. Ceci est valable lorsque la charge est inductive. Nous ne nous pencherons pas sur le cas d'une charge capacitive.

La variation de la tension secondaire ramenée au primaire est égale à la différence algébrique entre ses valeurs à vide et en charge, c'est-à-dire

$$\Delta U = U'_{20} - U'_2 = U_1 - U'_2. \quad (11-25)$$

Vu que l'angle θ (fig. 11-7) est très faible, on peut avec une précision suffisante pour la pratique prendre ΔU égale à la somme des tronçons ab et bc :

$$\Delta U = U_a \cos \varphi_2 + U_r \sin \varphi_2.$$

La variation relative en p. cent de la tension est égale à

$$\begin{aligned} \Delta U\% &= \frac{\Delta U}{U_1} 100 = \frac{U_a \cos \varphi_2 + U_r \sin \varphi_2}{U_1} 100 = \\ &= \frac{(r_{cc} \cos \varphi_2 + x_{cc} \sin \varphi_2) I_1}{U_1} 100, \%. \end{aligned} \quad (11-26)$$

Dans les transformateurs de puissance relativement élevée (de quelques dizaines de kVA et plus) la chute de tension inductive est d'ordinaire de plusieurs fois supérieure à la chute de tension ohmique. C'est pourquoi dans la formule (11-26) pour $\varphi_2 \neq 0$ le second terme est d'ordinaire supérieur au premier. En résultat la modification de

la tension augmente lorsque le déphasage φ_2 accroît. Ainsi une charge inductive provoque des modifications de la tension plus importantes qu'une charge ohmique. La fig. 11-8, *a* représente les caractéristiques en charge $U_2 = f(I_2)$ d'un transformateur de puissance relativement élevée pour diverses valeurs du $\cos \varphi_2$. Dans les transformateurs de puissance relativement faible (quelques kVA et moins) la chute de tension ohmique est d'ordinaire supérieure à la chute inductive. C'est pourquoi quand le $\cos \varphi_2$ diminue, les caractéristiques de ces transformateurs passent souvent plus haut (fig. 11-8, *b*).

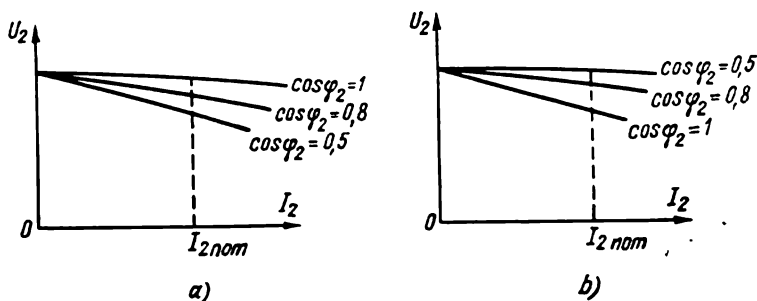


Fig. 11-8. Caractéristiques en charge d'un transformateur

Les normes concernant les transformateurs spécifient non pas la modification de la tension, qui varie en fonction du $\cos \varphi_2$, mais la chute de tension pour le courant nominal $I_2 = I_{2 \text{ nom}}$. La valeur relative de la chute de tension totale est déterminée par

$$e_{cc}\% = \frac{U_{2 \text{ nom}}}{U_1} 100\% = \frac{z_{cc} I_{1 \text{ nom}}}{U_1} 100\%. \quad (11-27)$$

La quantité $e_{cc}\%$ est appelée tension relative de court-circuit d'un transformateur, elle constitue d'ordinaire pour les transformateurs de grande puissance de 5 à 10 %.

11-5. Notions sur le schéma équivalent d'un transformateur

Le calcul des courants et des tensions dans un transformateur peut être ramené au calcul ordinaire des circuits à courant alternatif. A cet effet on construit ce qu'on appelle le *schéma équivalent d'un transformateur*, les phénomènes dans ce circuit étant décrits par les mêmes équations que les phénomènes dans un transformateur.

On construit le schéma équivalent d'un transformateur en appliquant le procédé déjà utilisé pour tracer le diagramme vectoriel simplifié (fig. 11-7). Il consiste à modifier les phases des F.E.M. des enroulements primaire et secondaire de π , c'est-à-dire à introduire le vecteur $\dot{E}_0 = -\dot{E}_1 = -\dot{E}_2'$. Les phases du courant et de la tension secondaires sont également modifiées de π et les vecteurs $\dot{I}_2' = -\dot{I}_2$ et $\dot{U}_2' = -\dot{U}_2$ sont introduits. Alors les équations (11-12),

(11-21) et (11-16) du transformateur peuvent être écrites comme suit :

$$\dot{U}_1 = \dot{E}_0 + \dot{I}_1 Z_1; \quad (11-28)$$

$$\dot{U}_2' = \dot{E}_0 - \dot{I}_2' Z_2; \quad (11-29)$$

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 + \dot{I}_2'. \quad (11-30)$$

Ces équations permettent de construire le schéma équivalent représenté sur la fig. 11-9. A part la résistance et l'inductance de l'enroulement primaire r_1 et x_1 et ces mêmes grandeurs du secondaire ramenées au primaire r_2' et x_2' on y voit également l'impédance de la charge

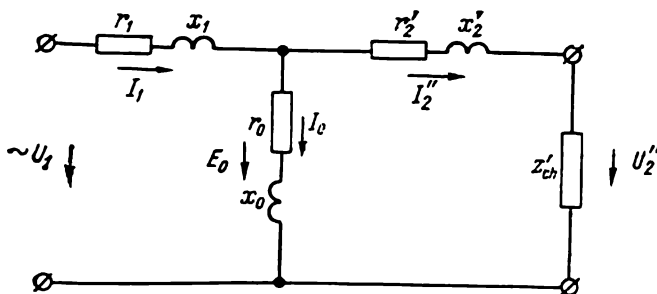


Fig. 11-9. Schéma équivalent d'un transformateur

z'_{ch} ramenée à l'enroulement primaire, c'est-à-dire $z'_{ch} = k^2 z_{ch}$, et ce qu'on appelle l'impédance magnétisante $Z_0 = r_0 + jx_0$. Cette impédance magnétisante comporte une composante ohmique et une composante réactive et elle est choisie de manière à satisfaire à la condition

$$\dot{E}_0 = -\dot{E}_1 = \dot{I}_0 Z_0.$$

11-6. Court-circuit d'un transformateur

On distingue *l'essai en court-circuit* et *le régime de court-circuit d'avarie d'un transformateur*.

Par essai en court-circuit d'un transformateur on entend un régime au cours duquel son enroulement secondaire est court-circuité (fig. 11-10, a), tandis qu'une tension réduite U_{1cc} est amenée à l'enroulement primaire. Ce régime correspond au schéma équivalent représenté sur la fig. 11-10, b. Sur ce schéma le circuit magnétisant est absent car le courant à vide, lorsque la tension est réduite, devient très faible et on peut prendre $I_0 = 0$.

L'essai en court-circuit est réalisé d'ordinaire avec des courants dans les enroulements primaire et secondaire égaux au courant nominal ou avec d'autres valeurs, par exemple 75, 100 et 125 % du

courant nominal. La valeur nécessaire du courant est établie au moyen d'un réglage approprié de la tension.

Le schéma équivalent permet d'écrire :

$$U_{1cc} = I_{1nom} z_{cc} = I_{1nom} \sqrt{r_{cc}^2 + x_{cc}^2}, \quad (11-31)$$

où z_{cc} , $r_{cc} = r_1 + r'_2$ et $x_{cc} = x_1 + x'_2$ sont respectivement l'impédance, la résistance et l'inductance de court-circuit.

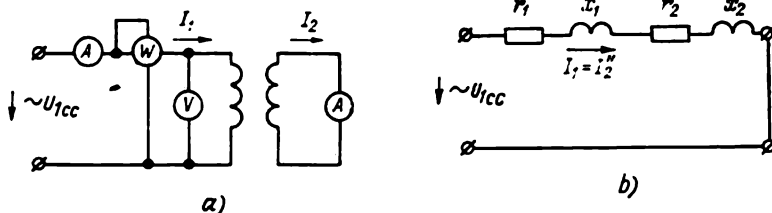


Fig. 11-10. Essai en court-circuit et schéma équivalent

L'essai en court-circuit est utilisé pour déterminer expérimentalement la tension de court-circuit, la résistance, l'inductance et l'impédance de court-circuit ainsi que la puissance active de court-circuit :

$$P_{cc} = U_{1cc} I_{1nom} \cos \varphi_{cc} = r_{cc} I_{1nom}^2, \quad (11-32)$$

où $\varphi_{cc} = \arctg \frac{x_{cc}}{r_{cc}}$ est le déphasage en court-circuit.

En régime de court-circuit d'avarie la tension sur l'enroulement primaire est égale à la tension nominale $U_1 = U_{1nom}$. Lorsque le régime transitoire de courte durée cesse les enroulements sont parcourus par des courants de court-circuit établis à forte intensité I_{1cc} et I_{2cc} .

En se rapportant au schéma équivalent d'un transformateur (fig. 11-10, b), on voit que le courant de court-circuit parcourant l'enroulement primaire s'exprime par

$$I_{1cc} = \frac{U_{1nom}}{z_{cc}} = \frac{U_{1nom}}{U_{1cc}} I_{1nom} = \frac{100}{e_{cc}\%} I_{1nom}, \quad (11-33)$$

où $e_{cc}\%$ représente la tension relative de court-circuit déterminée par la formule (11-27). Ainsi, par exemple, lorsque $e_{cc}\% = 5\%$ le courant établi de court-circuit d'avarie est égal à vingt fois le courant nominal.

Le courant de court-circuit dans l'enroulement secondaire est trouvé à l'aide du rapport de transformation :

$$I_{2cc} = k I_{1cc} = \frac{w_1}{w_2} I_{1cc} = \frac{100}{e_{cc}\%} I_{2nom}. \quad (11-34)$$

11-7. Pertes de puissance et rendement d'un transformateur

Contrairement aux moteurs électriques et à une série d'autres consommateurs d'énergie, les transformateurs sont normalisés non au point de vue de leur puissance active, mais d'après leur puissance apparente. Ceci vient du fait que les dimensions d'un transformateur sont conditionnées, pour une fréquence donnée en premier lieu par deux grandeurs : *la tension nominale et le courant nominal*. Le courant nominal, c'est-à-dire le courant admissible au point de vue échauffement, détermine la section des conducteurs des enroulements du transformateur. La tension par spire de l'enroulement conditionne le flux magnétique, et par conséquent, les dimensions du noyau. C'est pourquoi la caractéristique industrielle principale d'un transformateur est sa *puissance apparente nominale*:

$$S_{\text{nom}} = U_{\text{nom}} I_{\text{nom}}. \quad (11-35)$$

Au cours de la transformation de l'énergie électrique un transformateur est le siège des pertes constantes et des pertes variables qui dépendent de la charge. Les pertes de puissance constantes p_c sont constituées par les pertes dans le noyau magnétique, dues à l'hystérésis et aux courants tourbillonnaires. Ces pertes (appelées également pertes-fer) sont déterminées par la valeur du flux et la fréquence et ne dépendent pas de la charge, car pour une tension primaire et une fréquence invariables l'amplitude du flux est en pratique invariable. Les pertes-fer peuvent être considérées égales à la puissance active absorbée par le transformateur en marche à vide.

Les pertes variables sont les pertes dans le cuivre des enroulements (appelées pertes-cuivre):

$$p_c = P_1 c + P_2 c = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2. \quad (11-36)$$

Car en première approximation $I_2 \approx I_1$ (pour $I_0 \approx 0$), on a donc

$$p_c = (r_1 + r_2) I_1^2 = r_{cc} I_1^2. \quad (11-37)$$

Cette égalité a pour corollaire, en particulier, que les pertes dans les enroulements à la charge nominale ($I_1 = I_{1\text{nom}}$) sont égales à la puissance active au cours des essais en court-circuit pour le courant nominal $I_{1\text{nom}}$.

Le rendement d'un transformateur s'exprime par

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - P_{ac} - p_c}{P_1} = 1 - \frac{P_{ac} + p_c}{P_1}, \quad (11-38)$$

P_1 et P_2 étant respectivement la puissance active absorbée et la puissance active fournie par le transformateur.

En fonctionnement à vide $P_2 = 0$ et $\eta = 0$. Ensuite, à mesure que la puissance débitée augmente, le rendement accroit et atteint une certaine valeur maximale, puis commence à diminuer. La diminution du rendement pour de fortes charges s'explique par l'accroissement important des pertes dans les enroulements aux fortes

charges, car elles augmentent en raison directe du carré du courant. Une caractéristique typique $\eta = f(P_2)$ est représentée sur la fig. 11-11. On peut démontrer que le maximum du rendement a lieu lorsque $P_{ac} = P_c$.

On construit un transformateur de manière à ce que la valeur maximale du rendement soit atteinte pour la valeur la plus probable

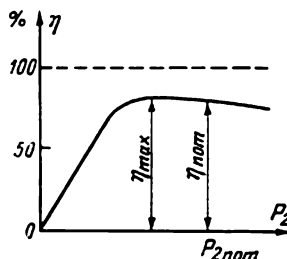


Fig. 11-11 Courbe du rendement d'un transformateur

de la charge à peu près égale à $(0,5 \text{ à } 0,75) P_{2 \text{ nom}}$. La valeur nominale du rendement (pour $P_2 = P_{2 \text{ nom}}$) est proche de la valeur maximale $\eta_{\text{nom}} \approx \eta_{\text{max}}$ et dans les gros transformateurs atteint 98 à 99 %. Dans les petits transformateurs (de quelques watts) le rendement peut tomber jusqu'à 50 à 70 %.

11-8. Transformateurs triphasés

La transformation du courant triphasé peut être réalisée par trois transformateurs monophasés (fig. 11-12). A la place d'un groupe de trois transformateurs on peut utiliser un seul transformateur triphasé (fig. 11-13).

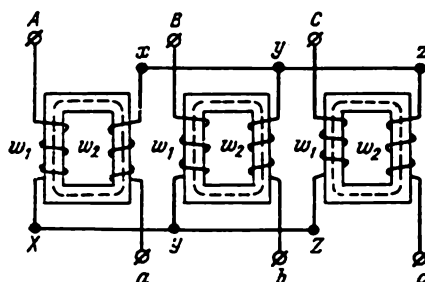


Fig. 11-12. Groupe triphasé de transformateurs monophasés (couplage Δ/Δ)

Sur chacun de trois noyaux assemblés en tôles magnétiques et réunis en haut et en bas par deux culasses, sont montés les enroulements primaire et secondaire d'une phase. Les origines des enroulements haute tension sont désignées par les lettres A, B, C (ou C₁,

C_2 et C_3), les extrémités des enroulements par les lettres X, Y, Z (ou C_4, C_5 , et C_6). Les grandes lettres sont affectées toujours aux enroulements primaires, les petites aux enroulements secondaires (par exemple a, b, c et x, y, z).

Les flux magnétiques des trois phases Φ_1, Φ_2, Φ_3 sont décalés dans le temps d'un tiers de période et déphasés de 120° . La valeur instantanée de leur somme est nulle. C'est pourquoi le flux dans n'importe

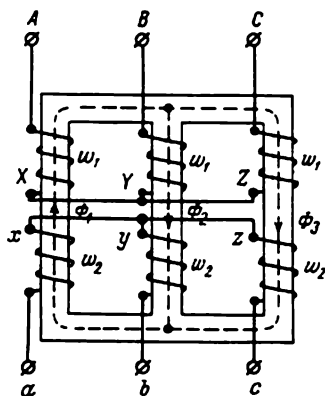


Fig. 11-13. Transformateur triphasé

lequel des noyaux est égal à la somme algébrique des flux dans les deux autres noyaux. Les réluctances des circuits magnétiques des deux flux extrêmes Φ_1 et Φ_2 sont supérieures à celle du flux moyen Φ_3 , ce qui provoque une certaine asymétrie des courants magnétisants des différentes phases. Cependant cette asymétrie en pratique n'a pas d'importance.

Un transformateur triphasé possède un poids et un encombrement moindres en comparaison d'un groupe de trois transformateurs monophasés. Cependant chaque transformateur monophasé faisant partie d'un groupe triphasé est de poids et d'encombrement moindres et plus facile à transporter qu'un transformateur triphasé calculé pour la pleine puissance. D'autre part, pour un groupe de transformateurs monophasés il suffit d'avoir en réserve un seul transformateur ($1/3$ de la puissance), tandis qu'avec un transformateur triphasé il faut avoir en réserve un autre transformateur triphasé prévu pour la puissance totale. Les avantages d'un groupe de transformateurs monophasés se manifestent plus particulièrement aux puissances élevées. Les transformateurs de moyenne et faible puissance, par contre, sont réalisés d'ordinaire comme triphasés (à trois noyaux).

Les enroulements primaires et secondaires de transformateurs peuvent être couplés en étoile (symbole $\star$ ou $\star_0$ pour un couplage avec point neutre) ou en triangle (symbole Δ). Ainsi il peut y avoir des couplages $\star/\star$, $\star/\Delta$, Δ/Δ et $\Delta/\star$. Il existe d'autres couplages, plus compliqués, par exemple, couplage en zigzag.

Les couplages les plus utilisés en U.R.S.S. sont $\angle/\angle_0$, $\angle/\Delta$ et $\angle_0/\Delta$.

Pour les couplages $\angle/\angle$ et Δ/Δ le rapport entre les tensions composées sur les côtés primaire et secondaire est égal au rapport de transformation $k = w_1/w_2$, c'est-à-dire $U_{1\text{ com}} = kU_{2\text{ com}}$. Pour un couplage $\angle/\Delta$ nous avons donc

$$U_{1\text{ com}} = \sqrt{3} k U_{2\text{ com}}$$

et pour un couplage $\Delta/\angle$

$$U_{1\text{ com}} = \frac{k}{\sqrt{3}} U_{2\text{ com}}.$$

A part les montages indiqués des enroulements la plaquette signalétique des transformateurs d'ordinaire indique également la désignation du mode de connexion des transformateurs, par exemple $\angle/\angle - 12$ ou $\angle/\Delta - 11$. Les chiffres 12 ou 11 sont les indices horaires qui indiquent que les angles entre les vecteurs des F.E.M. composées primaires et secondaires sont égaux aux angles entre la grande aiguille et la petite aiguille d'une horloge au temps indiqué. Pour un indice horaire 12 l'angle de déphasage est 0° , et pour un indice horaire 11, ce déphasage est égal à 30° .

11-9. Marche en parallèle des transformateurs

Dans certains cas on doit brancher en parallèle plusieurs transformateurs en raccordant leurs enroulements primaires au même réseau d'alimentation et leurs enroulements secondaires au réseau commun de consommateurs. Ce cas peut se présenter lorsqu'on élargit une installation existante ou en cas de fortes variations de la charge, lorsqu'il est avantageux de brancher ou de débrancher certains transformateurs, pour assurer une charge optimale des transformateurs branchés, afin d'obtenir un rendement maximum.

La fig. 11-14 représente deux transformateurs monophasés montés en parallèle. Les enroulements secondaires de ces transformateurs avec les tronçons de barres bc et de forment un circuit court-circuité. Pour qu'il n'y ait pas de courant dans ce circuit il faut que les rapports de transformation soient égaux, car seulement alors les deux F.E.M. des enroulements secondaires sont de la même grandeur et à tout instant dirigées en opposition. Pour vérifier si la F.E.M. résultante est nulle ou utilise le voltmètre représenté sur le schéma. L'interrupteur à couteaux ne peut être branché que si le voltmètre accuse zéro, ce qui satisfait à la condition formulée plus haut.

Les transformateurs triphasés branchés en parallèle doivent de plus posséder un couplage identique avec le même indice horaire (12, 11, etc.), car ce n'est qu'à cette condition que le déphasage entre les F.E.M. des transformateurs branchés en parallèle devient nul.

Les F.E.M. des enroulements secondaires des transformateurs branchés en parallèle agissent en accord par rapport au circuit exté-

rieur. Le courant de la charge est alors réparti entre les divers transformateurs en raison inverse de leurs impédances z_{cc} . Si les tensions de court-circuit sont égales, la répartition du courant de la charge entre les transformateurs a lieu alors en raison directe de leur puissance nominale. Si les rapports de transformation des transformateurs branchés en parallèle sont différents, les enroulements des transformateurs sont chargés par un courant égalisateur. L'intensité du

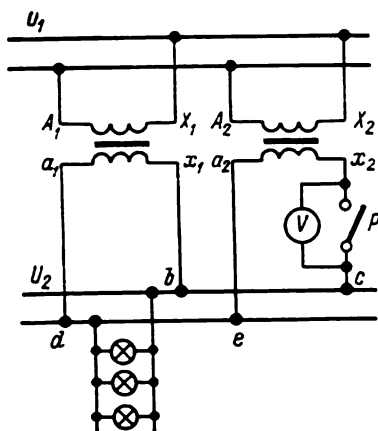


Fig. 11-14. Fonctionnement en parallèle des transformateurs

courant secondaire, si l'on branche deux transformateurs, par exemple, est égale à la différence entre les F.E.M. des enroulements secondaires divisée par la somme des résistances des deux enroulements. Le courant de l'enroulement primaire est k fois plus petit.

En pratique, quand on branche des transformateurs pour qu'ils fonctionnent en parallèle, on tolère un écart des rapports de transformation de 0,5 % et des tensions de court-circuit jusqu'à 10 %.

11-10. Construction des transformateurs

Pour réduire les pertes engendrées par des courants de Foucault, le noyau d'un transformateur est assemblé en tôles magnétiques de 0,35 ou 0,5 mm d'épaisseur. Cet acier possède une teneur en silicium relativement élevée atteignant 4 %.

Le circuit magnétique d'un transformateur monophasé peut être à noyaux (fig. 11-15, a) ou cuirassé (fig. 11-15, b). Un transformateur à noyaux peut être assemblé en tôles estampées de forme rectangulaire ou en L. Pour réduire l'influence des entrefers l'assemblage des tôles du noyau est effectué avec un enchevêtrement (fig. 11-16). Les enroulements cylindriques primaire et secondaire des transformateurs de grande puissance sont placés sur deux colonnes du noyau séparément l'un de l'autre ou bien l'on installe sur chaque

noyau une moitié de l'enroulement primaire et une moitié du secondaire, qui sont couplés en série (fig. 11-17). Les enroulements primaires et secondaires des transformateurs de faible et moyenne puissance

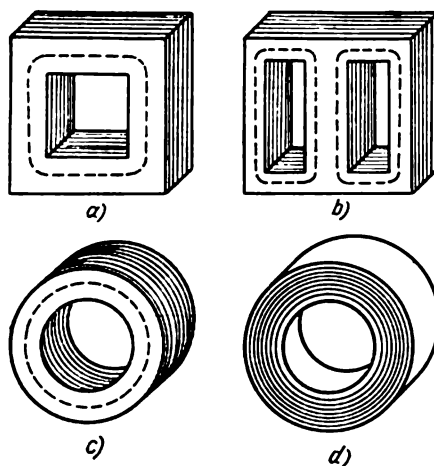


Fig. 11-15. Noyaux de transformateurs monophasés: *a*, noyau à colonnes; *b*, noyau du type blindé; *c*, noyau annulaire en tôles d'acier; *d*, noyau annulaire en ruban d'acier magnétique

se composent parfois d'une série de bobines plates en forme de galettes. Les bobines de la plus haute et de la plus faible tension sont couplées dans chacun des enroulements en parallèle ou en série et s'alternent sur la hauteur du noyau.

Dans les transformateurs de grande puissance la section des noyaux est rapprochée au maximum de la forme circulaire (fig. 11-18),

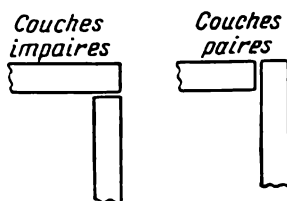


Fig. 11-16. Empilage enchevêtré des tôles

car parmi toutes les figures géométriques le cercle est celle qui possède pour une aire donnée le plus faible périmètre qui détermine la longueur des spires.

Un transformateur cuirassé est assemblé d'ordinaire avec des tôles en M. Les deux enroulements sont placés sur le noyau central (fig. 11-19) qui est traversé par le flux principal qui se ferme à tra-

vers les deux noyaux extrêmes. La section de chaque noyau extrême est prise égale à la moitié de la section du noyau central.

Dans les transformateurs de faible puissance (de quelques centaines de VA et moins) on utilise souvent des n yaux toroïdaux

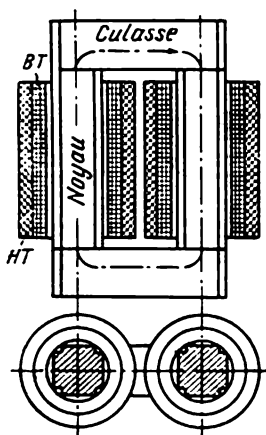


Fig. 11-17. Transformateur monophasé à colonnes

assemblés en anneaux estampés (fig. 11-15, *c*) ou enroulés en un ruban d'acier magnétique laminé à froid de grande longueur (fig. 11-15, *d*). Dans les transformateurs toroïdaux il n'y a pas d'entrefer, ce qui réduit notablement le courant à vide.

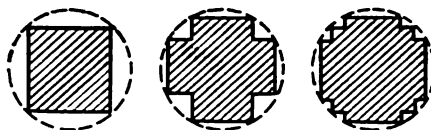


Fig. 11-18. Formes des sections de colonnes

Les transformateurs de faibles puissances (de quelques dizaines de kVA et moins) sont réalisés habituellement avec un refroidissement dans l'air et sont appelés transformateurs secs.

Les transformateurs de forte puissance sont réalisés avec un refroidissement à huile. Le noyau du transformateur avec les enroulements est placé dans une cuve spéciale remplie d'huile minérale (fig. 11-20), qui constitue également un bon isolateur. Pour améliorer le dégagement de la chaleur de l'huile on prévoit dans de gros transformateurs des radiateurs externes baignés par un courant d'air à circulation naturelle ou forcée. On fait parfois appel à une circulation artificielle de l'huile avec un refroidissement dans des réfrigérants spéciaux. Vu qu'au cours de son échauffement l'huile de

transformateur se dilate on installe sur le dessus du transformateur un réservoir d'expansion ou conservateur d'huile raccordé à l'enceinte de la cuve du transformateur. Au cours de son expansion l'huile passe dans ce réservoir.

Par ailleurs on installe sur les transformateurs puissants un tube d'échappement en acier qui est également relié à la cuve principale du transformateur et qui est obturé à son bout supérieur par

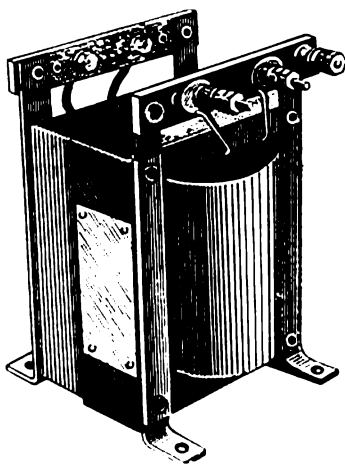


Fig. 11-19. Transformateur du type blindé

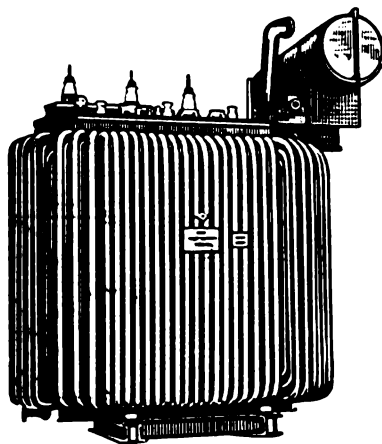


Fig. 11-20. Transformateur à huile

une membrane de verre de 3 à 5 mm d'épaisseur. En cas d'endommagement interne des enroulements du transformateur l'évaporisation et la décomposition de l'huile font apparaître des gaz qui font éclater la membrane et s'échappent à l'extérieur. Le tube d'échappement prévient ainsi la déformation de la cuve principale. Les transformateurs à huile sont beaucoup plus fiables en service que les transformateurs secs et ont un encombrement plus faible.

11-11. Autotransformateurs

On appelle autotransformateur un transformateur dont l'enroulement de plus basse tension est formé d'une partie de l'enroulement de plus haute tension. Le schéma électrique d'un autotransformateur est représenté sur la fig. 11-21. Un autotransformateur est convertible et peut être utilisé soit pour élever soit pour abaisser la tension. On applique à l'enroulement primaire comportant w_1 spires une tension U_1 . La tension U_2 est prélevée sur une partie w_2 des spires de l'enroulement primaire. De même que pour un transformateur ordinaire l'enroulement d'un autotransformateur est disposé sur un noyau fermé en acier.

Les expressions principales obtenues pour les transformateurs sont valables pour l'autotransformateur.

En charge on peut considérer approximativement que le rapport des courants est égal à

$$I_1/I_2 = 1/k. \quad (11-39)$$

Vu que les courants primaire et secondaire sont déphasés à peu près de 180° la partie commune de l'enroulement (la partie inférieure sur le schéma) est parcourue par la différence des courants :

$$I' = I_2 - I_1 = (k - 1) I_1 = \frac{k-1}{k} I_2. \quad (11-40)$$

Ceci permet de réaliser la partie commune de l'enroulement avec une section plus faible que la section de l'enroulement secondaire

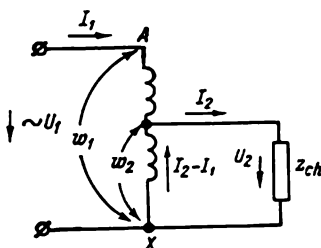


Fig. 11-21. Schéma d'un autotransformateur

d'un transformateur ordinaire. L'avantage est d'autant plus important que le rapport de transformation est plus proche de l'unité.

La partie supérieure de l'enroulement parcourue par le courant primaire comporte un nombre de spires.

$$w_1 - w_2 = \frac{k-1}{k} w_1. \quad (11-41)$$

En comparaison de l'enroulement primaire d'un transformateur ordinaire la quantité nécessaire de cuivre de bobinage est ici également inférieure de $(k - 1)/k$ fois.

La diminution du volume des enroulements procure également une diminution du poids de l'acier magnétique. D'autre part, les autotransformateurs ont des pertes plus faibles en comparaison des transformateurs.

Les avantages principaux des autotransformateurs sont donc une économie du cuivre de bobinage et de l'acier magnétique et l'amélioration du rendement.

Mais, par ailleurs, l'application des autotransformateurs pour des rapports de transformation élevés est inadmissible car le circuit haute tension est relié électriquement au circuit basse tension. Ceci peut faire apparaître dans le circuit basse tension des potentiels élevés (de fortes tensions par rapport à la terre), qui peuvent entraî-

ner des accidents. D'autre part, les formules (11-40) et (11-41) font voir que lorsque les rapports de transformation sont élevés, les avantages de l'application d'un autotransformateur deviennent minimes et son utilisation n'est plus justifiée.

Les autotransformateurs triphasés sont réalisés de la même façon que les transformateurs triphasés. Les autotransformateurs triphasés peuvent aussi être constitués par trois autotransformateurs monophasés.

11-12. Transformateurs de mesure

Les transformateurs de mesure sont conçus pour le branchement des appareils de mesure sur les circuits à courant alternatif. Ces transformateurs sont utilisés en premier lieu dans les réseaux haute

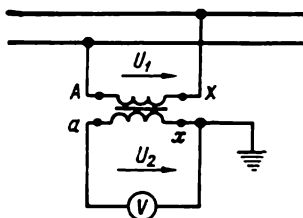


Fig. 11-22. Schéma de montage d'un transformateur de tension

tension pour isoler électriquement un appareil de mesure par rapport à la haute tension, ce qui est indispensable pour la sécurité du personnel d'entretien et pour préserver l'isolement de l'appareil de mesure. Par ailleurs, les transformateurs de mesure permettent d'élargir la plage de mesure et de réaliser les télémessures.

Les transformateurs de tension permettent de brancher un voltmètre ou d'autres appareils qui doivent réagir à la valeur de la tension, par exemple, les bobines de tension des wattmètres, des compteurs, des phasemètres, etc.

Les transformateurs d'intensité servent à réduire le courant à une valeur admissible pour les ampèremètres ou les bobines de courant de n'importe quel appareil de mesure.

La fig. 11-22 représente le schéma de branchement d'un voltmètre à travers un transformateur de tension. La tension U_1 est réduite à la valeur normalisée U_2 pour laquelle le voltmètre est prévu, par exemple à 100 V, pour une tension normalisée nominale de la source d'énergie égale à 6000 V. Vu que la résistance de l'enroulement d'un voltmètre est élevée, un transformateur de tension fonctionne pratiquement toujours à vide. Ceci permet d'obtenir un rapport constant entre les tensions primaire et secondaire, qui est égal au rapport de transformation, ce qui constitue une condition indispensable pour réduire les erreurs de mesure. Il faut multiplier les lectures du voltmètre par le rapport de transformation ou bien il faut graduer l'échelle de l'appareil compte tenu du rapport de transformation. La quan-

tité d'appareils de mesure que l'on peut brancher en parallèle dans le circuit secondaire d'un transformateur est limitée par une grandeur déterminée appelée puissance de précision.

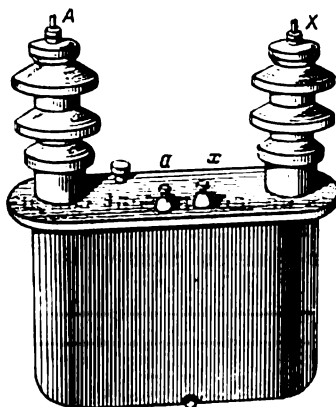


Fig. 11-23. Transformateur de tension de mesure

Pour assurer la sécurité du personnel d'entretien l'enroulement secondaire du transformateur, en plus de son isolement par rapport au primaire, est soigneusement mis à la terre, pour que son potentiel par rapport au sol soit suffisamment faible.

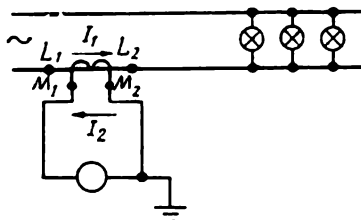


Fig. 11-24. Schéma de montage d'un transformateur d'intensité

Au reste la constitution d'un transformateur de tension diffère peu d'un transformateur de puissance ordinaire.

La vue d'ensemble d'un transformateur de tension monophasé à $U_1 = 15 \text{ kV}$ est représentée sur la fig. 11-23. On réalise également des transformateurs de tension triphasés.

Le transformateur d'intensité dont le schéma de montage est représenté sur la fig. 11-24 fonctionne dans d'autres conditions. L'enroulement primaire d'un transformateur d'intensité est branché en série avec le récepteur d'énergie et le courant qui le parcourt est égal au courant de la charge. L'enroulement secondaire du transformateur est branché sur un ampèremètre à très faible résistance. Par conséquent, un transformateur d'intensité fonctionne pratiquement en

court-circuit et le rapport du courant secondaire au courant primaire est égal avec un plus grand degré de précision au rapport de transformation. Condition qui est remplie d'une façon d'autant plus précise que la F.E.M. requise du transformateur est faible, c'est-à-dire plus l'induction magnétique dans le noyau est faible. Pour que l'erreur soit très petite on calcule les transformateurs d'intensité de façon à ce que leur noyau ne soit pas saturé.

A l'opposé de tous les transformateurs déjà examinés le courant primaire dans ce cas est égal au courant de la charge et ne dépend pas de la résistance du circuit secondaire. C'est pourquoi, lorsque la résistance du circuit secondaire augmente, la tension de l'enroulement et le flux magnétique du noyau du transformateur s'éloigne du régime de court-circuit et sa précision de fonctionnement diminue. Par conséquent, la résistance totale des appareils de mesure insérés en série dans le circuit secondaire du transformateur ne doit pas dépasser certaines valeurs admissibles indiquées dans la fiche technique d'un transformateur. Le courant nominal des ampèremètres utilisés pour être branchés avec des transformateurs d'intensité est normalisé et égal d'ordinaire à 5 A.

L'ouverture du circuit secondaire d'un transformateur d'intensité (fonctionnement à vide) est inadmissible et présente un régime d'avarie pour ce transformateur. En l'absence de courant secondaire

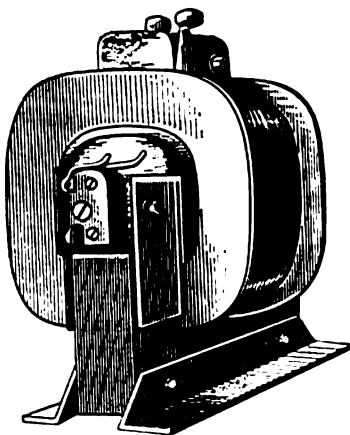


Fig. 11-25. Transformateur d'intensité

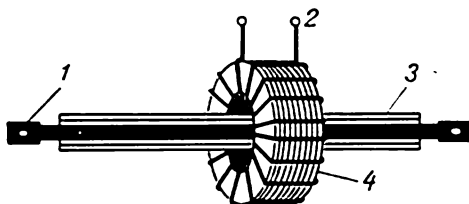


Fig. 11-26. Transformateur d'intensité à spire unique

le flux magnétique accroît considérablement ainsi que les pertes fer du noyau. Les F.E.M. et la tension secondaires augmentent, ce qui peut entraîner le percement électrique de l'isolement et présente un grand danger pour le personnel d'entretien.

La vue d'ensemble d'un transformateur d'intensité est représentée sur la fig. 11-25. En cas de fortes intensités primaires on trou-

ve, en se rapportant à l'expression (11-34), qu'on peut avoir une faible quantité de spires dans l'enroulement primaire. On utilise souvent dans ces cas des transformateurs d'intensité appelés « à spire unique », dont l'enroulement primaire est constitué par une tige passant à travers un noyau magnétique fermé (fig. 11-26). Une

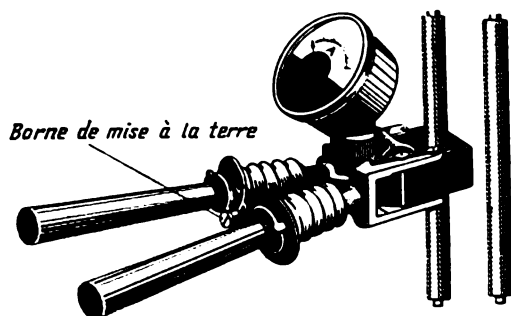


Fig. 11-27. Pinces ampèremétriques

variante de transformateur d'intensité à spire unique est un appareil appelé « pinces ampèremétriques » (fig. 11-27) réalisées sous la forme d'un noyau ouvrable avec un enroulement secondaire branché sur un ampèremètre. Lorsque le noyau embrasse un conducteur

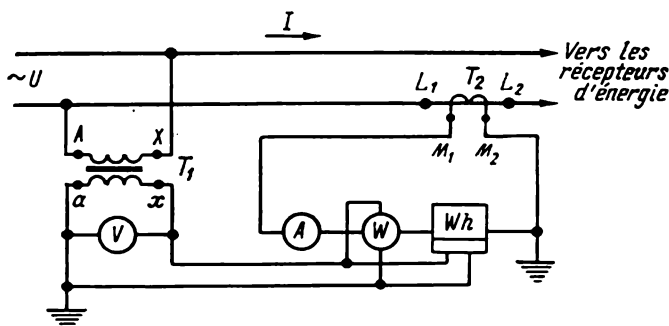


Fig. 11-28. Schéma de montage des appareils par l'intermédiaire de transformateurs de mesure

parcouru par un courant alternatif nous obtenons en fait un transformateur d'intensité à spire unique, qui permet de mesurer le courant parcourant le conducteur sans avoir à couper ce dernier.

La fig. 11-28 représente le montage dans un circuit monophasé d'un voltmètre, d'un ampèremètre, d'un wattmètre et d'un compteur à l'aide d'un transformateur de tension (T_1) et d'un transformateur d'intensité (T_2). Dans un circuit triphasé à trois fils il faut utiliser deux transformateurs d'intensité et deux transformateurs de tension.

Ces deux derniers peuvent être remplacés par un transformateur de tension triphasé. Dans un circuit triphasé à quatre fils il faut prévoir trois transformateurs d'intensité.

Pour les appareils de mesure, tels un voltmètre, un ampèremètre, il est important que le transformateur de mesure donne une valeur précise du courant ou de la tension, ce qui est conditionné par la précision du rapport de transformation. Le déphasage introduit par le transformateur ne joue dans ce cas aucun rôle. Dans les appareils de mesure type wattmètre ou compteur il est important de connaître avec précision non seulement la grandeur, mais aussi la phase de la tension ou du courant. Dans ce cas il faut tenir également compte du déphasage supplémentaire introduit par les transformateurs de mesure.

D'après leur précision les transformateurs de mesure sont répartis en classes qui sont surtout déterminées par la plus grande erreur admissible du rapport de transformation en p. cent. Par exemple, pour un transformateur de tension de classe de précision 0,5 l'erreur admissible du rapport de transformation est égale à $\pm 0,5 \%$, et le déphasage supplémentaire admissible à $\pm 20'$ pour une valeur de la tension primaire atteignant 80 à 120 % de la valeur nominale.

CHAPITRE XII

MACHINES ASYNCHRONES

12-1. Généralités. Principe de fonctionnement

La machine asynchrone est une machine à courant alternatif. Sa constitution est représentée schématiquement sur la fig. 12-1.

Le stator 1 représente un cylindre creux qui est constitué, de même que le noyau d'un transformateur, de tôles d'acier magnétique

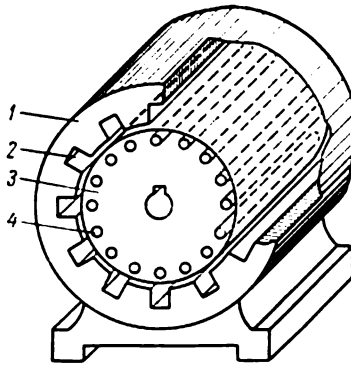


Fig. 12-1. Constitution d'une machine asynchrone

(acier au silicium) empilées et serrées dans une carcasse. Les tôles d'acier ont la forme de couronnes à encoches embouties. Dans les encoches 2, se trouvant sur la surface intérieure du cylindre est logé l'enroulement statorique (il n'est pas représenté sur la figure). Cet enroulement est réalisé de telle manière qu'étant alimenté par un courant alternatif, il produit à l'intérieur du cylindre statorique un champ magnétique tournant à une vitesse constante autour de l'axe du stator. Le principe de création d'un champ magnétique tournant à l'aide d'un enroulement immobile a été analysé plus haut, au chap. 6.

Le rotor 3 est un cylindre fait généralement de tôles d'acier rondes empilées. Les conducteurs 4 constituant l'enroulement rotorique sont logés sur la surface du rotor, le long de ses génératrices. L'enroulement du rotor n'est pas relié à une alimentation extérieure. Les courants électriques sont induits dans l'enroulement rotorique du fait

que lors de sa rotation le rotor est toujours en retard sur le champ magnétique tournant, tout comme s'il « glissait » par rapport à ce champ. L'intensité de ces courants est déterminée par la vitesse de rotation du champ magnétique par rapport au rotor.

Pour évaluer cette vitesse, on introduit la notion de *glissement* d'une machine asynchrone défini par le rapport :

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0}, \quad (12-1)$$

dans lequel n_0 est la vitesse de rotation du flux magnétique ou la *vitesse de synchronisme* ; n la vitesse du rotor.

On peut aussi écrire :

$$n = n_0 (1 - s). \quad (12-2)$$

Puisque la condition d'induction des courants dans le rotor est l'inégalité des vitesses : $n \neq n_0$, le rotor d'une telle machine ne

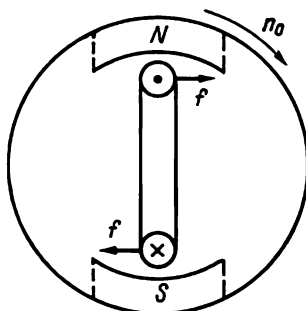


Fig. 12-2. Sens des forces agissant sur les conducteurs du rotor

peut pas tourner à une vitesse égale à la vitesse synchrone d'où le nom de *machines asynchrones*. D'un autre côté, étant donné qu'elles fonctionnent grâce à des courants induits dans le rotor, on les nomme aussi *machines à induction*.

La machine asynchrone est généralement utilisée en tant que moteur, mais elle peut également fonctionner en génératrice asynchrone et assurer un freinage électrique.

Le couple d'un moteur asynchrone résulte de l'interaction entre le champ magnétique tournant et les courants que ce champ induit dans le rotor. Ce couple fait tourner le rotor dans le même sens que le champ magnétique.

La création d'un couple moteur dans le rotor d'une machine asynchrone est illustrée par la fig. 12-2. Les pôles du champ magnétique statorique tournant à la vitesse n_0 sont figurés en pointillé pour souligner qu'ils sont fictifs. Les conducteurs du rotor sont représentés par des cercles. Les sens indiqués des F.E.M. et des courants dans ces conducteurs peuvent être déterminés à l'aide de la règle des trois doigts de la main droite. Les sens des forces f qui s'exer-

cent sur les conducteurs du rotor grâce à l'interaction des courants qui y sont induits avec le champ magnétique du stator sont donnés par la règle des trois doigts de la main gauche.

La vitesse de rotation d'un moteur asynchrone est comprise dans les limites $0 < n < n_0$ et son glissement dans les limites $1 > s > 0$.

On utilise des moteurs asynchrones triphasés, diphasés et monophasés. Les moteurs asynchrones triphasés étant les plus répandus dans l'industrie, nous y attacherons dans ce qui suit la plus grande attention. Les moteurs monophasés seront considérés en fin du présent chapitre et les moteurs diphasés au chap. 17.

Les premières machines asynchrones étaient réalisées sous forme de moteurs diphasés. L'étape décisive dans le développement des machines asynchrones a été constituée par la mise au point des moteurs asynchrones triphasés qui ont été réalisés en 1888-1891 par le savant et ingénieur russe M. O. Dolivo-Dobrovolsky. Etant de construction simple, de fonctionnement sûr et d'un faible prix de revient, les moteurs asynchrones triphasés ont trouvé des applications toujours plus larges dans les diverses industries. Actuellement, l'industrie soviétique produit des moteurs asynchrones triphasés de différents types d'une puissance allant de quelques dizaines de watts jusqu'à plusieurs milliers de kilowatts.

12-2. Enroulements du stator et du rotor

La fig. 12-3, *a* représente schématiquement la constitution d'un stator comportant douze encoches dont chacune renferme un seul conducteur. Les connexions entre les conducteurs logés dans les encoches ne sont figurées que pour l'une des phases. Les entrées des phases *A*, *B*, *C* de l'enroulement statorique sont désignées par C_1 , C_2 , C_3 et ses sorties par C_4 , C_5 , C_6 . Les parties de l'enroulement logées dans les encoches (*les portions actives de l'enroulement*) sont représentées sous forme de barres alors que les connexions entre les conducteurs se trouvant dans les encoches (appelées *connexions frontales* ou *têtes des bobines*) sont figurées conventionnellement en traits pleins.

Le noyau du stator est un cylindre creux représentant un ou plusieurs paquets de tôles magnétiques (séparés entre eux des intervalles de ventilation). Pour les machines de petite et moyenne puissance, chaque tôle d'acier est confectionnée par emboutissage sous forme d'un anneau avec des encoches suivant la circonférence intérieure.

La fig. 12-3, *b* montre une tôle d'acier statorique présentant des encoches ayant l'une des formes employées. On donne souvent aux encoches de stator la forme d'un trapèze.

Supposons qu'à un certain instant de temps la valeur instantanée du courant i_A dans la première phase soit maximale et que ce courant circule de l'entrée C_1 de la phase à sa sortie C_4 . Nous allons considérer ce sens de courant comme positif.

En déterminant les courants instantanés dans les phases par les projections des vecteurs tournants sur l'axe fixe ON (fig. 12-3, c), nous trouvons qu'à l'instant considéré les courants des phases B et C sont négatifs, c'est-à-dire qu'ils passent des sorties vers les entrées des phases.

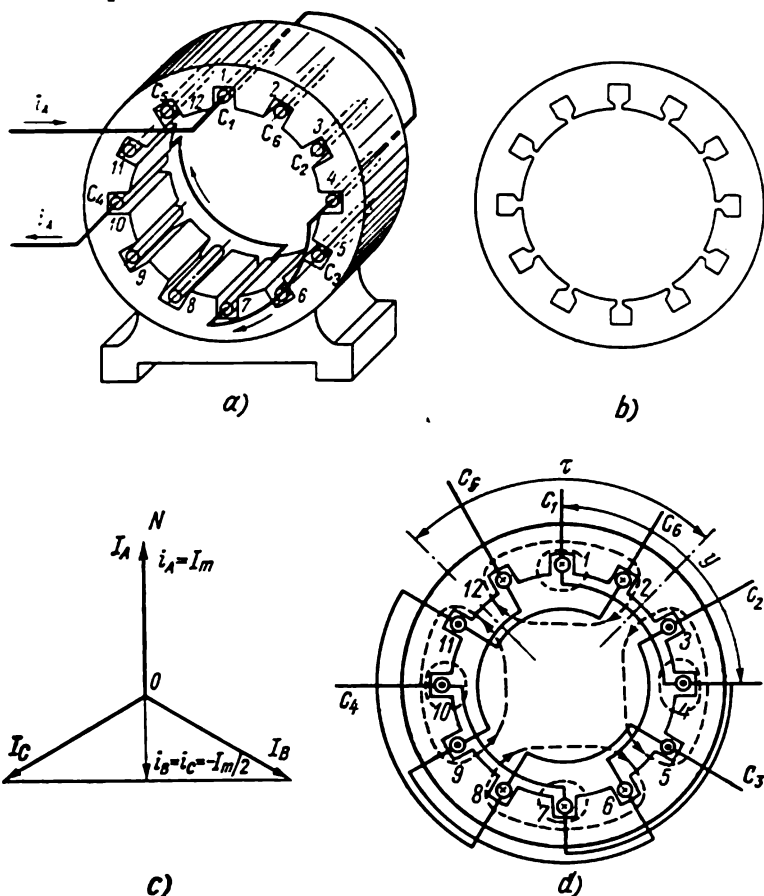


Fig. 12-3. Logement de l'enroulement dans les encoches du stator et répartition des courants dans les conducteurs

Suivons à l'aide de la fig. 12-3, d la création d'un champ magnétique tournant. A l'instant considéré, le courant de la phase A passe de son entrée à sa sortie, c'est-à-dire que dans les conducteurs 1 et 7 il traverse la figure d'avant en arrière et dans les conducteurs 4 et 10 il circule en sens inverse (voir fig. 12-3, a et 12-3, d). Dans la phase B , à cet instant, le courant circule de la sortie de la phase à son entrée. En connectant les conducteurs de la deuxième phase de la même manière que ceux de la première phase, on peut obtenir que

le courant de la phase B passe par les conducteurs 12, 9, 6, 3, en traversant les conducteurs 12 et 6 d'avant en arrière et les conducteurs 9 et 3 d'arrière en avant de la figure. La répartition des courants dans la phase C peut être obtenue en opérant de la même manière que pour la phase B .

Les sens des courants sont indiqués sur la fig. 12-3, d ; les lignes de force magnétique développée par les courants statoriques sont montrées en pointillé, leurs sens étant déterminés à l'aide de la règle de la vis normale. L'examen de cette figure montre que les conducteurs constituent quatre groupes caractérisés par les mêmes sens de courants et que le nombre de pôles $2p$ du système magnétique est égal à quatre. Les portions du stator où les lignes de force magnétique sortent, constituent les pôles nord et les portions où elles entrent dans le stator, les pôles sud. L'arc τ de la circonférence du stator, occupé par un seul pôle porte le nom de *pas* ou d'*intervalle polaire*.

Le champ magnétique est différent aux divers points sur la périphérie du stator. L'image de répartition du champ magnétique le long de la circonférence du stator se répète périodiquement tous les doubles pas polaires 2τ . Par définition, on dit que l'angle de l'arc 2τ correspond à l'angle électrique 2π (360°). Etant donné que le double intervalle polaire est contenu p fois dans la circonférence du stator, 360 degrés géométriques sont égaux à $360 p$ degrés électriques alors qu'un degré géométrique est égal à p degrés électriques.

La fig. 12-3, d montre les lignes de force magnétiques à un certain instant donné. Si l'on considère la répartition du champ magnétique pour une série d'instants successifs, on peut se convaincre que le champ magnétique tourne à une vitesse constante.

Déterminons la vitesse de rotation du champ. Au bout d'un temps égal à la demi-période du courant alternatif, les sens de tous les courants se trouvent inversés et, de ce fait, les pôles magnétiques changent de place. Cela signifie que pendant une demi-période le champ magnétique tourne d'une fraction de tour égale à $1/(2p)$. Pendant une période du courant alternatif, le champ tourne de $1/p$ de tour. Il en résulte que si la fréquence des courants statoriques est f périodes par seconde, le champ tourne à la vitesse de f/p tours par seconde. Par conséquent, la vitesse de rotation du champ magnétique du stator, c'est-à-dire la vitesse de synchronisme s'exprime par :

$$n_0 = 60 f/p, \text{ tr/mn.} \quad (12-3)$$

Puisque le nombre p de paires de pôles ne peut être qu'un nombre entier, les vitesses de synchronisme, avec la fréquence de 50 Hz, par exemple, peuvent prendre les valeurs suivantes : 300 tr/mn, 1500 tr/mn, 1000 tr/mn, etc., suivant le nombre de pôles.

Une grandeur caractéristique déterminant le mode d'exécution de l'enroulement est le nombre d'encoches par pôle et par phase :

$$q = \frac{z}{3 \cdot 2p}, \text{ } z \text{ étant le nombre d'encoches du stator.}$$

Ce nombre est égal au nombre d'encoches occupées par l'enroulement de chaque phase dans les limites d'un pas polaire.

Pour l'enroulement représenté par la fig. 12-3, *a* on a : $z = 12$; $2p = 4$; $q = 1$.

La représentation en perspective des conducteurs et de leurs connexions étant très compliquée même dans le cas de cet enroulement bien simple, on se sert généralement d'un schéma développé

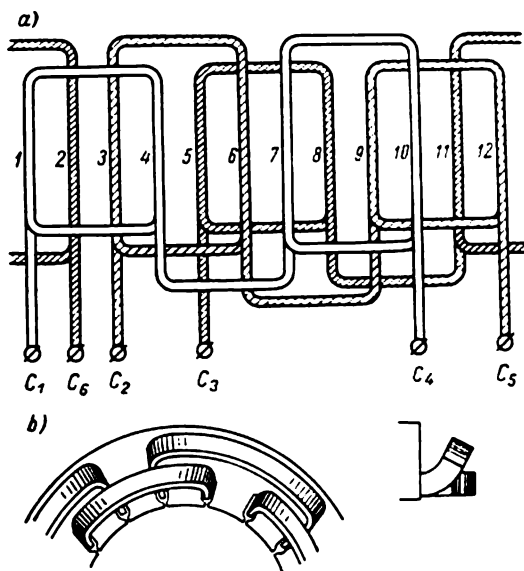


Fig. 12-4. Schéma développé d'un enroulement triphasé à une couche

(ou panoramique) dans lequel les conducteurs de l'enroulement sont représentés comme étant logés non sur une surface cylindrique mais sur un plan (la surface cylindrique avec les encoches et l'enroulement est développé suivant un plan). Le schéma développé de l'enroulement du stator considéré est représenté sur la figure 12-4, *a*.

Sur la fig. 12-3, *a*, la partie de l'enroulement de la phase *A*, logée dans les encoches 1 et 4, est représentée pour simplifier, comme étant constituée seulement de deux conducteurs, c'est-à-dire d'une seule spire. En réalité, chacune de telles portions de l'enroulement comporte w spires par pôle, c'est-à-dire que dans chaque paire d'encoches sont logés w conducteurs réunis en une seule bobine. C'est pourquoi en suivant sur le schéma développé la phase *A* à partir de l'encoche 1, il est nécessaire de parcourir w fois les encoches 1 et 4 avant de passer à l'encoche 7. La distance entre les côtés de la spire d'une même bobine ou le *pas d'enroulement* y est montré sur la fig. 12-3, *d* ; il est généralement mesuré en nombre d'encoches.

L'enroulement statorique représenté sur les fig. 12-3 et 12-4 est un enroulement à une couche. Un tel enroulement est logé dans chaque

encoche en une seule couche. Pour pouvoir placer les connexions frontales qui se croisent sur le plan, on les courbe suivant des surfaces différentes (fig. 12-4, b). Les enroulements à une couche sont réalisés avec un pas égal au pas polaire $y = \tau$ (fig. 12-4, a), ou avec un pas qui en moyenne est égal au pas polaire pour les différentes bobines d'une même phase, si $q > 1$. De nos jours, les enroulements à une couche ne sont utilisés que rarement. Les plus répandus sont des *enroulements à deux étages*, bien que parfois on emploie aussi des *enroulements à une couche en chaîne*.

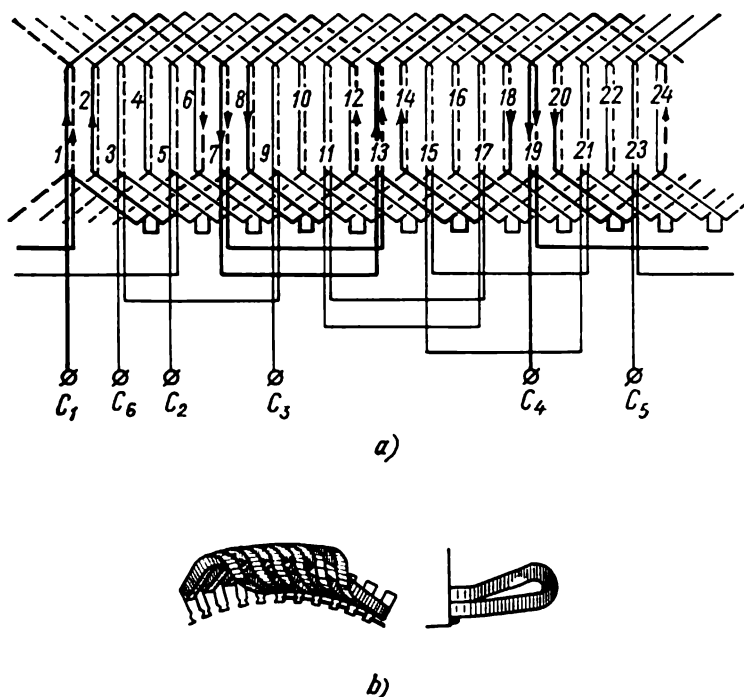


Fig. 12-5. Schéma développé d'un enroulement triphasé à deux étages

Un enroulement à deux étages est constitué, de même qu'un enroulement à une couche, de bobines distinctes reliées entre elles, mais dans chacune des encoches on loge deux côtés (faisceaux) de bobines au lieu d'un seul. Ces deux faisceaux appartiennent à des bobines différentes et sont logés en deux couches, l'une au-dessus de l'autre. Le schéma développé d'un enroulement à deux couches avec $z = 24$, $2p = 4$, $q = 2$ est représenté sur la fig. 12-5, a. La portion de la bobine logée dans une encoche et comportant un grand nombre (un faisceau) de conducteurs est représentée conventionnellement par une seule ligne; les lignes en traits pleins se rapportent

au faisceau logé dans la couche supérieure et les lignes en traits interrompus désignent le faisceau logé dans la couche inférieure de la même encoche.

En suivant chaque phase de l'enroulement sur son schéma développé, on parcourt une moitié des conducteurs de bas en haut et la deuxième moitié de haut en bas. Ces sens de parcours sont montrés pour la phase *A* sur la fig. 12-5, *a*. La disposition des têtes de bobines est visible sur la fig. 12-5, *b*.

Les bobines pour les enroulements à deux étages sont enroulées sur des tours spéciaux à bobiner et sont ensuite logées, après le

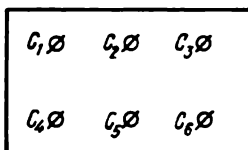


Fig. 12-6. Plaque de bornes d'une machine asynchrone

garnissage et l'isolation, dans les encoches de la machine. L'avantage de l'enroulement à deux étages est que toutes les bobines peuvent être rendues identiques. En outre, cet enroulement est généralement exécuté avec un pas raccourci $y < \tau$, ce qui permet d'améliorer la répartition du champ magnétique le long de la circonférence du rotor, en la rendant plus proche de la répartition sinusoïdale, ainsi que d'économiser sur le fil d'enroulement (l'enroulement représenté sur la fig. 12-5 est un enroulement à pas raccourci $y = 5/6 \tau$).

Les entrées et les sorties des phases des enroulements aboutissent généralement à une plaque à bornes de la machine (fig. 12-6). Cette plaque comporte six bornes dont les trois supérieures C_1 , C_2 et C_3 (les entrées des phases) reçoivent trois fils d'alimentation venant d'un réseau triphasé. Les bornes inférieures C_4 , C_5 et C_6 (les sorties des phases) peuvent être soit réunies en un seul point, au moyen de deux barrettes horizontales, soit connectées, par des barrettes verticales, avec des bornes supérieures correspondantes. Dans le premier cas, les trois phases du stator seront couplées en étoile et dans le deuxième cas, en triangle. Dans le cas où une phase du stator est prévue, par exemple, pour une tension de 220 V, le moteur devra être alimenté sous 220 V entre phases s'il est couplé en triangle, et sous une tension de $\sqrt{3} \cdot 220 = 380$ V, s'il est couplé en étoile. Lorsque le stator est couplé en étoile, le neutre n'est pas amené parce que le moteur constitue un récepteur triphasé symétrique.

Le rotor d'une machine asynchrone est un cylindre composé d'un empilage de tôles magnétiques isolées, exécutées par emboutissage et clavetées sur l'arbre ou sur une construction portante spéciale. L'entrefer radial entre le stator et le rotor est rendu aussi petit que possible pour réduire la réluctance offerte au flux magné-

tique traversant les deux parties de la machine. L'entrefer minimal, compatible avec les exigences technologiques, est compris entre quelques dixièmes de millimètre et plusieurs millimètres selon la puissance et la taille de la machine. Les conducteurs constituant l'enroulement rotorique, placés dans les encoches le long des génératrices du rotor, sont logés tout près de sa surface, afin d'obtenir un couplage maximal entre l'enroulement rotorique et le champ magnétique tournant.

On construit des machines asynchrones aussi bien à *rotor bobiné* (à bagues) qu'à *rotor en court-circuit*.

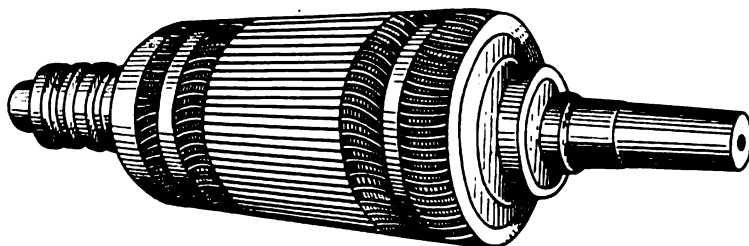


Fig. 12-7. Rotor bobiné (à bagues)

En règle générale le rotor bobiné comporte un enroulement triphasé réalisé de la même manière que l'enroulement du stator avec le même nombre de pôles. Les trois enroulements de phase d'un moteur bobiné sont montés en étoile ou en triangle. Les trois extrémités libres aboutissent à trois bagues collectrices qui sont clavetées sur l'arbre de la machine et tournent donc avec celui-ci. Les balais montés sur la partie fixe de la machine qui glissent sur les bagues collectrices, permettent d'insérer dans le rotor un rhéostat triphasé de démarrage ou de réglage, c'est-à-dire, d'introduire dans chaque phase du rotor une résistance ohmique. La vue d'ensemble d'un rotor bobiné est représentée sur la fig. 12-7, les trois bagues étant visibles sur l'extrémité gauche de l'arbre. Les moteurs asynchrones à rotor bobiné (à bagues) sont employés dans les cas où il est nécessaire d'assurer une variation continue de la vitesse de l'appareil entraîné, ainsi qu'en cas de démarrages fréquents du moteur en charge.

Le rotor en court-circuit se caractérise par une construction beaucoup plus simple que le rotor bobiné. La fig. 12-8, *a* montre la forme des tôles dont sont empilés les rotors dans l'une des constructions employées. Les trous emboutis près de la circonférence extérieure de chaque tôle constituent des encoches longitudinales dans le cylindre du rotor. A l'intérieur des encoches on coule de l'aluminium. Après la solidification, l'aluminium forme des barres conductrices longitudinales dans l'armature du rotor. En même temps, on coule, sur les deux bases du cylindre, des couronnes d'aluminium qui mettent en court-circuit les barres d'aluminium. L'ensemble

conducteur de courant ainsi obtenu des tiges et des couronnes est communément appelé cage d'écureuil. Un rotor à court-circuit à cage d'écureuil est représenté sur la fig. 12-8, *b*.

Sur les faces frontales du rotor on voit des ailettes de refroidissement qui sont coulées en une seule pièce avec les couronnes de court-circuit.

Dans cette construction, les encoches du rotor sont inclinées par rapport aux génératrices du cylindre de façon telle que, d'une

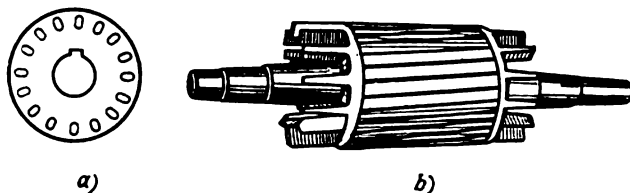


Fig. 12-8. Rotor en court-circuit à cage d'écureuil

face frontale à l'autre, elles sont décalées d'un pas dentaire. La cage d'écureuil est de construction simple, elle ne comporte pas de contacts glissants. C'est pourquoi les moteurs asynchrones triphasés à rotor en court-circuit sont les moins coûteux, bien simples et robustes; ils sont les plus répandus.

12-3. Distribution spatiale du flux magnétique dans l'entrefer

Examinons la répartition, suivant la circonférence du stator, du flux magnétique engendré par les courants du stator dans l'entrefer de la machine. Prenons un enroulement statorique à une couche (fig. 12-3, *d*) avec $z = 12$, $2p = 4$, $q = 1$. Les conducteurs de cet enroulement sont représentés conventionnellement sur la fig. 12-9, *a* comme étant placés sur la circonférence développée du stator.

Les conducteurs sont représentés en traits pleins pour la phase *A*, en traits interrompus longs pour la phase *B* et en traits interrompus courts pour la phase *C*. Les sens des courants traversant les conducteurs sont indiqués pour un instant où le courant dans la phase *A* est positif et a sa valeur maximale: $i_A = I_m$. Alors, l'examen du diagramme vectoriel de la fig. 12-3, *c* montre qu'à l'instant considéré, les courants dans les phases *B* et *C* sont négatifs et égaux à la moitié de leur valeur maximale:

$$i_B = -0,5 I_m.$$

Sur la fig. 12-9, *a* deux croix (ou deux points) désignent un courant de valeur maximale, alors qu'une croix (un point) se rapporte à un courant de valeur maximale divisée par deux.

Les lignes de force magnétiques représentées sur la figure embrassent un ou trois conducteurs parcourus par des courants circulant

dans le même sens. La force magnétomotrice de chaque circuit fermé, constitué par les lignes de force magnétique est égale, en vertu du théorème d'Ampère, à la somme algébrique des courants embrassés par le circuit. Généralement, la F.M.M. dans l'acier est négligeable par rapport à la F.M.M. dans l'entrefer. En outre, l'entrefer δ étant petit devant le pas polaire τ , on peut admettre que dans l'entrefer

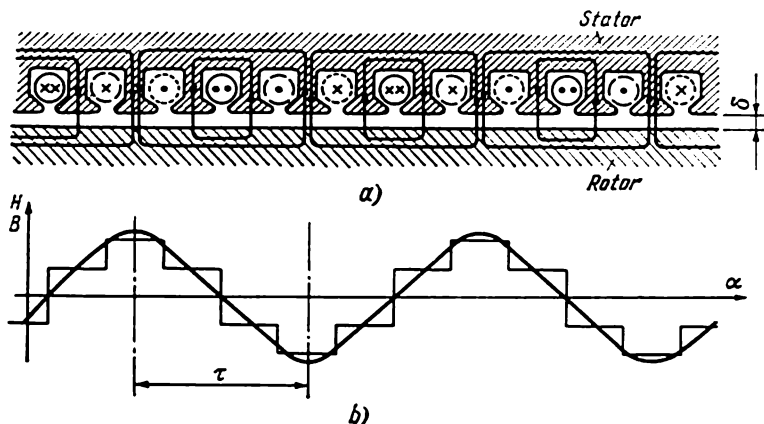


Fig. 12-9. Courbes de variation de la F. M. M. et de l'induction magnétique dans l'entrefer entre le stator et le rotor

les lignes de force magnétiques sont dirigées radialement, parce qu'elles sont perpendiculaires à la surface de l'acier. Dans ces conditions, on peut écrire pour chaque ligne, compte tenu du fait qu'elle traverse l'entrefer deux fois, la relation suivante :

$$2H\delta = \sum_{k=1}^n i_k,$$

où $\sum_{k=1}^n i_k$ est la somme des courants embrassés par le circuit ; H l'intensité de champ magnétique dans la partie de l'entrefer où passe la ligne de force donnée.

Les fentes des encoches du stator orientées vers sa surface intérieure peuvent être considérées comme très étroites. Alors, en utilisant l'image donnée plus haut de la répartition des courants suivant la circonférence du stator et les circuits fermés des lignes de force magnétiques, on obtient la courbe de répartition de l'intensité H de champ magnétique le long de la circonférence du stator (fig. 12-9, b).

Sur cette figure, α est un angle compté depuis un plan radial arbitraire passant par l'axe de la machine. La courbe $H = f(\alpha)$ obtenue est une courbe à gradins. Théoriquement, l'intensité H présente des sauts sur les axes des encoches, la valeur de chaque saut étant proportionnelle à la valeur instantanée du courant dans

le conducteur correspondant et son sens étant déterminé par le signe du courant.

Puisque l'induction magnétique B dans l'entrefer est proportionnelle à l'intensité H de champ magnétique, la courbe à gradins construite $H = f(\alpha)$ traduit en même temps, mais à une autre échelle, la fonction $B = f_1(\alpha)$. L'aire de la surface comprise entre l'axe des abscisses et une demi-onde quelconque de la courbe d'induction magnétique est proportionnelle au flux magnétique émanant d'un pôle. C'est pourquoi l'axe des abscisses est tracé de façon telle qu'il divise le graphique d'induction magnétique en deux parties égales.

Le graphique considéré se rapporte à une machine à deux paires de pôles $p = 2$. Dans le cas général, pour $p \neq 2$, le graphique d'induction magnétique B présente p paires de demi-ondes positives et négatives. La courbe traduisant la répartition de l'induction magnétique le long de l'entrefer est une courbe périodique avec une période égale au double pas polaire. Cette courbe diffère d'une sinusoïde et comporte donc des harmoniques de rangs supérieurs. Dans les constructions modernes, les enroulements des machines asynchrones sont réalisés de manière que la courbe de répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer ait une forme aussi proche que possible de celle d'une sinusoïde, si bien que dans ce qui suit nous ne considérons que l'harmonique fondamental de la courbe $B = f(\alpha)$.

12-4. Forces électromotrices développées dans les enroulements du stator et du rotor

Le flux magnétique, qui tourne à la vitesse n_0 par rapport au stator, induit dans l'enroulement statorique des forces électromotrices alternatives. Il est facile de démontrer que la fréquence de ces F.E.M. a pour expression :

$$f_1 = pn_0 / 60. \quad (12-4)$$

En portant dans la formule (12-4) la valeur de n_0 tirée de la formule (12-3), on voit que la fréquence f_1 des F.E.M. induites dans l'enroulement du stator est égale à la fréquence f du réseau d'alimentation. Supposons que la répartition du flux magnétique Φ tournant dans l'entrefer suive une loi sinusoïdale. Dans cette hypothèse, chaque spire de l'enroulement du stator est traversée par un flux magnétique d'amplitude Φ , qui varie dans le temps suivant une loi sinusoïdale. La valeur efficace de la F.E.M. induite dans la spire par ce flux s'exprime par $E_{sp} = 4,44f\Phi$ [voir (11-3)].

L'enroulement de chaque phase comporte w spires de sorte que la F.E.M. d'une phase est égale à la somme des F.E.M. induites dans toutes les spires. Si le nombre d'encoches q par pôle et par phase est supérieur à l'unité, les F.E.M. induites dans les conducteurs appartenant à l'enroulement d'une même phase, mais logés dans des encoches consécutives seront déphasées les unes sur les autres. Ceci est illustré par la fig. 12-10 sur laquelle les vecteurs

E_1 , E_2 et E_3 désignent les F.E.M. induites dans les conducteurs de la même phase logés dans les encoches consécutives 1, 2 et 3; la F.E.M. résultante E est dans ce cas inférieure à la somme arithmétique des F.E.M. partielles.

L'expression écrite plus haut pour la F.E.M. E_{sp} d'une seule spire est valable pour un enroulement à pas diamétral $y = \tau$ dans lequel la spire est traversée par le flux total d'un pôle.

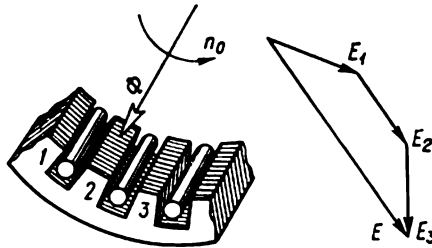


Fig. 12-10. Définition de la notion de coefficient d'enroulement

Dans le cas où $y < \tau$, la spire est pénétrée par un flux magnétique un peu inférieur au flux total d'un pôle de sorte que la F.E.M. induite dans une spire d'un enroulement à pas raccourci est moins grande que la F.E.M. engendrée dans une spire de l'enroulement à pas diamétral.

L'expression pour la F.E.M. d'une phase de l'enroulement statorique s'écrit sous la forme :

$$E_1 = 4,44 k_1 w_1 f \Phi, \quad (12-5)$$

où $k_1 < 1$ est un coefficient dit *coefficient d'enroulement* ou *facteur de bobinage* qui tient compte de la diminution de la F.E.M. par suite de la répartition de l'enroulement dans l'espace (fig. 12-10) et du raccourcissement du pas. Sa valeur est généralement comprise entre 0,92 et 0,98.

La formule (12-5) applicable à chacune des trois phases de l'enroulement statorique est analogue à la formule (11-3) donnant la F.E.M. dans l'enroulement primaire d'un transformateur et n'en diffère que par le facteur k_1 . Cette analogie qui existe entre une machine asynchrone et un transformateur sera examinée plus loin plus en détail. On peut admettre que la F.E.M. d'une phase du stator est égale, en première approximation, à la tension simple du réseau d'alimentation, si l'on néglige les chutes de tension dans les enroulements.

Le champ magnétique tournant induit des F.E.M. alternatives aussi dans l'enroulement du rotor. La fréquence de ces F.E.M. peut être trouvée au moyen de la formule (12-4) :

$$f_2 = pn' / 60, \quad (12-6)$$

où n' est la vitesse de rotation du flux magnétique par rapport au rotor, vitesse qui a pour expression

$$n' = n_0 - n. \quad (12-7)$$

En utilisant les formules (12-1), (12-4), (12-6) et (12-7), nous trouvons que la fréquence de la F.E.M. induite dans le rotor est égale à :

$$f_2 = sf. \quad (12-8)$$

Par analogie avec (12-5), on peut écrire pour la F.E.M. d'une phase de l'enroulement du rotor :

$$E_{2s} = 4,44 k_2 w_2 f_2 \Phi, \quad (12-9)$$

où k_2 est le coefficient de l'enroulement du rotor ; w_2 le nombre de spires dans l'enroulement de phase.

En utilisant (12-8), nous pouvons déduire de (12-9) l'expression pour la F.E.M. induite dans un rotor calé, c'est-à-dire pour $n = 0$ ($s = 1$) :

$$E_2 = 4,44 k_2 w_2 f \Phi. \quad (12-10)$$

L'analogie entre un transformateur et une machine asynchrone à rotor calé est évidente, puisque la fréquence des F.E.M. induites dans le rotor est égale à la fréquence des F.E.M. induites dans le stator, c'est-à-dire à la fréquence du réseau alimentant la machine asynchrone.

La valeur efficace de la F.E.M. induite dans le rotor en marche (12-9) peut être exprimée par la F.E.M. du rotor calé (12-10) :

$$E_{2s} = s E_2. \quad (12-11)$$

Le rapport des F.E.M. du stator et du rotor à l'arrêt :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} = k \quad (12-12)$$

est désigné sous le nom de *rapport de transformation de F.E.M.* d'une machine asynchrone.

En procédant de la même manière que pour un transformateur, on peut introduire la notion de F.E.M. du rotor à l'arrêt, ramenée au stator :

$$E'_2 = k E_2 = E_1. \quad (12-13)$$

12-5. Flux de fuites et réactances d'induction d'une machine asynchrone

Les formules donnant les F.E.M. au stator et au rotor ont été obtenues en supposant que les deux parties de la machine sont traversées par un seul et même flux magnétique tournant. Dans la réalité, en plus du flux magnétique principal, commun aux enroulements du stator et du rotor, il existe encore des *flux magnétiques*

de dispersion ou de fuites, de valeur relativement peu élevée, dont l'un ne traverse que les conducteurs de l'enroulement statorique et l'autre seulement les conducteurs de l'enroulement rotorique. La fig. 12-11, *a* montre schématiquement une portion du stator et du rotor avec les lignes du flux magnétique principal (en traits pleins) et les lignes des flux de fuites (en traits interrompus). En dehors des flux de fuites indiqués sur la fig. 12-11, *a*, qui embrassent les parties des enroulements logées dans les encoches (les portions

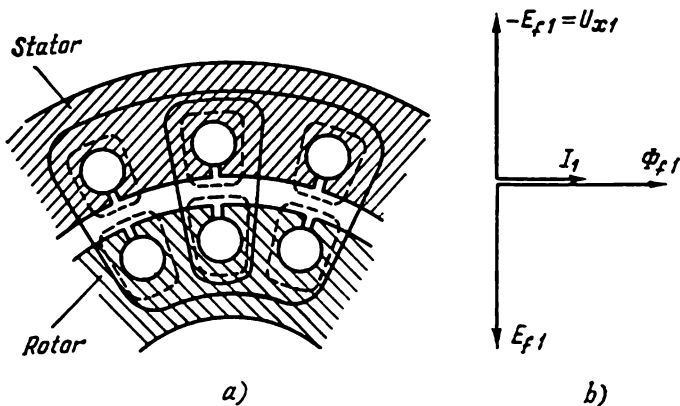


Fig. 12-11. Flux de fuites du stator et du rotor

actives), il existe aussi dans la machine des flux de fuites liés aux têtes de bobines. Dans ce qui suit, nous considérons dans tous les cas les flux de fuites résultants. Soit Φ_{f1} l'amplitude du flux de fuites d'une phase du stator, alors la F.E.M. de self-induction induite par ce flux dans cette phase a pour expression :

$$E_{f1} = 4,44k_1w_1f\Phi_{f1}. \quad (12-14)$$

La composante de la tension du réseau correspondant à la F.E.M. de self-induction constitue la chute inductive de tension dans l'enroulement du stator et s'exprime par :

$$\dot{U}_{x1} = -\dot{E}_{f1} = jx_1\dot{I}_1, \quad (12-15)$$

formule dans laquelle $x_1 = \omega L_{f1}$ est la réactance inductive due aux flux de fuites d'une phase de l'enroulement statorique, où $\omega = 2\pi f$; $L_{f1} = \psi_{f1}/I_1$ l'inductance due au flux de fuites d'une phase.

Par analogie, on peut écrire que le flux de fuites Φ_{f2} d'une phase de l'enroulement rotorique induit dans cet enroulement une F.E.M. ayant pour valeur

$$E_{f2s} = 4,44k_2w_2f\Phi_{f2} = 4,44k_2w_2sf\Phi_{f2}. \quad (12-16)$$

Cette expression de la F.E.M. due aux flux de fuites du rotor en marche peut être également mise sous la forme :

$$E_{t2s} = sE_{t2}, \quad (12-17)$$

où $E_{t2} = 4,44 k_2 \omega_2 f \Phi_{t2}$ est la F.E.M. produite par les flux de fuites du rotor à l'arrêt.

La tension qui compense la F.E.M. E_{t2s} exprimée par

$$\dot{U}_{x2s} = -\dot{E}_{t2s} = jx_{2s}\dot{I}_2,$$

constitue la chute inductive de tension dans une phase de l'enroulement du rotor. Dans cette expression

$$x_{2s} = \omega_2 L_{t2} = s\omega L_{t2} \quad (12-18)$$

constitue la réactance d'induction due aux flux de fuites d'une phase de l'enroulement du rotor en marche, L_{t2} est l'inductance due aux flux de fuites d'une phase du rotor et $\omega_2 = 2\pi f_2$.

De ce qui précède il résulte que

$$x_{2s} = sx_2, \quad (12-19)$$

$x_2 = \omega L_{t2}$ étant la réactance inductive de fuites du rotor à l'arrêt.

La réluctance que rencontrent les flux de fuites dans une machine asynchrone, de même que dans un transformateur, dépend principalement du parcours dans l'air, dans les isolants et dans les conducteurs. C'est pourquoi, les flux de fuites sont en phase avec les courants qui les engendrent, alors que les réactances inductives x_1 et x_2 des enroulements correspondant à ces flux peuvent être considérées comme indépendantes de ces courants.

La fig. 12-11, *b* représente le diagramme vectoriel du flux de fuites, de la F.E.M. qu'il produit et de la chute inductive de tension pour une phase du stator. Les vecteurs correspondants pour une phase du rotor sont construits d'une manière analogue.

12-6. Forces magnétomotrices dans le stator et dans le rotor d'une machine asynchrone

Au par. 12-3 nous avons étudié la répartition de la force magnétomotrice du stator le long de la circonférence de l'entrefer de la machine. Dans le cas d'un enroulement monophasé dont deux spires sont montrées sur la fig. 12-12, le graphique de distribution de la F.M.M. suivant la circonférence du stator est une fonction rectangulaire périodique (fig. 12-12, *b*). D'après ce qui a été dit au par. 12-3, le saut que présente le graphique de la F.M.M. aux points correspondant au milieu des encoches s'exprime par

$$2F = 2H\delta = i_1,$$

où i_1 est le courant dans le conducteur.

La hauteur F de la demi-onde rectangulaire atteint son maximum à l'instant où le courant a sa valeur maximale :

$$i_1 = I_{1m} = \sqrt{2} I_1.$$

Cette valeur maximale, c'est-à-dire l'amplitude, de la force magnétomotrice ondulée a pour expression :

$$F_m = \frac{1}{2} I_{1m} = \frac{1}{\sqrt{2}} I_1,$$

où I_1 est la valeur efficace du courant.

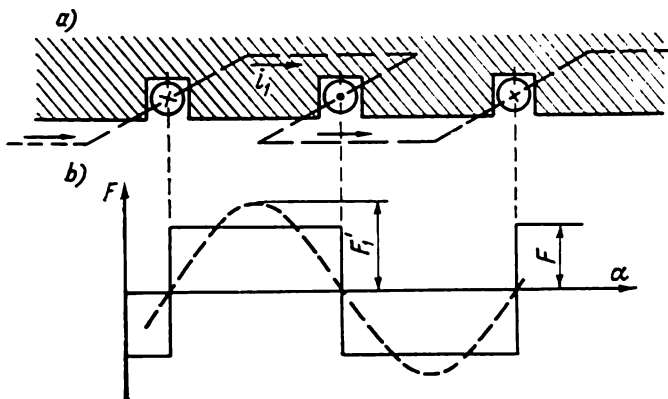


Fig. 12-12. Courbe de F. M. M. d'un enroulement monophasé

Dans ce qui suit nous ne considérons que le premier harmonique (courbe en traits interrompus de la fig. 12-12, b) de la fonction rectangulaire. Le développement en série de Fourier d'une fonction rectangulaire périodique d'amplitude F_m permet d'obtenir l'expression suivante pour l'amplitude de chaque harmonique de rang k :

$$F'_k = \frac{4F_m}{\pi k}.$$

Il s'ensuit que l'amplitude F'_1 du premier harmonique de la force magnétomotrice représentée sur la fig. 12-12 a pour valeur :

$$F'_1 = \frac{4}{\pi} F_m = \frac{4\sqrt{2}}{2\pi} I_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I_1. \quad (12-20)$$

Supposons maintenant que l'enroulement monophasé que nous considérons soit constitué de deux spires (fig. 12-13, a) dont les brins actifs sont logés dans des encoches consécutives. Ces spires sont donc décalées l'une sur l'autre suivant la circonférence du stator d'un angle $\Delta\alpha$. Dans ce cas, l'onde principale (en traits pleins sur la fig. 12-13, b) de la force magnétomotrice développée par la bobine résulte de la superposition des ondes principales (en traits interrompus sur la fig. 12-13, b) de chacune des spires mais son

amplitude est inférieure à la double amplitude de la force magnétomotrice de chaque spire parce que les forces magnétomotrices sont additionnées géométriquement. Dans le cas général, où le nombre de spires par pôle et par phase est égal à w_k , l'amplitude de la force magnétomotrice résultante de ces spires a pour expression

$$F_{11} = k_1 F'_1 w_k; \quad (12-21)$$

dans laquelle k_1 est un coefficient d'enroulement qui, de même que dans la formule (12-5), tient compte non seulement du décalage des bobines appartenant à la même phase suivant la circonférence du stator, mais aussi du raccourcissement du pas lorsque $y < \tau$.

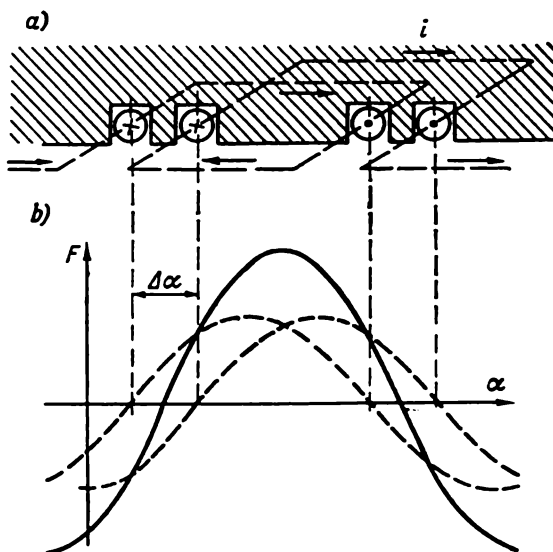


Fig. 12-13. Courbe de F. M. M. d'un enroulement monophasé dont les spires sont logées dans les encoches consécutives

Si l'enroulement d'une phase comporte w_1 spires mises en série, le nombre de spires de cette phase par paire de pôles est égal à

$$w_k = w_1/p, \quad (12-22)$$

d'où l'on obtient à partir des relations (12-20) et (12-21) l'expression de la force magnétomotrice par pôle d'un enroulement monophasé :

$$F_{11} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{k_1 w_1}{p} I_1. \quad (12-23)$$

Alimentés avec un courant triphasé les trois enroulements monophasés dont les axes sont décalés de 120° l'un sur l'autre produisent une force magnétomotrice tournante. L'amplitude de cette F.M.M. est constante et égale à $3/2$ d'amplitude de la F.M.M. de chaque

enroulement. On peut démontrer, en procédant d'une façon analogue, que les m_1 enroulements monophasés symétriques, décalés l'un sur l'autre d'un angle électrique de $360/m_1$, produisent une force magnétomotrice résultante dont l'amplitude de l'onde principale a pour expression :

$$F_1 = \frac{m_1}{p} F_{11}. \quad (12-24)$$

Cette dernière relation permet de passer de la force magnétomotrice F_{11} par pôle du stator comportant un enroulement monophasé à la force magnétomotrice F_1 par pôle du stator comportant un enroulement à m_1 phases. En utilisant les relations (12-33) et (12-24), on obtient :

$$F_1 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_1 k_1 w_1}{p} I_1 = 0,45 m_1 k_1 \frac{w_1}{p} I_1, \quad (12-25)$$

où I_1 est la valeur efficace du courant dans chacune des phases de l'enroulement statorique.

Par analogie avec (12-25), écrivons l'expression pour la force magnétomotrice par pôle de l'enroulement du rotor :

$$F_2 = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{m_2 k_2 w_2}{p} I_2 = 0,45 m_2 k_2 \frac{w_2}{p} I_2, \quad (12-26)$$

où m_2 est le nombre de phases; k_2 le coefficient d'enroulement du rotor; w_2 le nombre de spires dans une phase de l'enroulement du rotor; I_2 la valeur efficace du courant dans l'enroulement.

Déterminons la force magnétomotrice résultante obtenue par l'addition des forces magnétomotrices du stator et du rotor. Les courants circulant dans l'enroulement du stator engendrent une force magnétomotrice qui tourne par rapport au stator avec une vitesse égale à :

$$n_0 = 60 f/p,$$

alors que les courants induits au rotor produisent une force magnétomotrice qui tourne par rapport au rotor avec une vitesse

$$n' = 60 f_2/p_2,$$

où p_2 est le nombre de paires de pôles du rotor.

Le rotor d'une machine asynchrone comporte toujours un nombre de paires de pôles qui est égal à celui du stator $p_2 = p$. Dès lors, compte tenu de (12-8), on peut écrire :

$$n' = 60 f_2/p = s \cdot 60 f/p = s n_0.$$

La vitesse du rotor par rapport au stator étant égale à n , la vitesse du champ du rotor par rapport au stator est déterminée par la somme $n' + n$, ou

$$n' + n = s n_0 + n_0 (1 - s) = n_0,$$

ce qui veut dire que le champ du rotor tourne par rapport au stator avec une vitesse n_0 égale à la vitesse de rotation du champ du stator.

Ainsi, les ondes des forces magnétomotrices du stator et du rotor sont immobiles l'une par rapport à l'autre, ce qui signifie qu'elles tournent en synchronisme. Dans ces conditions, les harmoniques fondamentaux des forces magnétomotrices du stator et du rotor s'ajoutent géométriquement.

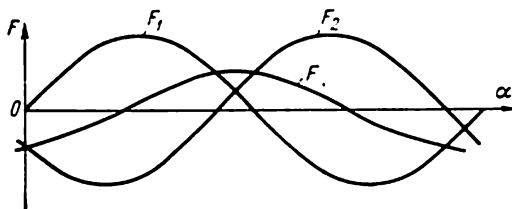


Fig. 12-14. Courbes de répartition des F.M.M. du stator et du rotor suivant leur circonférence

La force magnétomotrice résultante F est une fonction harmonique de l'angle α parce qu'elle est la somme de deux composantes harmoniques: de la force magnétomotrice F_1 du stator et de la force magnétomotrice F_2 du rotor. La fig. 12-14 représente pour un certain instant de temps les courbes de répartition des forces magnétomotrices du stator et du rotor suivant la circonférence de la machine. Ces courbes sont construites pour un arc égal au double pas polaire. Le champ magnétique de la machine étant tournant, les sinusoïdes des forces magnétomotrices F_1 , F_2 et F représentées sur la fig. 12-14 se déplacent le long de la circonférence du stator de la machine à une vitesse constante, tout en conservant inchangée leur position relative. De ce fait, la valeur de chacune de ces forces magnétomotrices, prise pour un point fixe quelconque sur la circonférence, pour $\alpha = 0$ par exemple, est une fonction harmonique du temps. Etant des fonctions harmoniques du temps, les forces magnétomotrices d'une machine asynchrone s'ajoutent géométriquement:

$$\dot{F} = \dot{F}_1 + \dot{F}_2. \quad (12-27)$$

La valeur de la force magnétomotrice résultante d'une machine asynchrone peut être considérée, en première approximation, comme invariable, c'est-à-dire indépendante des courants I_1 et I_2 du stator et du rotor. Cette assertion est faite par analogie avec la proposition examinée au chap. 11 sur la constance de la force magnétomotrice dans le transformateur. Si $F = \text{const.}$, on a

$$F \approx F_0, \quad (12-28)$$

F_0 étant la force magnétomotrice de la machine en marche à vide, lorsque la vitesse de rotation n du rotor ne diffère que très peu de la

vitesse de rotation n_0 du champ, c'est-à-dire lorsque le glissement $s \approx 0$. En ce régime, le courant dans le rotor est insignifiant parce que les F.E.M. induites dans le rotor sont faibles. C'est pourquoi la force magnétomotrice F_0 est égale à la force magnétomotrice du stator pour un courant du stator égal au courant à vide I_0 , c'est-à-dire, en vertu de la formule (12-25), on a :

$$F_0 = 0,45 m_1 k_1 \frac{w_1}{p} I_0. \quad (12-29)$$

En portant (12-28) dans (12-27), on obtient l'équation de la force magnétomotrice d'une machine asynchrone :

$$\dot{F}_1 + \dot{F}_2 = \dot{F}_0,$$

qui peut aussi être mise à l'aide des formules (12-25), (12-26) et (12-29) sous la forme suivante :

$$m_1 k_1 w_1 \dot{I}_1 + m_2 k_2 w_2 \dot{I}_2 = m_1 k_1 w_1 \dot{I}_0. \quad (12-30)$$

Dans une machine asynchrone, de même que dans un transformateur, le courant à vide est sensiblement égal au courant magnétisant.

La marche à vide d'une machine asynchrone peut être obtenue artificiellement, en faisant tourner son rotor à la vitesse constante $n = n_0$ au moyen d'un moteur extérieur quelconque. Dans la pratique, un moteur asynchrone tourne à vide lorsque le couple utile sur son arbre est nul. Dans ces conditions, le glissement de la machine est très petit, la F.E.M. induite au rotor est peu importante et le courant dans le rotor est si peu intense que la force magnétomotrice du rotor est considérablement inférieure à la force magnétomotrice F_0 en marche à vide.

12-7. Courants dans les enroulements du stator et du rotor d'une machine asynchrone

Déterminons d'abord le courant du rotor. Le courant I_2 est produit dans le rotor par la F.E.M. E_{2s} induite dans l'enroulement du rotor par le flux magnétique tournant. L'enroulement d'un rotor en court-circuit, de même que celui d'un rotor bobiné, représente un circuit fermé, de sorte que l'intensité du courant dans l'enroulement de phase du rotor est égale à la F.E.M. divisée par son impédance :

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{E}_{2s}}{r_2 + jx_{2s}},$$

où r_2 est la résistance ohmique du rotor et x_{2s} la réactance d'induction du rotor tournant.

En utilisant les formules (12-11) et (12-19), on peut exprimer le courant du rotor par la F.E.M. E_2 et la réactance x_2 du rotor à l'ar-

rêt, c'est-à-dire par des grandeurs qui sont indépendantes du glissement :

$$\dot{I}_2 = \frac{s\dot{E}_2}{r_2 + jsx_2} = \frac{\dot{E}_2}{r_2/s + jx_2}. \quad (12-31)$$

La valeur efficace de ce courant a pour expression :

$$I_2 = \frac{E_2}{\sqrt{(r_2/s)^2 + x_2^2}}. \quad (12-32)$$

Ces formules sont valables en supposant que la résistance ohmique r_2 du rotor ne dépend pas de la fréquence f_2 du courant dans le rotor, cette fréquence étant proportionnelle au glissement s . L'égalité (12-31) exprime le remplacement d'un rotor tournant par un rotor à l'arrêt, le courant dans ce dernier étant inchangé et égal au courant dans le rotor tournant ; pourtant cette égalité a un caractère conventionnel en ce sens que la fréquence du courant dans un rotor tournant n'est pas égale à la fréquence f du courant dans le rotor à l'arrêt (voir par. 12-4).

Puisque le rotor possède non seulement une résistance ohmique mais aussi une réactance d'induction, son courant présente par rapport à la F.E.M. un retard d'un certain angle

$$\psi_2 = \arctg \frac{sx_2}{r_2}. \quad (12-33)$$

Lorsqu'on convient de substituer un rotor à l'arrêt à un rotor en marche, on doit admettre, en vertu de la relation (12-31), que la réactance d'induction du rotor est égale à x_2 et sa résistance ohmique à r_2/s .

Exprimons maintenant le courant du stator, en utilisant l'équation (12-30) :

$$\dot{I}_1 + \frac{m_2 k_2 \omega_2}{m_1 k_1 \omega_1} \dot{I}_2 = \dot{I}_0.$$

Cette relation peut également être mise sous la forme :

$$\dot{I}_1 + \frac{1}{k_i} \dot{I}_2 = \dot{I}_0,$$

où $k_i = \frac{m_1 k_1 \omega_1}{m_2 k_2 \omega_2}$ est un coefficient qui exprime le *rapport de transformation de courants* d'une machine asynchrone.

Introduisons, pareillement à ce qui a été fait pour le transformateur, la notion de courant ramené I'_2 dans l'enroulement du rotor qui produit la même force magnétomotrice que celle engendrée par le courant I_2 mais avec un enroulement du rotor identique à l'enroulement du stator (c'est-à-dire ayant le même nombre de phases, coefficient d'enroulement et nombre de spires) :

$$I'_2 = \frac{1}{k_i} I_2. \quad (12-34)$$

En utilisant cette notion, on peut écrire pour le courant du stator :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2. \quad (12-35)$$

Généralement, le courant à vide I_0 est de 3 à 4 fois inférieur au courant du stator en charge nominale, de sorte que pour des régimes de fonctionnement d'une machine asynchrone proches du régime nominal on peut admettre d'une façon grossièrement approchée que $\dot{I}_1 \approx -\dot{I}'_2$.

12-8. Circuits équivalents d'une machine asynchrone

De même que dans le cas d'un transformateur, pour analyser le fonctionnement d'une machine asynchrone il est commode d'utili-

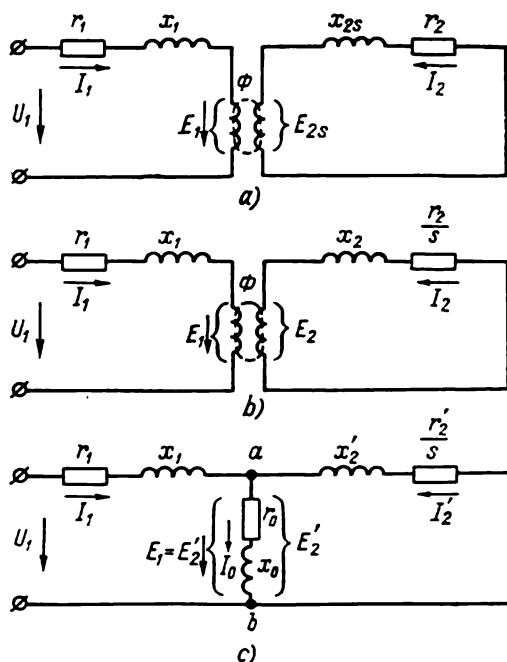


Fig. 12-15. Schémas équivalents d'une machine asynchrone

ser ses circuits équivalents. La fig. 12-15, a donne un schéma équivalent d'une machine asynchrone dans lequel le couplage électromagnétique entre les circuits du rotor et du stator n'est assuré que par le flux magnétique principal Φ .

Dans le schéma équivalent représenté sur la fig. 12-15, b le rotor tournant est remplacé par un rotor à l'arrêt (un rotor calé) équivalent, c'est-à-dire possédant une réactance d'induction x_2 et

une résistance r_2/s . Pour ce schéma, la F.E.M. induite au rotor est égale à E_2 et l'angle de retard du courant I_2 par rapport à la F.E.M. est égal à ψ_2 .

A ce schéma, ainsi qu'à la formule (12-31), correspond l'équation des tensions dans le circuit du rotor écrite sous la forme :

$$\dot{E}_2 = \frac{r_2}{s} \dot{I}_2 + jx_2 \dot{I}_2. \quad (12-36)$$

Multiplions les deux membres de cette équation par le rapport de transformation k de F.E.M. :

$$kE_2 = k \frac{r_2}{s} \dot{I}_2 + jkx_2 \dot{I}_2,$$

puis, en substituant $\dot{E}'_2 = k\dot{E}_2$ et $\dot{I}_2 = k_i \dot{I}'_2$, nous aurons :

$$\dot{E}'_2 = \frac{kk_1 r_2}{s} \dot{I}'_2 + jkk_1 x_2 \dot{I}'_2$$

ou encore

$$\dot{E}'_2 = \frac{r'_2}{s} \dot{I}'_2 + jx'_2 \dot{I}'_2, \quad (12-37)$$

où

$$r'_2 = kk_1 r_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} \right)^2 r_2$$

est la résistance ohmique ramenée d'une phase du rotor et

$$x'_2 = kk_1 x_2 = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{k_1 w_1}{k_2 w_2} \right)^2 x_2$$

est sa réactance d'induction ramenée.

En utilisant l'équation (12-37), passons maintenant à un circuit équivalent (fig. 12-15, c) de la machine asynchrone, dans lequel le couplage électromagnétique entre les circuits du stator et du rotor est remplacé par un couplage électrique direct. Dans ce schéma, le *circuit magnétisant* comporte une résistance ohmique r_0 , correspondant aux pertes dans le fer de la machine, et une réactance d'induction x_0 d'une phase du stator, qui est principalement due au flux magnétique dans l'entrefer de la machine. En vertu de la relation (12-35), le courant traversant le circuit magnétisant a pour expression :

$$\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}'_2.$$

On peut admettre, comme cela a été dit plus haut, que le courant magnétisant de la machine est égal au courant à vide.

La réactance inductive du circuit magnétisant est considérablement inférieure et le courant magnétisant est beaucoup plus intense dans une machine asynchrone que dans un transformateur. Cela tient à ce qu'en raison de la présence de l'entrefer entre le stator et le rotor, la réluctance du circuit magnétique par lequel se ferme le flux magnétique principal de la machine asynchrone est nettement supérieure à la réluctance du circuit magnétique du transformateur.

La tension agissant entre les points a et b du circuit magnétisant est égale à $E'_2 = E_1$ et l'équation des tensions pour le circuit du stator peut être écrite, par analogie avec l'équation des tensions pour le circuit primaire du transformateur, sous la forme suivante :

$$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 + r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1. \quad (12-38)$$

Le circuit équivalent représenté par la fig. 12-15, c est généralement désigné sous le nom de circuit en T.

12-9. Diagramme vectoriel d'un moteur asynchrone

Les diagrammes vectoriels de la machine asynchrone ne seront considérés que pour le régime de fonctionnement principal, c'est-à-dire pour le cas où cette machine fonctionne en moteur. Dans cette machine l'énergie électromagnétique est transmise du stator au rotor de la même manière que dans un transformateur l'énergie est transférée du primaire au secondaire.

Le diagramme vectoriel (fig. 12-16) est construit conformément au circuit équivalent en T : toutes les grandeurs qui se rapportent au rotor sont ramenées au stator. La F.E.M. induite au rotor est égale à la somme de la chute ohmique de tension $\frac{r'_2}{s} I'_2$ et de la chute inductive de tension $x'_2 I'_2$ dans le circuit rotorique. Le vecteur Φ du flux magnétique est en avance de l'angle $\pi/2$ par rapport aux vecteurs E_1 et E'_2 des F.E.M. du stator et du rotor. Le courant à vide I_0 est en avance sur le flux magnétique de l'angle α de pertes dans le fer. Le courant du stator est déterminé au moyen de la relation (12-35) :

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 - \dot{I}'_2.$$

Fig. 12-16. Diagramme vectoriel d'un moteur asynchrone

La tension U_1 du réseau alimentant le stator du moteur asynchrone est donnée par l'équation (12-38) :

$\dot{U}_1 = -\dot{E}_1 +$

$+ r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1$, la valeur efficace de cette tension étant constante.

Dans la pratique, la résistance ohmique r_1 et la réactance x_1 du stator ont des valeurs telles que pour des courants I_1 ne dépassant pas le courant nominal, la chute ohmique de tension $r_1 I_1$ et la chute inductive de tension $x_1 I_1$ dans le stator sont petites par rapport à la tension U_1 du réseau. Pour cette raison, les F.E.M. E_1

et E'_2 du stator et du rotor diffèrent peu de la tension du réseau U_1 lorsque le courant I_1 varie du courant à vide jusqu'à sa valeur nominale: $\dot{E}_1 = \dot{E}'_2 \approx -\dot{U}_1 = \text{const.}$

On peut donc considérer, comme il a été indiqué précédemment, que l'amplitude de l'induction magnétique et le flux magnétique de la machine asynchrone sont sensiblement constants, c'est-à-dire $\Phi \approx \text{const.}$

Dans certaines limites, le glissement du moteur asynchrone est approximativement proportionnel au couple résistant utile sur son arbre. De l'équation (12-32) il résulte que l'augmentation du couple résistant utile sur l'arbre du moteur et par conséquent de son glissement fait croître le courant I_2 du rotor. L'examen du diagramme vectoriel montre que dans ce cas le courant I_1 du stator augmente lui aussi alors que l'angle de déphasage φ_1 de ce courant par rapport à la tension U_1 du réseau diminue. La diminution de φ_1 se produit tant que les chutes de tension dans le stator restent petites devant la tension U_1 , ce qui a lieu lorsque le courant I_1 est soit inférieur à sa valeur nominale soit légèrement supérieur à cette valeur.

Si le couple résistant sur l'arbre du moteur et, par conséquent, le courant I_1 continuent à augmenter, la chute de tension $r_1 \dot{I}_1 + jx_1 \dot{I}_1$ dans le stator peut devenir du même ordre de grandeur que la tension U_1 du réseau; comme il est visible sur le diagramme vectoriel, l'angle φ_1 commence dans ce cas à croître de nouveau.

L'examen du diagramme permet de conclure également qu'en l'absence de charge sur l'arbre du moteur, lorsque le glissement est faible et on peut donc considérer que $I_2 \approx 0$, l'angle de déphasage φ_1 du courant du stator par rapport à la tension du réseau est voisin de $\pi/2$.

12-10. Couple moteur d'une machine asynchrone

L'interaction du flux magnétique tournant avec les courants qu'il induit dans les conducteurs de l'enroulement du rotor donne naissance aux forces agissant sur ces conducteurs dans le sens tangentiel. Déterminons la valeur du couple moteur que ces forces développent sur l'arbre de la machine.

La fig. 12-17, *a* montre une courbe de répartition de l'induction magnétique B en fonction de α suivant la circonférence du rotor de la machine à un certain instant de temps. On y a également porté une courbe de répartition des F.E.M. e_2 induites aux conducteurs du rotor lorsque ceux-ci traversent les lignes de champ. La F.E.M. induite dans chaque conducteur est proportionnelle à l'induction magnétique du champ au point sur la circonférence du rotor où se trouve le conducteur, il s'ensuit que la courbe traduisant la variation de la F.E.M. $e_2(\alpha)$ présente la même forme et la même répartition dans l'espace que la courbe $B(\alpha)$.

Dans chaque conducteur du rotor, le courant est déphasé de l'angle ψ_2 en arrière sur la F.E.M. C'est la raison pour laquelle la

courbe de répartition du courant i_2 dans les conducteurs du rotor, représentée sur la fig. 12-17, *a*, est décalée de ψ_2 (exprimé en angle électrique) par rapport à la courbe de répartition de la F.E.M. en sens inverse du sens de rotation du champ magnétique.

Les courbes de la fig. 12-17, *a* sont montrées pour une portion du rotor égale au double pas polaire et elles se répètent chaque double

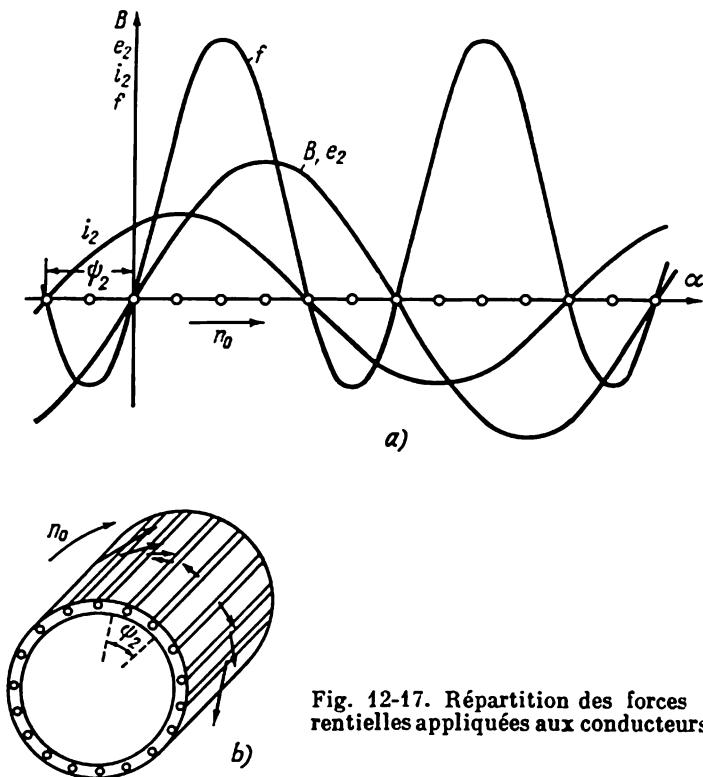


Fig. 12-17. Répartition des forces circonférentielles appliquées aux conducteurs du rotor

pas polaire. La représentation des F.E.M. et des courants sous forme de courbes continues est conventionnelle parce que dans la réalité il n'existe, à chaque instant de temps, que celles des valeurs des F.E.M. et des courants qui correspondent à la position des conducteurs du rotor par rapport au champ tournant.

La force agissant sur chaque conducteur s'exprime par :

$$f = Bi_2l, \quad (12-39)$$

où l est la longueur active du conducteur, c'est-à-dire la longueur de la partie du conducteur, qui se trouve dans la zone d'action du champ magnétique de la machine.

La courbe de répartition de l'induction magnétique le long de la circonférence du rotor peut être représentée sous forme d'une fonc-

tion harmonique de l'angle α :

$$B = B_m \sin \alpha. \quad (12-40)$$

Ceci permet d'écrire pour la courbe du courant i_2 l'expression suivante:

$$i_2 = I_{2m} \sin (\alpha + \psi_2), \quad (12-41)$$

étant donné qu'au déphasage du courant I_2 en arrière sur la F E.M. E_2 correspond un décalage de l'angle ψ_2 dans l'espace.

En remplaçant B et i_2 dans la formule (12-39) par leurs valeurs tirées des relations (12-40) et (12-41), nous obtenons l'expression suivante pour la force alternative qui s'exerce sur un conducteur du rotor:

$$f = B_m I_{2m} l \sin \alpha \sin (\alpha + \psi_2) = \frac{B_m I_{2m} l}{2} [\cos \psi_2 - \cos (2\alpha + \psi_2)]. \quad (12-42)$$

L'examen de cette formule et de la courbe traduisant la fonction $f(\alpha)$, représentée par la fig. 12-17, *a*, montre que les divers conducteurs du rotor sont soumis à l'action des forces de valeur différente et qu'il y a dans l'enroulement du rotor des parties sollicitées par des forces négatives, c'est-à-dire, agissant dans le sens opposé à la rotation. La fig. 12-17, *b* montre la répartition, suivant la circonférence du rotor, des forces appliquées aux conducteurs du rotor. L'étendue des portions soumises à l'action d'une force négative, c'est-à-dire d'une force retardatrice et non motrice, s'exprime par l'angle électrique ψ_2 dans les limites de chaque pas polaire.

L'image des forces réparties sur la circonférence du rotor se rapporte à un certain instant de temps bien déterminé. La force qui s'exerce sur chaque conducteur varie avec le temps à la fréquence f_2 , mais l'allure générale de la répartition des forces le long de la circonférence du rotor demeure inchangée. Déterminons la force circonférentielle moyenne qui s'exerce à un instant de temps déterminé sur un seul conducteur:

$$f_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f d\alpha.$$

En portant dans cette expression la valeur de f donnée par la formule (12-42), nous obtenons:

$$f_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{B_m I_{2m} l}{2} [\cos \psi_2 - \cos (2\alpha + \psi_2)] d\alpha = \frac{B_m I_{2m} l}{2} \cos \psi_2.$$

Connaissant les relations qui existent entre les valeurs maximale, moyenne et efficace des fonctions harmoniques, on déduit de cette dernière expression pour $\frac{2}{\pi} B_m = B_{\text{moy}}$:

$$f_{\text{moy}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} B_{\text{moy}} I_{2l} \cos \psi_2. \quad (12-43)$$

Le couple moteur de la machine s'exprime par :

$$M = f_{\text{moy}} N_2 \frac{D}{2}, \quad (12-44)$$

formule dans laquelle N_2 est le nombre de conducteurs du rotor et D le diamètre du rotor.

En utilisant les égalités $\pi D = 2p\tau$ et $\Phi = B_{\text{moy}} l\tau$, Φ étant le flux magnétique émanant d'un pôle, on déduit des relations (12-43) et (12-44) :

$$M = \frac{pN_2}{2\sqrt{2}} \Phi I_2 \cos \psi_2.$$

Dans le cas général où le coefficient d'enroulement k_2 du rotor est inférieur à l'unité, on le fait intervenir dans l'expression du couple moteur, de même que dans celles donnant la F.E.M. E_2 et la force magnétomotrice F_2 :

$$M = \frac{pN_2 k_2}{2\sqrt{2}} \Phi I_2 \cos \psi_2.$$

En introduisant un facteur constant $c = \frac{pN_2 K_2}{2\sqrt{2}}$, nous obtenons

$$M = c \Phi I_2 \cos \psi_2. \quad (12-45)$$

Si le flux magnétique est exprimé en webers et le courant I_2 en ampères, le couple moteur sera exprimé en mètres-newton (m·N). En divisant par 9,81 l'expression donnant le couple moteur, on obtient le couple moteur en m·kgf :

$$M = \frac{c}{9,81} \Phi I_2 \cos \psi_2, \text{ m} \cdot \text{kgf}.$$

Le couple moteur de la machine asynchrone dépend des Φ , I_2 et $\cos \psi_2$ qui varient en fonction de la charge ; on peut également représenter le couple moteur comme étant fonction d'une seule variable. Pour un moteur asynchrone, il est commode de prendre le glissement s en qualité de cette variable.

En partant des formules (12-31), (12-33), (12-5) et (12-12) obtenues plus haut, on peut écrire :

$$\left. \begin{aligned} I_2 &= \frac{sE_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}} ; & \Phi &= \frac{E_1}{4,44k_1\omega_1 f} ; \\ \cos \psi_2 &= \frac{r_2}{\sqrt{r_2^2 + (sx_2)^2}} ; & E_2 &= \frac{E_1}{k}. \end{aligned} \right\} \quad (12-46)$$

En utilisant ces relations, on peut déduire de (12-45) l'expression suivante pour le couple moteur :

$$M = \frac{c}{4,44k_1k\omega_1 f} \frac{E_1^2 s r_2}{r_2^2 + (sx_2)^2}.$$

En supposant que la fréquence f du réseau d'alimentation est constante et en introduisant un coefficient constant $c_M = \frac{c}{4,44 k_1 k w_1 f}$ nous obtenons :

$$M = c_M \frac{E_1^2 s r_2}{r_2^2 + (s x_2)^2} . \quad (12-47)$$

Cette formule est déduite pour le cas où la machine asynchrone fonctionne en moteur, c'est-à-dire pour $0 \leq s \leq 1$, mais puisque aucune limitation n'a été imposée à la valeur de s , on peut appliquer la formule à d'autres régimes de fonctionnement.

Nous avons montré au par. 12-9 qu'en marche industrielle de la machine, dans les conditions normales d'emploi, la F.E.M. E_1 du stator est approximativement égale à la tension U_1 du réseau. Aussi supposons-nous dans ce qui suit que $E_1 \approx U_1$. Dans cette hypothèse, la formule (12-47) devient :

$$M = c_M U_1^2 \frac{s r_2}{r_2^2 + (s x_2)^2} . \quad (12-48)$$

La seule variable intervenant dans cette formule est le glissement s .

Le graphique de la fonction $M(s)$ pour un moteur, c'est-à-dire lorsque la machine asynchrone fonctionne avec $0 \leq s \leq 1$, est représenté en trait plein sur la fig. 12-18.

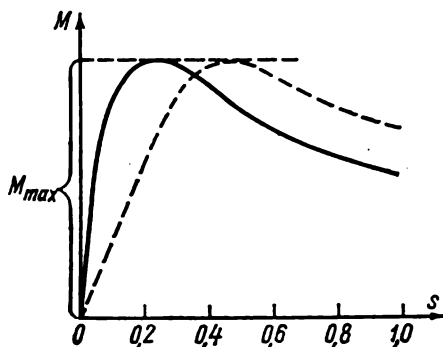


Fig. 12-18. Variation du couple d'un moteur asynchrone en fonction du glissement

La formule (12-48) montre qu'au voisinage du synchronisme (faibles valeurs de s) le couple du moteur est sensiblement proportionnel au glissement. Si le glissement devient considérable, le couple commence à diminuer parce que la croissance du dénominateur est plus rapide que celle du numérateur. Lorsque le glissement croît, le courant I_2 du rotor croît aussi, mais en même temps $\cos \psi_2$ décroît, ce qui signifie une augmentation de l'angle ψ_2 renfermant les conducteurs qui freinent le mouvement du rotor (fig 12-17). C'est pourquoi pour des valeurs suffisamment grandes de l'angle ψ_2

le couple moteur peut décroître malgré la croissance du courant I_2 du rotor.

Le couple moteur obtenu sur l'arbre est inférieur au couple M développé par le moteur à cause des pertes par frottement lors de la rotation du rotor et de certaines autres pertes supplémentaires que nous ne considérons pas ici. Toutes ces pertes sont d'ailleurs peu importantes, de sorte que nous allons admettre par la suite que le couple sur l'arbre du moteur est égal au couple total développé par le moteur.

Dérivons l'équation du couple (12-48) par rapport au glissement, il vient :

$$\frac{dM}{ds} \approx c_M U_1^2 r_2 \frac{r_2^2 - 2(sx_2)^2}{[r_2^2 + (sx_2)^2]^2}.$$

En annulant cette dérivée, déterminons la *valeur critique* s_{cr} du glissement pour laquelle le couple moteur M passe par un maximum :

$$s_{cr} \approx \pm r_2/x_2. \quad (12-49)$$

Lorsque la machine fonctionne en moteur, le glissement $s > 0$; en portant les valeurs positives du glissement critique dans l'expression (12-48), nous obtenons le couple maximal du moteur :

$$M_{\max} \approx c_M U_1^2 \frac{1}{2x_2}. \quad (12-50)$$

Le couple maximal est proportionnel au carré de la tension du réseau d'alimentation. Cela veut dire que les moteurs asynchrones sont sensibles à toute baisse de la tension du réseau : une baisse de 10 % de la tension d'alimentation entraîne une réduction de 19 % du couple moteur.

De la formule (12-50) il résulte que la variation de la résistance ohmique du rotor est sans effet sur la valeur du couple maximal de la machine, mais provoque une variation du glissement critique (12-49). La variation du couple moteur en fonction du glissement pour une résistance ohmique accrue du rotor est montrée sur la fig. 12-18 en trait interrompu.

Dans la pratique, on augmente la résistance ohmique r_2 du rotor en insérant un rhéostat triphasé dans le circuit d'un rotor bobiné (à bagues). Quant aux rotors en court-circuit, ils sont parfois réalisés avec une cage d'écureuil à résistance élevée.

Les expressions (12-48) à (12-50) sont approchées parce qu'elles ont été obtenues dans l'hypothèse que $E_1 \approx U_1$. Or, dans la réalité, $E_1 \neq U_1$ et la F.E.M. E_1 décroît lorsque la charge du moteur augmente. Nous indiquons ci-dessous sans démonstration les relations plus précises :

$$M = \frac{pm_1}{\omega} U_1^2 \frac{r_2'/s}{(r_1 + r_2'/s)^2 + (x_1 + x_2')^2} \approx \frac{pm_1}{\omega} U_1^2 \frac{r_2'/s}{(r_1/s)^2 + (x_1 + x_2')^2};$$

$$s_{cr} = \pm \frac{r_2'}{\sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2}} \approx \pm \frac{r_2'}{x_1 + x_2'};$$

$$M_{\max} = \frac{pm_1}{2\omega} U_1^2 \frac{1}{\pm r_1 + \sqrt{r_1^2 + (x_1 + x_2')^2}} \approx \frac{pm_1}{2\omega} U_1^2 \frac{1}{r_1 + x_1 + x_2'}.$$

Dans ces relations, l'approximation correspond à la condition habituelle $r_1^2 \ll (x_1 + x_2)^2$. Dans les expressions de s_{cr} et de M_{max} le signe plus correspond au fonctionnement de la machine asynchrone en moteur et le signe moins au fonctionnement en générateur.

Parfois, pour construire la courbe traduisant la variation du couple d'un moteur asynchrone en fonction du glissement, on a recours à la formule de Closs:

$$M = \frac{2M_{max}}{s/s_{cr} + s_{cr}/s}.$$

12-11. Caractéristiques mécaniques d'une machine asynchrone

La fig. 12-19 montre une courbe traduisant la relation entre deux grandeurs mécaniques qui sont le couple développé par le moteur et sa vitesse de rotation. On désigne cette courbe sous le nom de

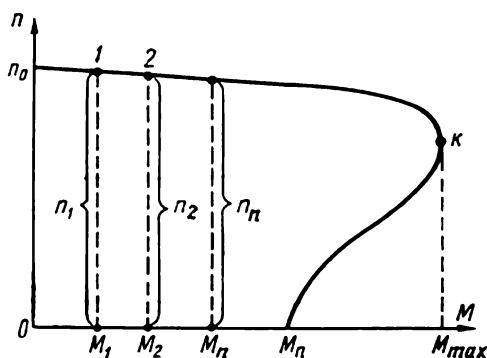


Fig. 12-19. Caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone

caractéristique mécanique du moteur asynchrone. Cette caractéristique peut être obtenue soit à partir de la courbe $M(s)$ représentée sur la fig. 12-18, soit à partir de la formule (12-48), si l'on tient compte du fait qu'au glissement $s = 1$ correspond la vitesse $n = 0$ et au glissement $s = 0$ la vitesse n_0 . La caractéristique mécanique, c'est-à-dire une relation de la forme $n(M)$, est la caractéristique fondamentale de tout moteur électrique, qui détermine ses possibilités d'emploi.

Pour chaque moteur asynchrone on peut déterminer son *régime normal* ou *nominal*, c'est-à-dire un régime de fonctionnement ininterrompu de longue durée au cours duquel le moteur ne s'échauffe pas au-dessus d'une température fixée. Le couple moteur M_n correspondant au régime normal s'appelle *couple normal*. Pour les moteurs asynchrones de puissance moyenne le glissement normal s_n correspondant à ce couple est compris entre 0,02 et 0,06, ce qui signifie que la vitesse normale n_n varie dans les limites suivantes:

$$n_n = n_0 (1 - s_n) = (0,94 \text{ à } 0,98) n_0.$$

Le rapport

$$k_m = M_{\max}/M_n$$

du couple maximal au couple normal est appelé *coefficient de stabilité* du moteur asynchrone. Il caractérise la capacité de surcharge de cette machine. Généralement, $k_m = 1,8$ à $2,5$.

Au point de vue du démarrage, on caractérise un moteur par le rapport du couple au décollage, c'est-à-dire du couple correspondant à $n = 0$, au couple normal (pleine charge):

$$k_d = M_d/M_n.$$

Pour les moteurs à rotor en court-circuit, par exemple, on a : $k_d = 1,1$ à $1,8$.

Déterminons le domaine de fonctionnement stable d'un moteur asynchrone. Supposons que le moteur fonctionne au point 1 de la

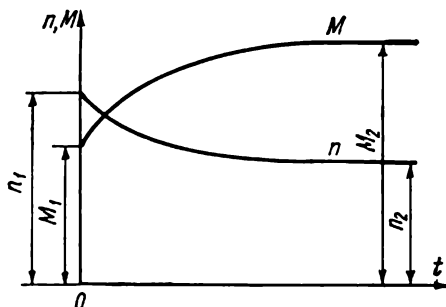


Fig. 12-20. Variation de la vitesse et du couple d'un moteur asynchrone en cas d'une augmentation du couple résistant

caractéristique mécanique (fig. 12-19) et développe donc un couple moteur M_1 à une vitesse n_1 . En régime permanent, lors de la rotation uniforme, ce couple moteur est égal au couple résistant M'_1 de l'appareil entraîné, par exemple d'une machine-outil. Supposons maintenant que le couple résistant vient à augmenter jusqu'à M'_2 . Il en résultera un freinage de la machine parce que le couple résistant est devenu plus grand que le couple moteur. La vitesse du moteur commence à diminuer, ce qui entraîne une augmentation du couple développé par le moteur. Ce processus transitoire s'achève à l'instant où le couple développé par le moteur devient égal à $M'_2 = M'_1$. La vitesse de rotation n_2 (point 2) qui s'établit est inférieure à n_1 .

Cette aptitude à établir automatiquement un équilibre entre le couple résistant et le couple développé par le moteur est connue sous le nom d'*autorégulation*. La fig. 12-20 montre l'allure de la variation en fonction du temps de la vitesse et du couple d'un moteur asynchrone en cas d'une augmentation brusque du couple résistant. La durée de ce processus transitoire ne dépasse pas généralement quelques dixièmes ou même quelques centièmes de seconde.

On vérifie aisément que l'autorégulation et la marche stable du moteur sont assurées lors du fonctionnement dans toute la portion supérieure de la caractéristique mécanique (fig. 12-19), c'est-à-dire entre le fonctionnement à vide pour $M = 0$ et le fonctionnement à un couple voisin du couple maximal. La pente de cette portion de la caractéristique est peu importante, ce qui signifie que la vitesse varie faiblement lors de la variation du couple résistant. Une telle caractéristique mécanique s'appelle caractéristique *shunt*.

Le point K de la caractéristique mécanique correspond à un état d'équilibre instable parce que toute baisse de vitesse, si petite qu'elle soit, due à une légère augmentation du couple résistant, entraîne une décroissance et non une croissance du couple moteur de sorte que le moteur s'arrête. Toute la partie inférieure de la caractéristique mécanique, se trouvant au-dessous du point K , correspond au domaine de fonctionnement instable. Le couple maximal $M_{\max}$ s'appelle aussi *couple de décrochage* d'une machine asynchrone. Le fonctionnement de la machine dans la portion supérieure stable de la caractéristique mécanique avec un couple supérieur au couple normal n'est admissible que pendant une courte durée, sinon on risque de réduire la durée de vie de la machine à cause de son échauffement excessif.

12-12. Démarrage des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit et à rotor bobiné

Lors de la mise en route, c'est-à-dire pendant le décollage et le démarrage, le moteur asynchrone fonctionne dans des conditions

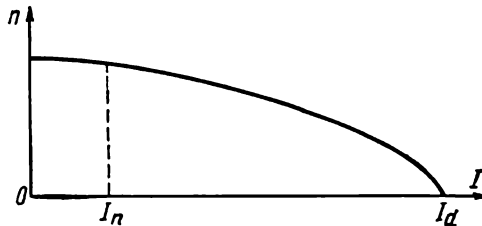


Fig. 12-21. Relation entre la vitesse de rotation du moteur et le courant absorbé au réseau d'alimentation

nettement différentes des conditions de fonctionnement normal. Pour que le moteur démarre il faut que le couple qu'il développe au décollage soit supérieur au couple résistant de décollage. Le couple de démarrage joue donc un rôle important au point de vue de la mise en marche d'un moteur.

Une autre caractéristique importante est le courant de démarrage. Comme il a été dit précédemment, la valeur du courant rotorique et par conséquent celle du courant statorique augmentent en même

temps que le glissement, c'est-à-dire avec la diminution de la vitesse du moteur. Au moment de décollage, lorsque la vitesse de rotation du moteur est nulle et le glissement est égal à l'unité, le courant de décollage I_d est considérablement plus grand que le courant normal. Le rapport $y_d = I_d/I_n$ peut atteindre dans les moteurs à rotor court-circuité une valeur de 5 à 7. La variation de la vitesse en fonction du courant statorique est représentée pour de tels moteurs par la courbe de la fig. 12-21.

Une valeur excessive du courant de décollage peut s'avérer inadmissible tant pour le réseau d'alimentation que pour le moteur asynchrone lui-même. En outre, dans certains cas il importe d'assurer un démarrage suffisamment doux et progressif (en cas d'entraînement des appareils de levage et de transport, par exemple).

Démarrage des moteurs à rotor bobiné (à bagues). Le schéma de démarrage d'un moteur à rotor bobiné est représenté sur la

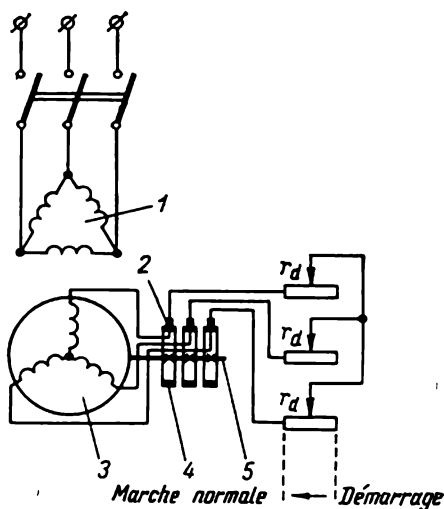


Fig. 12-22. Schéma de démarrage d'un moteur à rotor bobiné : parties fixes de la machine : 1, stator ; 2, balais ; parties tournantes : 3, rotor ; 4, bagues ; 5, arbre

fig. 12-22, où l'on voit un rhéostat triphasé de démarrage, dont chacune des phases r_d est intercalée en série, par l'intermédiaire d'un balai et d'une bague, dans l'une des phases du rotor. Au décollage, on introduit le rhéostat en totalité dans le circuit du rotor, en plaçant sa manette dans la position « démarrage ». Lors du démarrage, au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, la manette du rhéostat est déplacée lentement pour mettre progressivement les résistances hors circuit. Quand le démarrage est terminé, la manette est amenée dans la position « marche normale » pour

laquelle toutes les trois phases du rotor (les trois bagues) sont court-circuitées par la manette du rhéostat.

L'analyse des phénomènes qui se produisent au cours du démarrage d'un moteur à rotor bobiné (à bagues) peut se faire le plus commodément à l'aide des caractéristiques mécaniques de ce moteur (fig. 12-23). Ces courbes sont tracées pour un même moteur, mais pour les différentes valeurs des résistances successives r_d du rhéostat

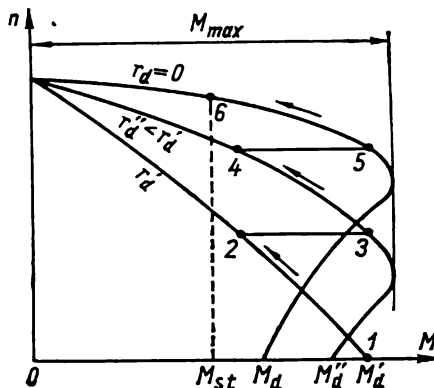


Fig. 12-23. Caractéristiques mécaniques d'un moteur à rotor bobiné en cas d'insertion d'un rhéostat de démarrage dans le circuit du rotor

de démarrage. Le maximum du couple moteur M_{max} est indépendant de la résistance ohmique du rotor alors que le glissement est proportionnel à cette résistance [cf. (12-49) et (12-50)]. La résistance totale r_d' du rhéostat de démarrage est calculée de manière que la valeur admissible du courant de décollage soit limitée à environ (1,6 à 2,2) I_n .

Dans des conditions dures de démarrage, lorsque le couple résistant de décollage est grand, la résistance totale du rhéostat de démarrage est choisie de façon à assurer un couple de démarrage M_d voisin du couple maximal M_{max} (fig. 12-23).

La mise en vitesse du moteur commence au point 1 et s'effectue d'abord suivant la courbe caractéristique inférieure. Lorsque le moteur atteint une certaine vitesse, correspondant au point 2, par exemple, une résistance partielle du rhéostat de démarrage est mise hors circuit de sorte que la résistance du rhéostat diminue jusqu'à r_d . Le moteur passe sur la deuxième courbe, au point 3. Il en résulte une augmentation du couple moteur, alors que la vitesse n'a pas le temps de varier à cause de l'inertie du moteur et de l'appareil entraîné. Après cela, l'accélération s'effectue du point 3 jusqu'au point 4. Ensuite, le rhéostat de démarrage est complètement éliminé, si bien qu'à partir du point 5 le fonctionnement du moteur correspond à la courbe caractéristique supérieure appelée *caractéristique*

mécanique naturelle (pour $r_d = 0$). Le démarrage se termine au point 6 qui est déterminé par le couple M_{st} de résistances de charge statiques.

Sur la fig. 12-23 sont représentées seulement deux caractéristiques *artificielles* correspondant à $r_d \neq 0$. Dans la réalité, le nombre de sections que comporte un rhéostat de démarrage est d'ordinaire supérieur à deux. Le nombre de sections est déterminé, de même que les instants de passage d'un plot au suivant, de manière à obtenir des variations relativement faibles du couple moteur durant la mise en vitesse, c'est-à-dire, à assurer un démarrage rapide mais suffisamment doux. Le rhéostat de démarrage est calculé d'après les valeurs données du couple maximal (point 1, 3 et 5) et du couple minimal (points 2 et 4). Étant donné que le rhéostat de démarrage n'est prévu que pour une mise en circuit de courte durée lors du démarrage, il est complètement mis hors circuit lorsque le démarrage est terminé, pour protéger ses résistances contre un échauffement dangereux. Le passage d'un plot du rhéostat au suivant durant le démarrage et la mise hors circuit du rhéostat de démarrage s'effectuent généralement d'une façon automatique.

L'insertion de résistances ohmiques en série avec les enroulements d'un rotor bobiné permet non seulement d'augmenter le couple au décollage et d'améliorer la douceur du démarrage mais aussi de limiter le courant de décollage. En effet, l'accroissement de la résistance du rotor grâce à l'insertion d'un rhéostat de démarrage a pour effet de diminuer le courant rotorique et, par conséquent, le courant statorique. Cette limitation du courant de décollage, pour de grandes valeurs du couple au décollage, est particulièrement importante en cas de démarrages fréquents lorsque les courants de décollage trop intenses peuvent provoquer un échauffement anormal du moteur.

Le procédé de démarrage par rhéostat de rotor que nous considérons présente de nombreux avantages mais il est applicable seulement aux moteurs à rotor bobiné, moteurs qui sont plus coûteux et de fonctionnement moins sûr que les moteurs à rotor en court-circuit.

Démarrage des moteurs à rotor en court-circuit. L'insertion de résistances dans un rotor court-circuité étant impossible, le démarrage d'un moteur à rotor en court-circuit s'effectue, dès le début jusqu'à la fin, suivant une seule et même caractéristique mécanique. Dans ces conditions, le couple moteur dans la portion instable de la caractéristique doit être supérieur au couple résistant.

Le plus répandu est le procédé de démarrage direct, lorsque le moteur est branché sur la ligne d'alimentation au moyen d'un interrupteur ou d'un autre appareil de démarrage et aucun dispositif n'est mis en œuvre pour réduire l'intensité du courant de décollage. Le schéma illustrant ce mode de démarrage est représenté sur la fig. 12-24, *a*. Le démarrage direct est appliqué dans les cas où la douceur du démarrage importe peu et la puissance du moteur est

relativement petite devant celle du réseau. Si cette dernière condition est satisfaite, le courant pris au réseau durant le décollage ne produit pas de chute de tension inadmissible, ni d'échauffement dangereux des conducteurs.

Dans les cas où la puissance du moteur est du même ordre de grandeur que la puissance du réseau d'alimentation on a recours à divers procédés permettant de réduire la tension d'alimentation

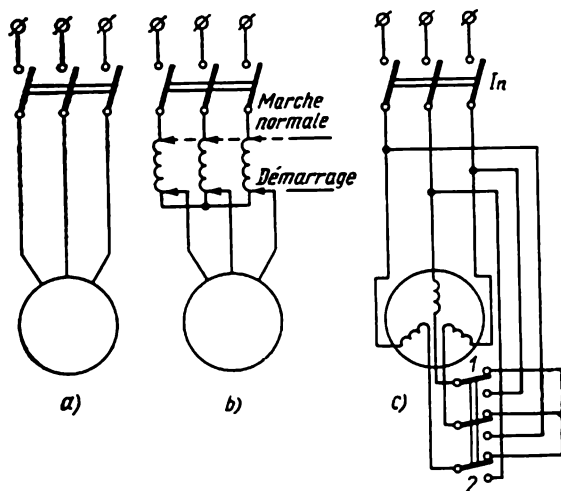


Fig. 12-24. Schéma de démarrage des moteurs à rotor en court-circuit

et de diminuer donc la pointe d'intensité au décollage. Pourtant, l'abaissement de la tension d'alimentation au démarrage entraîne une réduction indésirable du couple au décollage.

L'un de tels procédés est le démarrage par autotransformateur dont le schéma est représenté sur la fig. 12-24, b. L'interrupteur de ligne n'est fermé qu'après avoir mis sur la position « démarrage » le commutateur de l'autotransformateur. Dans ces conditions, le moteur est alimenté au début du démarrage sous une tension réduite égale à $U_d \approx \frac{1}{k_a} U_r$, U_r étant la tension du réseau et k_a le rapport de transformation de l'autotransformateur. Le courant absorbé au réseau s'exprime dans ce cas par :

$$I_r = \frac{1}{k_a} I_d = \frac{U_d}{z_d} \frac{1}{k_a} = \frac{U_r}{z_d} \frac{1}{k_a^2}, \quad (12-51)$$

formule dans laquelle I_d est le courant de décollage du moteur, z_d l'impédance du moteur.

La formule (12-51) montre que lors du démarrage avec un autotransformateur le courant de décollage est devenu k_a^2 fois moins

élevé qu'avec le démarrage direct, lorsque ce courant est égal à $I_r' = \frac{U_r}{z_d}$.

Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, le commutateur de l'autotransformateur est amené sur la position « marche normale » pour laquelle le moteur est alimenté sous la tension totale du réseau. Le démarrage au moyen d'un autotransformateur a l'inconvénient de réduire de k_a^2 fois le couple de démarrage, c'est-à-dire dans le même rapport que le courant absorbé au réseau à l'instant du décollage.

Un autre inconvénient inhérent à ce mode de démarrage est la nécessité d'employer un autotransformateur assez encombrant. On peut remédier à ce dernier inconvénient en employant un mode de démarrage dit en étoile-triangle, dont le schéma est représenté sur la fig. 12-24, c. Ce procédé n'est possible qu'avec un moteur construit pour fournir sa puissance normale quand les trois enroulements de son stator sont couplés en triangle.

Il consiste à coupler le stator en étoile pendant le démarrage et à rétablir ensuite son couplage en triangle lorsque le moteur atteint presque sa vitesse normale. L'interrupteur de ligne In n'est fermé qu'après avoir mis l'inverseur tripolaire « étoile-triangle » sur la position 1 pour laquelle le bobinage statorique est monté en étoile. Lorsque le glissement du moteur devient égal à $s = 0,5$ à $0,6$, l'inverseur est amené dans la position 2 rétablissant le couplage en triangle.

Le courant de démarrage I_d du moteur dont les enroulements statoriques sont couplés en étoile s'exprime par :

$$I_{d\lambda} = \frac{U_{d\lambda}}{z_d} = \frac{U_r}{\sqrt{3}z_d},$$

formule dans laquelle U_r est la tension entre phases du réseau d'alimentation; $U_{d\lambda}$ la tension simple pour le couplage en étoile; z_d l'impédance d'une phase du moteur.

Dans ce cas, le courant de démarrage pris au réseau a pour expression :

$$I_{r\lambda} = I_{d\lambda} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{U_r}{z_d}. \quad (12-52)$$

Si le moteur était branché sur la ligne d'alimentation pour la position 2 de l'inverseur « étoile-triangle », le courant de démarrage dans chaque phase du moteur serait égal à :

$$I_{d\Delta} = U_{d\Delta}/z_d = U_r/z_d.$$

Dans ce dernier cas, le courant pris au réseau aurait pour expression :

$$I_{r\Delta} = \sqrt{3} I_{d\Delta} = \sqrt{3} U_r/z_d. \quad (12-53)$$

La comparaison des formules (12-52) et (12-53) montre que le démarrage en étoile-triangle permet de réduire dans le rapport 1/3 la

pointe de courant de décollage. Le couple de décollage est réduit avec ce mode de démarrage aussi dans le rapport $1/3$ puisque chaque phase du moteur est alimentée au décollage sous la tension simple $U_r/\sqrt{3}$.

12-13. Démarrage des moteurs asynchrones à double cage et à encoches profondes

Comme il a été montré plus haut, les moteurs asynchrones à rotor bobiné (à bagues) sont caractérisés par de bonnes qualités de démarrage. Quant aux moteurs à rotor en court-circuit, leur prix de revient

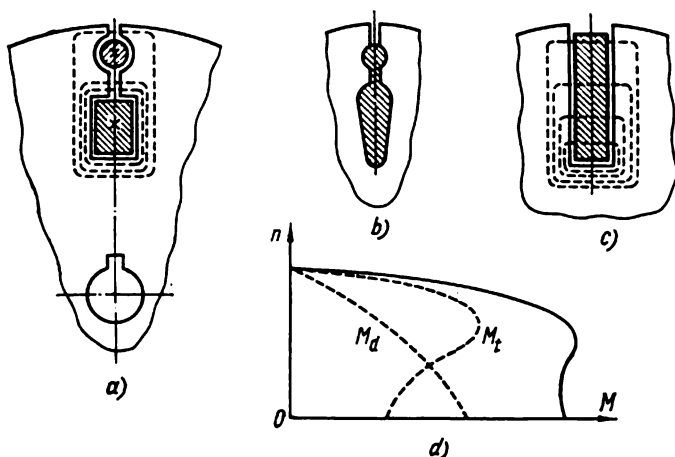


Fig. 12-25. Formes des encoches et caractéristiques mécaniques des moteurs à double cage et des moteurs à simple cage à encoches profondes

est considérablement moins élevé mais leurs caractéristiques de démarrage sont nettement inférieures à celles des moteurs à rotor bobiné. Les recherches d'une machine présentant les avantages propres à ces deux types de moteurs ont abouti à la création des moteurs asynchrones possédant un rotor court-circuité de type spécial. Ces moteurs qu'on désigne sous le nom de moteurs à concentration du courant utilisent le principe d'inégale répartition du courant dans l'encoche de rotor en courant alternatif. Le stator de tels moteurs est du type normal.

Le premier moteur de ce type a été inventé et réalisé par Dolivo-Dobrovolsky et possédait un rotor à deux cages d'écureuil. La fig. 12-25, a montre en coupe l'encoche d'un rotor à double cage. Dans les encoches profilées du rotor sont logés, tout près de l'entrefer, les conducteurs d'une cage externe appelée cage de démarrage et faite en un matériau résistant, en laiton ou en bronze, par exemple ; dans les mêmes encoches sont placés les conducteurs d'une cage

interne, appelée cage de travail, qui est exécutée en un matériau à faible résistivité (en cuivre).

La fig. 12-25, *a* montre les lignes magnétiques des flux de fuite liés aux deux cages du rotor. Les réluctances que rencontrent ces flux sont essentiellement déterminées par les résistances qu'offrent les trajets dans la partie externe du rotor, vu que la réluctance du fer est insignifiante. Comme il est visible sur la fig. 12-25, *a*, le flux de fuite embrassant la cage de démarrage externe est plus petit que le flux de fuite lié à la cage interne de travail. Dès lors, l'inductance de la cage interne de travail est beaucoup plus grande que celle de la cage externe de démarrage.

Au décollage du moteur, lorsque $n = 0$ ($s = 1$), la fréquence du courant rotorique est celle du réseau, c'est-à-dire maximale. A cet instant, les réactances d'induction des cages sont grandes par rapport à leur résistance. C'est surtout la réactance d'induction de la cage interne de travail liée au flux de fuite le plus intense qui est particulièrement élevée.

C'est pourquoi, au début du démarrage, lorsque les glissements sont grands, l'impédance de la cage interne est importante et le courant qui la traverse est relativement petit. Le courant circule essentiellement dans les conducteurs de la cage externe de démarrage. Comme il a été indiqué, la résistance de ces conducteurs est grande si bien que le courant au décollage diminue et le couple de décollage augmente.

Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, la fréquence du courant rotorique diminue de dizaines de fois parce que le glissement décroît à partir de l'unité jusqu'à des centièmes d'unité. Il en résulte que la réactance d'induction, dont la valeur est proportionnelle à la fréquence, décroît elle aussi et devient peu importante non seulement pour la cage de démarrage mais aussi pour la cage de travail. Le courant rotorique, qui se répartit entre les deux cages en raison inverse de leurs impédances, commence alors à circuler principalement dans la cage de travail. Ainsi, vers la fin du démarrage, le couple moteur n'est pratiquement produit que par la cage de travail, ce qui explique le nom qu'on lui donne. Lorsque le démarrage est terminé, la résistance du rotor devient plusieurs fois plus faible qu'au décollage. On voit donc qu'il y a de l'analogie entre le démarrage d'un moteur à double cage et celui d'un moteur à rotor bobiné (voir fig. 12-23) lorsqu'on insère dans le rotor une résistance supplémentaire qui est ensuite éliminée au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse.

Le couple résultant M d'un moteur à double cage est la somme des couples M_d et M_t produits par la cage de démarrage et la cage de travail (fig. 12-25, *d*). Les courbes traduisant la variation de la vitesse en fonction des couples moteurs M_d et M_t sont similaires aux caractéristiques mécaniques artificielle et naturelle (voir fig. 12-23). La variation de la vitesse de rotation n en fonction du couple total M , traduite par la courbe en trait plein de la fig. 12-25, *d*,

représente la caractéristique mécanique d'un moteur à double cage. L'emploi d'un rotor à double cage permet non seulement d'élever le couple au décollage mais aussi de limiter le courant de décollage grâce à l'augmentation de la réactance du rotor pendant le démarrage.

Il existe d'autres constructions du rotor à deux cages. La fig. 12-25, *b* montre, à titre d'exemple, une encoche de forme profilée coulée d'aluminium. Dans cette construction, l'accroissement de la résistance de la cage au décollage n'est obtenu que grâce à l'effet de concentration du courant dans le haut des encoches, étant donné que les deux cages sont exécutées en un seul et même matériau. La double cage de ce type est d'un prix de revient meilleur marché et plus facile à exécuter mais ses caractéristiques de démarrage sont moins favorables que celles de la première cage.

A part les moteurs à double cage, on utilise aussi largement des moteurs à simple cage dits à encoches profondes. La hauteur des encoches du rotor est plusieurs fois plus grande que leur largeur (fig. 12-25, *c*). Les conducteurs rectangulaires, généralement en cuivre, logés dans ces encoches, sont étroits et allongés en hauteur.

Au décollage, c'est-à-dire à l'instant où la fréquence du courant rotorique est maximale, la réactance d'induction que présentent les couches des conducteurs situées au fond des encoches est si élevée que le courant ne circule pratiquement que dans la partie supérieure de la section du conducteur. Cela signifie que seule une faible portion de la section du conducteur est utilisée, ce qui est équivalent à une diminution de la section du conducteur et donc à l'accroissement de la résistance ohmique du rotor. Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, la fréquence du courant rotorique diminue de sorte que vers la fin du démarrage l'effet de concentration du courant au sommet des encoches du rotor devient pratiquement insensible. Les caractéristiques de démarrage des moteurs à simple cage à encoches profondes sont à peu près les mêmes que celles des moteurs à double cage.

Les moteurs à encoches profondes présentent, par rapport aux moteurs à double cage, l'avantage d'être plus simples et de diminuer le risque d'un échauffement préjudiciable des conducteurs du rotor étant donné que la chaleur dégagée dans le conducteur pendant le démarrage est répartie sur toute sa section et non seulement dans sa partie supérieure. En revanche, l'avantage des moteurs à double cage consiste en ce qu'on peut affecter à leurs caractéristiques la forme la plus favorable par choix convenable des sections et des matériaux pour les conducteurs des cages de démarrage et de travail. Signalons enfin qu'il existe aussi des moteurs à triple cage.

En principe, la concentration du courant dans la partie supérieure des encoches dans les cages court-circuitées pendant le décollage et à des faibles vitesses de rotation, phénomène qui caractérise le fonctionnement des moteurs à double cage et des moteurs à simple cage à encoches profondes, a lieu également dans les moteurs à simple cage ordinaires, mais dans ces derniers elle est peu importante.

12-14. Fonctionnement d'une machine asynchrone en générateur et en frein

La variation du couple moteur d'une machine asynchrone en fonction du glissement, exprimée par la relation approchée (12-48),

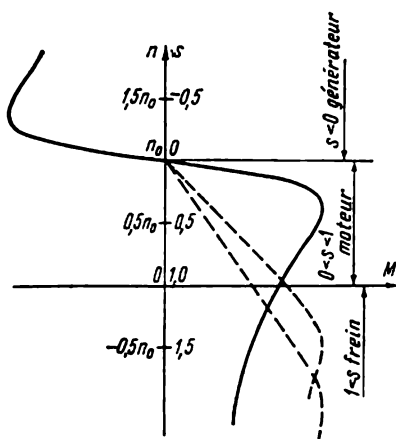


Fig. 12-26. Caractéristiques mécaniques d'une machine asynchrone fonctionnant en moteur, en frein et en génératrice

n'a été représentée graphiquement que pour $0 \leq s \leq 1$, ce qui correspond au cas où la machine asynchrone fonctionne en moteur. Cependant, l'expression (12-48) du couple moteur est également valable à d'autres régimes de fonctionnement de la machine asynchrone caractérisés par $s < 0$ et $s > 1$. La fig. 12-26 représente des courbes construites à partir de l'expression (12-48) et traduisant la variation du couple moteur pour tous ces domaines de glissement. Sur cette figure est aussi tracée la caractéristique mécanique $n(M)$ pour les mêmes domaines de glissement.

Considérons le fonctionnement de la machine pour $s > 1$. Le

rotor de la machine tourne dans ce cas à l'envers par rapport au champ tournant (fig. 12-27, a). Dans ces conditions, le couple moteur dirigé dans le sens de rotation du champ tournant, de même que lorsque la machine fonctionne en moteur, s'oppose à la rotation du rotor; le rotor ralentit sa vitesse et, par conséquent, fonctionne comme un frein électromagnétique. Un tel mode de fonctionnement peut être réalisé pratiquement, par exemple, dans un moteur asynchrone actionnant un engin de levage, lorsque le couple développé par le fardeau G en descente fait tourner le rotor en sens inverse du champ tournant. Dans le rotor bobiné d'un moteur employé en frein on insère une résistance supplémentaire pour obtenir l'une des caractéristiques mécaniques portées en traits interrompus sur la fig. 12-26. L'examen de cette figure montre que le fonctionnement stable de la machine sur ces caractéristiques n'est possible que pour $s > 1$.

Le fonctionnement comme frein est aussi possible dans un autre cas où la machine utilisée en moteur est arrêtée et ensuite est mise immédiatement en marche en sens inverse. Grâce à sa propre inertie et à celle des parties qui tournent avec elle, la machine conserve pendant un certain temps son sens de rotation qui devient après la commutation opposé à la rotation du champ lorsque $s > 1$.

Le fonctionnement de la machine pour un glissement négatif $s < 0$ n'est possible qu'à condition que son rotor soit artificielle-

ment entraîné en rotation, par exemple au moyen d'un moteur auxiliaire, dans le sens du champ magnétique tournant, à une vitesse n supérieure à celle de synchronisme, c'est-à-dire à la vitesse n_0 du champ tournant, de manière que

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} < 0.$$

Puisque le rotor tourne dans ce cas plus vite que le champ, le sens dans lequel les lignes de champ magnétique traversent les conducteurs du rotor s'inverse par rapport au cas où la machine

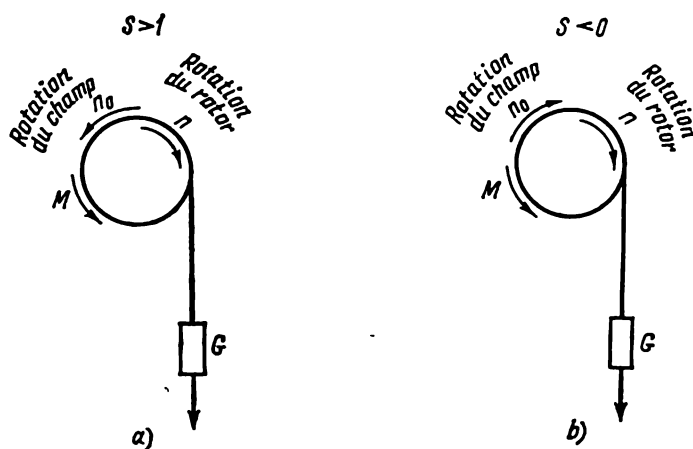


Fig. 12-27. Sens du couple lors du fonctionnement en frein électromagnétique et en génératrice

fonctionne en moteur. Par conséquent, les F.E.M. et les courants induits au rotor changent de sens eux aussi. Cette inversion du sens des courants rotoriques provoque le changement de signe du couple des forces électromagnétiques qui devient alors un couple de freinage, opposé à la rotation du rotor (fig. 12-27, b). L'inversion du sens du couple et du sens du courant rotorique et, par conséquent, du sens de la composante correspondante du courant statorique signifie que la machine se met à fonctionner comme génératrice asynchrone (ou plus exactement, comme génératrice hypersynchrone): la puissance mécanique reçue de l'extérieur par le rotor est transmise (déduction faite des pertes dans la machine) sous forme électrique au stator, c'est-à-dire au réseau d'alimentation. En règle générale, les génératrices asynchrones ne sont pas employées comme sources industrielles d'énergie électrique parce qu'elles présentent toute une série d'inconvénients et notamment un mauvais facteur de puissance.

12-15. Inversion du sens de rotation et freinage électrique des moteurs asynchrones

Pour changer les sens de rotation d'un moteur asynchrone triphasé, il est nécessaire d'intervertir deux des fils d'alimentation reliant son stator au réseau. Par suite d'une telle interversion, l'ordre de succession des phases s'inverse, ce qui provoque le changement de

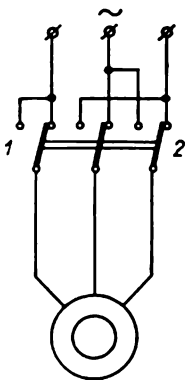


Fig. 12-28. Schéma de l'inversion de sens de rotation d'un moteur asynchrone

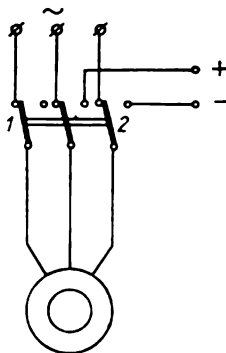


Fig. 12-29. Schéma de freinage d'un moteur asynchrone par injection de courant continu dans le stator

sens de rotation du champ et donc l'inversion du sens de rotation du moteur. Le dispositif de changement de sens de rotation du moteur est schématisé par la fig. 12-28; les positions 1 et 2 de l'interrupteur correspondent aux ordres inverses de succession des phases et donc aux sens inverses de rotation du moteur. Généralement, la mise en marche du moteur en sens inverse se fait après son freinage préalable et son arrêt complet. Sans cette précaution, on risque de faire subir à l'organe entraîné une secousse due à une pointe de courant qui accompagne l'inversion du sens de rotation et dépasse en valeur le courant de démarrage.

Le freinage du moteur peut être obtenu par des procédés mécaniques, mais leur emploi rend plus compliqué le dispositif d'entraînement. En règle générale, on a recours au freinage électrique qui se prête plus facilement à la commande, notamment à la commande électrique, et peut être rendu rapide et doux. Les freins mécaniques sont utilisés à la fin du freinage ainsi que pour immobiliser le mécanisme entraîné dans une position déterminée. Considérons trois procédés principaux de freinage électrique des moteurs asynchrones.

Freinage par contre-courant. Ce procédé consiste à changer le sens de rotation du moteur en le faisant fonctionner comme un frein. Pour limiter l'intensité du courant qui apparaît à l'instant d'inversion du sens de rotation, on introduit dans le rotor bobiné un rhéostat

qui permet également d'élever le couple de freinage (courbes en trait interrompu de la fig. 12-26).

Freinage en génératrice hypersynchrone. Il se produit lorsqu'un moteur à plusieurs vitesses est commuté d'une vitesse plus élevée à une vitesse plus faible, c'est-à-dire lorsqu'on passe d'un plus petit nombre à un plus grand nombre de pôles. Aux premiers instants après la commutation la vitesse de rotation du moteur se trouve considérablement supérieure à celle du champ tournant, ce qui signifie que le glissement devient négatif et la machine se met à fonctionner en génératrice hypersynchrone. Lors de ce freinage, l'énergie cinétique des parties tournantes est transformée en énergie électrique qui est récupérée (déduction faite des pertes dans la machine) au réseau d'alimentation d'où l'appellation quelquefois employée de « freinage par récupération ». Le freinage en génératrice hypersynchrone peut également être réalisé dans un moteur actionnant un engin de levage lors de la descente lancée d'un fardeau lourd, lorsque le moteur est accéléré jusqu'à une vitesse supérieure à celle de synchronisme: la machine commence dans ce cas à transmettre au réseau d'alimentation l'énergie reçue de la part du fardeau. Ce procédé ne permet pas de réaliser le freinage jusqu'à l'arrêt; pour l'arrêt complet du moteur on doit utiliser un frein mécanique.

Freinage dynamique (par injection du courant continu dans le stator). Il consiste à couper l'alimentation triphasée du stator, que l'on remplace par une alimentation en courant continu ou en courant alternatif monophasé. Diverses connexions sont possibles dans ce cas pour le stator (voir, par exemple, fig. 12-29).

Généralement, l'enroulement du stator alimenté en courant continu produit un champ magnétique qui est fixe dans l'espace. Tout comme lors du fonctionnement normal en moteur, lorsque le champ tournant entraîne en rotation le rotor, le champ fixe ralentit rapidement le rotor. L'énergie cinétique emmagasinée dans les parties tournantes se transforme en chaleur qui est dissipée dans le circuit rotorique grâce aux courants qui y sont induits par le champ fixe du stator. La douceur de freinage est réglée en agissant sur la valeur de la tension appliquée entre les bornes du stator. Le courant de freinage développé par un moteur à rotor bobiné peut également être réglé à l'aide d'un rhéostat inséré dans le circuit du rotor. Ce procédé de freinage présente l'inconvénient d'exiger une source à courant continu de basse tension.

12-16. Pertes d'énergie et rendement des moteurs asynchrones

Dans une machine électrique, la transformation de l'énergie mécanique en énergie électrique ou inversement de l'énergie électrique en énergie mécanique s'accompagne toujours d'une perte d'énergie qui est dissipée sous forme calorifique dans les différentes parties de la machine. Dans les machines électriques tournantes, les pertes d'énergie se répartissent en trois catégories: les pertes dans les

enroulements, les pertes dans le fer et les pertes mécaniques. En dehors de ces trois catégories, il existe aussi des pertes supplémentaires, d'ailleurs peu importantes.

Pour examiner les pertes dans un moteur asynchrone, nous utiliserons son diagramme énergétique (fig. 12-30). Dans ce diagramme P_1 est la puissance reçue par le stator de la part du réseau d'alimentation. La majeure partie $P_{ém}$ de cette puissance, déduction faite des

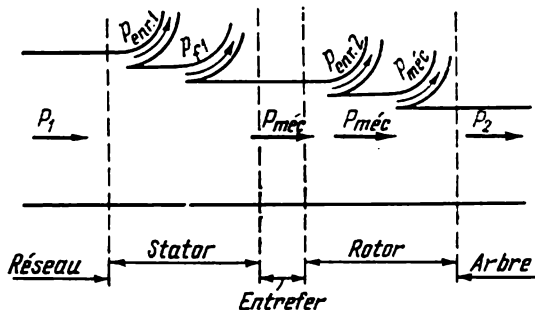


Fig. 12-30 Diagramme énergétique d'un moteur asynchrone

pertes dans le stator, est transmise au rotor par la voie électromagnétique à travers l'entrefer; $P_{ém}$ s'appelle *puissance électromagnétique*.

Les pertes de puissance dans le stator sont composées des pertes dans son enroulement $P_{entr.1} = m_1 r_1 I_1^2$ et des pertes p_{r1} dans le fer; la puissance p_{r1} est égale à la somme des pertes par courants de Foucault et des pertes par hystérésis.

Il existe également des pertes dans le fer du rotor mais elles sont peu importantes et peuvent donc être négligées. Cela tient à ce que la vitesse n_0 avec laquelle le flux magnétique tourne par rapport au stator est plusieurs fois supérieure à la vitesse $n_0 - n$ de rotation du flux magnétique par rapport au rotor, si la vitesse n du rotor correspond à la portion stable de la caractéristique mécanique naturelle.

La *puissance mécanique* $P_{méc}$ développée sur l'arbre du rotor est inférieure à la puissance électromagnétique $P_{ém}$, la différence étant égale aux pertes $p_{entr.2}$ dans l'enroulement du rotor:

$$P_{méc} = P_{ém} - p_{entr.2}. \quad (12-54)$$

La puissance P_2 développée sur l'arbre du moteur a pour expression

$$P_2 = P_{méc} - p_{méc},$$

où $p_{méc}$ est la puissance de pertes mécaniques égale à la somme des pertes par frottement des tourillons dans les paliers, des pertes par frottement dans l'air (pertes de ventilation) et des pertes par frottement des balais sur les bagues (pour les moteurs à rotor bobiné).

La puissance électromagnétique et la puissance mécanique ont pour valeur :

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{ém}} &= \omega_0 M, \\ P_{\text{mec}} &= \omega M, \end{aligned} \right\} \quad (12-55)$$

où ω_0 et ω sont respectivement la vitesse de synchronisme et la vitesse de rotation du rotor ; M est le couple développé par le moteur, c'est-à-dire le couple exercé sur le rotor par le champ magnétique tournant.

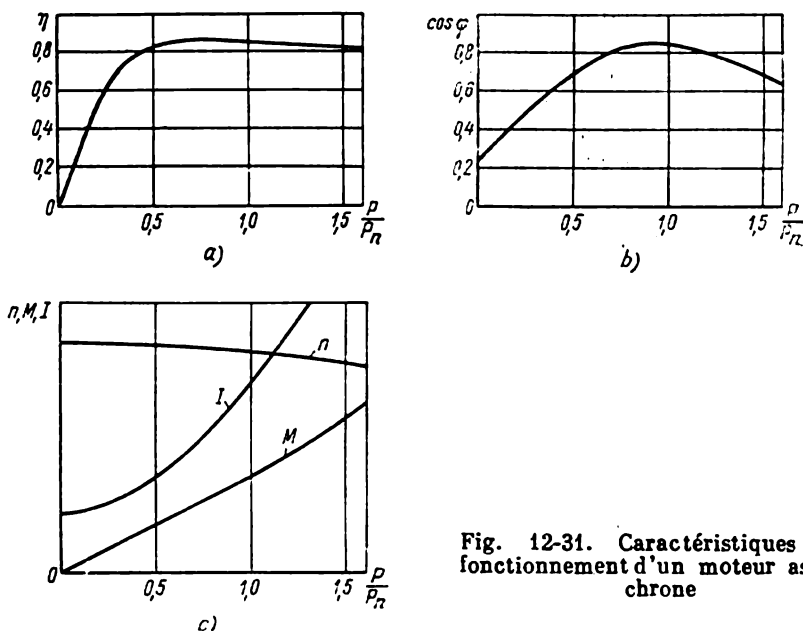


Fig. 12-31. Caractéristiques de fonctionnement d'un moteur asynchrone

De (12-54) et (12-55) il résulte que la puissance de pertes dans l'enroulement du rotor a pour expression :

$$P_{\text{enr.2}} = P_{\text{ém}} - P_{\text{mec}} = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} P_{\text{ém}} = \frac{n_0 - n}{n_0} P_{\text{ém}}$$

ou encore

$$P_{\text{enr.2}} = s P_{\text{ém}}.$$

Si l'on connaît la résistance r_2 d'une phase de l'enroulement rotorique, on peut calculer les pertes dans cet enroulement à partir de l'expression suivante :

$$P_{\text{enr.2}} = m_2 r_2 I_2^2.$$

Les machines asynchrones donnent également lieu à des pertes supplémentaires dues à la surface dentée du rotor et du stator, aux courants de Foucault dans les différents organes de la machine et

à d'autres causes. Pour la marche à pleine charge du moteur, la valeur de ces pertes est prise égale à 0,5 % de sa puissance nominale (Normes techniques soviétiques GOST 183-55).

Le rendement d'un moteur asynchrone a pour expression :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_1 - (p_{\text{enr}} + p_{\text{st}} + p_{\text{méc}} + p_{\text{sup}})}{P_1},$$

où $p_{\text{enr}} = p_{\text{enr.1}} + p_{\text{enr.2}}$ est la puissance totale de pertes dans les enroulements du stator et du rotor ; p_{sup} sont les pertes supplémentaires.

Puisque la valeur des pertes totales dépend de la charge du moteur, son rendement est aussi fonction de la charge. La fig. 12-31, *a* représente une courbe $\eta = f(P/P_n)$, P/P_n étant la puissance relative. Généralement, la machine est construite de manière que le maximum η_{max} de son rendement ait lieu à une charge légèrement inférieure à sa valeur nominale. Le rendement des moteurs asynchrones est assez élevé dans de larges limites de variation de la charge (fig. 12-31, *a*). A charge normale, le rendement de la plupart des moteurs asynchrones modernes est compris entre 80 et 90 % pour les petites et moyennes puissances et entre 90 et 96 % pour les grandes puissances.

12-17. Caractéristiques de fonctionnement et facteur de puissance des moteurs asynchrones

Au chap. 5, nous avons examiné l'importance que présente pour l'économie nationale le facteur de puissance dont l'élévation est nécessaire pour améliorer l'utilisation des installations productrices et distributrices d'énergie : des alternateurs aux centrales, des transformateurs aux postes éleveurs et abaisseurs de tension, des lignes de transport et de distribution de l'électricité.

Les moteurs asynchrones, qui sont les plus répandus dans l'industrie, constituent les consommateurs principaux d'énergie électrique. Ils peuvent compromettre fortement $\cos \varphi$ des systèmes énergétiques. La dépendance de l'angle φ vis-à-vis de la charge d'un moteur asynchrone a été examinée au par. 12-9 lors de l'analyse du diagramme vectoriel du moteur. En marche à vide, l'angle φ est grand parce que le moteur absorbe au réseau presque uniquement le courant réactif, nécessaire à la production du flux magnétique principal de la machine. Au fur et à mesure que la charge s'élève et s'approche de sa valeur nominale, la composante active du courant s'accroît car la puissance mécanique sur l'arbre du moteur augmente ; quant à la composante réactive du courant, elle ne varie que très peu puisque le flux principal de la machine est sensiblement constant. Ainsi, l'angle φ diminue lorsque la charge augmente.

Si la charge du moteur continue à augmenter et devient supérieure à sa valeur normale, les flux magnétiques de fuite croissent rapi-

dement de sorte que la composante réactive du courant devient plus forte et l'angle φ accuse une nouvelle augmentation.

La fig. 12-31, *b* illustre l'allure type de la courbe de facteur de puissance $\cos \varphi$ en fonction de la puissance relative P/P_n du moteur ; les valeurs maximales de $\cos \varphi$, de l'ordre de 0,8 à 0,9, sont obtenues pour des charges voisines de la charge normale. Aux faibles charges, le facteur de puissance est très mauvais. Aussi, la puissance d'un moteur asynchrone doit-elle être choisie de manière que le moteur soit suffisamment chargé.

Parfois, pour améliorer le facteur de puissance, on passe au couplage en étoile. Un tel procédé est employé dans le cas où le moteur, construit pour fonctionner normalement avec ses enroulements statoriques couplés en triangle, est relativement peu chargé pendant une certaine période. Dans ces conditions, les enroulements du moteur, qui sont couplés en triangle pour le fonctionnement en charge normale, sont groupés en étoile lorsque la charge se trouve réduite au tiers (pour la même tension du réseau). Chacun des enroulements statoriques est dès lors sous une tension simple qui est $\sqrt{3}$ fois moins grande que la tension entre phases du réseau. Les F.E.M. et le flux principal de la machine sont réduits sensiblement dans le même rapport. Il en résulte une diminution du courant magnétisant et de la composante réactive du courant absorbé au réseau. Quant à la puissance active, elle demeure égale à la puissance absorbée par l'organe entraîné, déduction faite des pertes. Par conséquence, l'angle φ diminue et le facteur de puissance $\cos \varphi$ s'améliore. Le couple maximal de la machine varie dans ce cas en raison directe du carré de la tension simple, c'est-à-dire qu'il est réduit dans le rapport 1 : 3.

Les courbes traduisant la variation de la vitesse, du courant, du couple moteur, du rendement et du facteur de puissance $\cos \varphi$ en fonction de la puissance utile en marche industrielle du moteur, c'est-à-dire pour des valeurs normales maintenues constantes de la tension et de la fréquence du réseau d'alimentation, portent le nom de caractéristiques naturelles ou de caractéristiques de fonctionnement du moteur. De telles caractéristiques typiques d'un moteur asynchrone sont données sur la fig. 12-31, *c*. Le couple du moteur est sensiblement proportionnel à la puissance étant donné que la baisse de la vitesse avec l'augmentation de la charge est peu importante.

12-18. Moteurs asynchrones monophasés

Un moteur asynchrone monophasé se compose d'un stator comportant un enroulement monophasé et d'un rotor à cage d'écureuil ou à enroulement bobiné. L'enroulement statorique est réalisé de façon analogue à une phase de l'enroulement statorique triphasé mais, au lieu d'un tiers de circonférence du stator, il peut occuper jusqu'à $2/3$ de cette circonférence.

Le flux magnétique alternatif produit par cet enroulement est immobile dans l'espace; dans l'entrefer entre le stator et le rotor il est dirigé suivant l'axe de l'enroulement de travail, comme il est indiqué sur la fig. 12-32, *a*. La fig. 12-32, *b* représente la force magnétomotrice F du stator dirigée verticalement; elle varie dans le temps suivant une loi sinusoïdale avec l'amplitude maximale F_m et la pulsation ω . C'est une force qui est immobile dans l'espace mais variable dans le temps, c'est-à-dire, une force magnétomotrice pulsatoire. Elle peut être formellement remplacée par la somme de deux forces magnétomotrices $F_m/2$ constantes en valeur et tournant

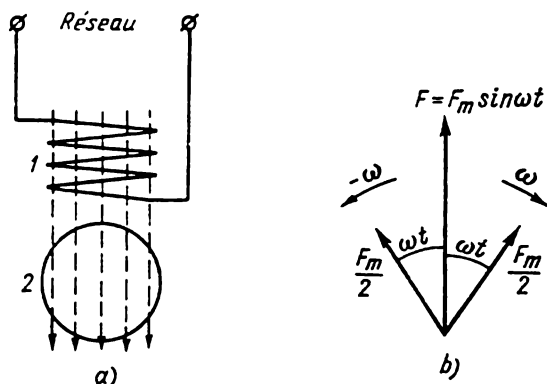


Fig. 12-32 Principe de fonctionnement d'un moteur asynchrone monophasé:
1, enroulement de travail du stator; 2, rotor

uniformément en sens inverses à la vitesse angulaire qui dans le cas de machines bipolaires est égale à ω . On peut donc considérer que le rotor d'un moteur asynchrone monophasé est sollicité par deux champs magnétiques de valeur fixe, tournant en sens inverses.

Cherchons le couple moteur créé en résultat de l'interaction des flux tournants avec les courants qu'ils induisent dans le rotor. Utilisons à cet effet la méthode de superposition.

Le couple qui s'exerce sur le rotor sous l'effet d'un flux magnétique tournant de valeur fixe est déterminé par la formule (12-48) en fonction du glissement, c'est-à-dire en fonction de la vitesse du rotor par rapport au flux. Nous userons de cette dépendance pour construire un graphique de variation de la vitesse du rotor en fonction du couple produit par le champ qui tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, que nous prendrons pour sens positif de la vitesse. Ce graphique est représenté sur la fig. 12-33 par la courbe 1 en trait interrompu.

La courbe 2 en trait interrompu traduisant la variation de la vitesse en fonction du couple produit par le champ tournant dans le sens antihoraire doit être symétrique de la courbe 1 par rapport à l'origine des coordonnées parce qu'un champ tournant en sens

inverse produit évidemment un couple qui s'exerce aussi en sens inverse.

Le couple moteur résultant, dû à l'action simultanée du champ direct et du champ inverse, est approximativement égal, pour chaque valeur de la vitesse n , à la somme algébrique des abscisses M_1 et M_2 . En déterminant cette somme pour toute une série de valeurs de la vitesse, on peut tracer la caractéristique mécanique $n(M)$ du moteur asynchrone monophasé (courbe en trait continu de la fig. 12-33). Cette caractéristique est symétrique par rapport

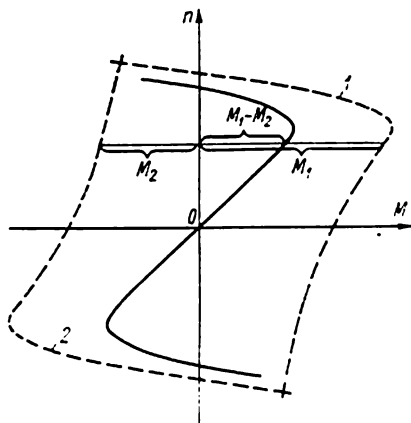


Fig. 12-33. Caractéristique mécanique d'un moteur asynchrone monophasé

à l'origine des coordonnées et passe par l'origine, ce qui signifie qu'à l'arrêt le couple du moteur est nul. Pour démarrer ce moteur, il est donc nécessaire de lancer au préalable son rotor à l'aide d'un dispositif extérieur quelconque. Ce premier lancement doit communiquer au moteur une vitesse pour laquelle son couple soit supérieur au couple résistant de décollage. Après le démarrage, le moteur continue à tourner dans le sens où il a été lancé, ce sens pouvant être choisi arbitrairement. Dans certains cas, les petits moteurs peuvent être lancés à la main.

Toutefois, dans la plupart des cas, les moteurs monophasés comportent un enroulement de démarrage qui est logé dans les encoches de stator non occupées par l'enroulement de travail, de manière que l'axe de l'enroulement auxiliaire ou de démarrage soit perpendiculaire à celui de l'enroulement principal ou de travail. Le schéma de branchement d'un moteur asynchrone monophasé à enroulement de démarrage est représenté sur la fig. 12-34. L'enroulement de démarrage ED est d'habitude monté à travers une résistance additionnelle RA ou une réactance additionnelle pour que le courant qui y circule soit déphasé par rapport au courant dans l'enroulement de travail ET . Deux enroulements perpendiculaires entre eux et

alimentés avec des courants déphasés l'un par rapport à l'autre produisent un champ magnétique tournant.

Les conditions les plus favorables pour la réalisation du champ magnétique tournant sont assurées lorsque le déphasage des courants est voisin de $\pi/2$, ce qui peut être obtenu en branchant l'enroulement

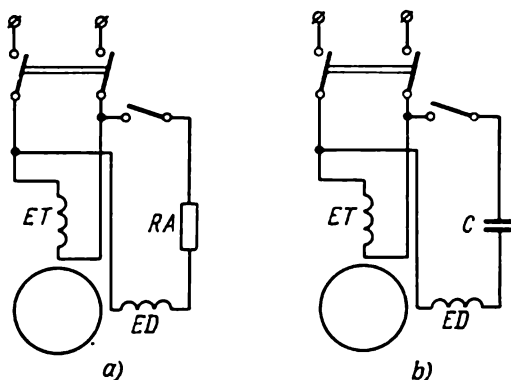


Fig. 12-34. Schémas de démarrage des moteurs asynchrones monophasés

de démarrage par l'intermédiaire d'un condensateur C (fig. 12-34, b). Dès que le moteur démarre et prend de la vitesse sous l'effet du champ tournant, l'enroulement de démarrage est mis hors circuit, parce qu'il n'est pas prévu pour un passage de courant de longue durée. Pour pouvoir démarrer le moteur en sens inverse, il suffit d'inverser les connexions soit de l'enroulement de travail soit de l'enroulement de démarrage.

Dans une autre réalisation, le moteur asynchrone monophasé possède sur le stator des pôles entaillés P (fig. 12-35) dont l'enroulement E monophasé est connecté sur le réseau d'alimentation. Une partie de chaque pôle est embrassée par une spire (bague) S en court-circuit. Le flux alternatif développé par l'enroulement E induit dans cette spire un courant qui produit son propre flux variable déphasé sur celui dû à l'enroulement E . Ces deux flux magnétiques variables, décalés dans l'espace d'un certain angle l'un sur l'autre et déphasés l'un par rapport à l'autre, produisent un champ magnétique tournant. Le rotor d'un tel moteur ne peut tourner que dans un seul sens, étant donné que le changement de sens du courant dans l'enroulement des pôles a pour effet d'inverser le courant aussi dans la bague en court-circuit.

Les moteurs monophasés possèdent un rendement et un facteur de puissance considérablement inférieurs à ceux des moteurs triphasés et, en outre, ils peuvent apporter une dissymétrie dans la charge d'un réseau triphasé. Pour toutes ces raisons, ils sont surtout employés dans les faibles puissances de quelques unités à quelques dizaines

de watts. Les moteurs asynchrones monophasés sont largement utilisés en appareillage électrodomestique et médical.

En cours d'utilisation, les moteurs asynchrones triphasés ordinaires peuvent passer, par suite des accidents, au fonctionnement en moteurs monophasés. Une telle situation peut se présenter en cas de coupure de l'un de trois fils de ligne d'un réseau triphasé ou de fusion des fusibles placés sur ces fils. Si un tel incident intervient

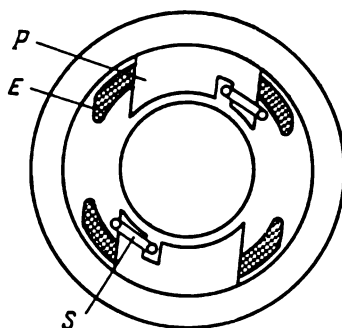


Fig. 12-35. Moteur asynchrone monophasé à pôles entaillés avec bague de court-circuit

pendant la marche du moteur, celui-ci ne s'arrête pas mais continue à fonctionner en moteur monophasé. Le passage d'un moteur triphasé au fonctionnement en moteur monophasé s'accompagne d'une augmentation du courant de phase et d'une diminution du rendement et du facteur de puissance du moteur. Un fonctionnement de longue durée du moteur travaillant sous une charge considérable provoque son échauffement anormal et, à la longue, sa mise hors d'état de service. Dans la pratique, les indices du passage d'un moteur triphasé au fonctionnement en monophasé sont une augmentation considérable de l'intensité de courant, une baisse de vitesse et un grognement caractéristique du moteur.

12-19. Réalisation pratique des moteurs asynchrones. Notions sur le réglage de la vitesse

La fig. 12-36 montre la vue d'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit démonté. Ce moteur se compose d'une carcasse renfermant le stator 1, d'un rotor 2 avec les ventilateurs 3 et de deux flasques 4 ; sur cette figure on voit également des trous 5 pour le passage de l'air de refroidissement et une boîte 6 fermant la plaque de bornes. Les moteurs asynchrones peuvent comporter un rotor à enroulement bobiné (à bagues) ou un rotor en court-circuit de différents types constructifs. En outre, d'après le degré de protection contre les agents extérieurs, on distingue : les machines d'exécution ordinaire ou ouvertes, les machines *protégées* qui sont pourvues de dispositifs empêchant les gouttes d'eau et les particules solides tombant sous

un angle de 45° par rapport à la verticale de pénétrer à l'intérieur de la machine, les machines *fermées* qui sont complètement isolées et donc protégées contre la pénétration des poussières et d'autres particules, les machines fermées *protégées contre les jets d'eau*, les machines *antidéflagrantes*, etc.

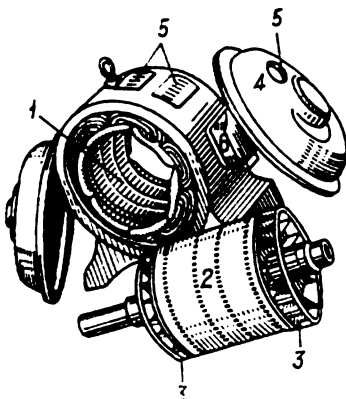


Fig. 12-36. Moteur asynchrone à rotor en court-circuit démonté

Ordinairement, les moteurs sont construits pour le fonctionnement en position horizontale (fig. 12-37, *a*), cependant, certains types de moteurs, par exemple les moteurs destinés à l'entraînement des pompes, sont à axe vertical. Les moteurs peuvent être exécutés avec une bride permettant leur fixation sur une paroi verticale du mécanisme entraîné (fig. 12-37, *b*). L'industrie produit également des moteurs à *incorporer* qui sont montés à l'intérieur de la machine-outil ou d'un autre organe entraîné, en faisant partie intégrante de celui-ci. La fig. 12-37, *c* montre à titre d'exemple le stator de l'un des types de moteurs à incorporer.

A la carcasse de chaque moteur le constructeur fixe une plaque métallique, dite plaque signalétique, sur laquelle il indique la nature du moteur, son type et la spécification à laquelle il doit satisfaire. La fig. 12-38 montre à titre d'exemple la plaque signalétique d'un moteur du type AO. En règle générale, les moteurs asynchrones triphasés sont prévus, comme on peut voir sur la fig. 12-38, pour deux valeurs de tension nominale et deux valeurs de courant nominal, dont chacune se rapporte à l'un de deux modes de couplage possibles des enroulements du stator : en triangle ou en étoile. L'appellation du type de moteur représente le plus souvent un sigle comprenant les initiales des mots correspondants. C'est ainsi que le type AOF (en russe АОФ) désigne : un moteur asynchrone à carcasse ventilée à bride (pour fixation). Dans certains cas il devient nécessaire de régler la vitesse des moteurs asynchrones. La vitesse des moteurs asynchrones est beaucoup plus difficilement réglable que celle des moteurs à courant continu. Les procédés de réglage de la vitesse des moteurs d'entraînement sont examinés au chap. 15.

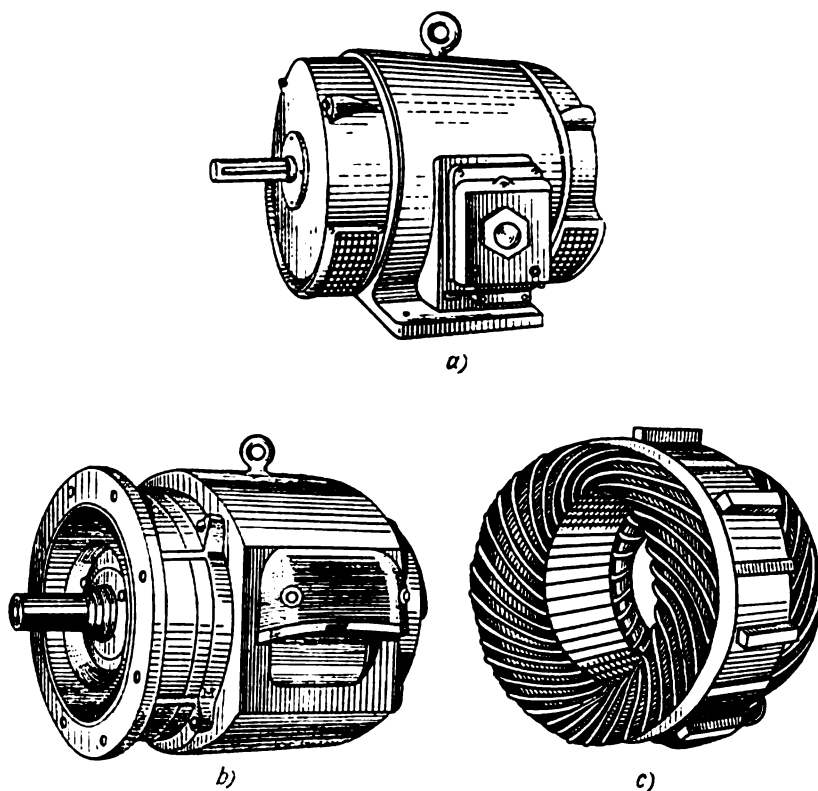


Fig. 12-37. Aspect extérieur des moteurs asynchrones de différents types

Usine de moteurs électriques de Vladimir		VEMZ (sigle du constructeur)
Moteur triphasé à rotor en court-circuit		
Type	A0 52-6	N° 80622
Δ/λ	220/380 V	17,5/10,1 A
4,5 kW	950 tr/mn	50 Hz
Rende- ment (η)	84,5 %	$\cos \varphi$ 0,80
GOST		Poids 98 kg
Année de fabrication		

Fig. 12 38. Plaque signalétique d'un moteur asynchrone triphasé

MACHINES SYNCHRONES

13-1. Généralités. Principe de fonctionnement

Les machines synchrones sont largement employées dans l'économie nationale comme alternateurs, c'est-à-dire générateurs de courants alternatifs, et comme moteurs électriques, principalement de grande puissance. Pratiquement, toutes les centrales électriques sont équipées d'alternateurs synchrones. La puissance des gros alternateurs modernes se chiffre par des dizaines et des centaines de milliers de kilovoltampères. De même que toute machine électromagnétique, la machine synchrone est réversible, c'est-à-dire qu'elle peut fonctionner soit en générateur, soit en moteur.

La machine synchrone est une machine à courant alternatif; la constitution de son stator ne diffère en principe de celle du stator d'une machine asynchrone: des différences substantielles n'interviennent que dans les machines de grande puissance. Son rotor est un électro-aimant dont l'enroulement est alimenté en courant continu. A cet effet, les deux extrémités de cet enroulement aboutissent à des bagues de prise de courant qui sont fixées sur l'arbre de la machine et tournent avec le rotor. Le courant continu est amené au rotor depuis une source extérieure par l'intermédiaire des balais fixes qui frottent sur les bagues. Il existe deux constructions de rotors utilisées dans les machines synchrones suivant que les pôles sont ou non géométriquement apparents: les rotors à *pôles saillants* et les rotors à *pôles lisses*.

La fig. 13-1, *a* montre schématiquement l'aspect extérieur d'un rotor à pôles saillants. Sur la partie avant de l'arbre on voit deux bagues de prise de courant. L'enroulement inducteur n'est pas représenté pour ne pas surcharger la figure, mais sur un pôle figuré séparément on voit deux spires de cet enroulement. Le rotor à pôles saillants est employé dans les machines à vitesse réduite de l'ordre de 1000 à 1500 tr/mn. Pour les machines tournant aux grandes vitesses de 1500 à 3000 tr/mn il est impossible de réaliser les rotors à pôles saillants à cause des difficultés que présente une fixation sûre des pôles soumis à de grandes forces centrifuges. C'est pour cette raison que les machines à grande vitesse ont des rotors lisses réalisés sous forme d'un cylindre sans pôles saillants. La fig. 13-1, *b* montre une vue en coupe d'un rotor lisse. On voit sur la figure que les cou-

rants dans l'enroulement inducteur de sens indiqués engendrent dans le rotor le champ magnétique à deux pôles.

En règle générale, les machines synchrones fonctionnant en générateur sont accouplées directement avec les moteurs qui les entraînent, sans intermédiaire de réducteurs. Les gros alternateurs synchrones sont entraînés par les turbines hydrauliques, les turbines à vapeur, les turbines à gaz et, dans certains cas relativement rares,

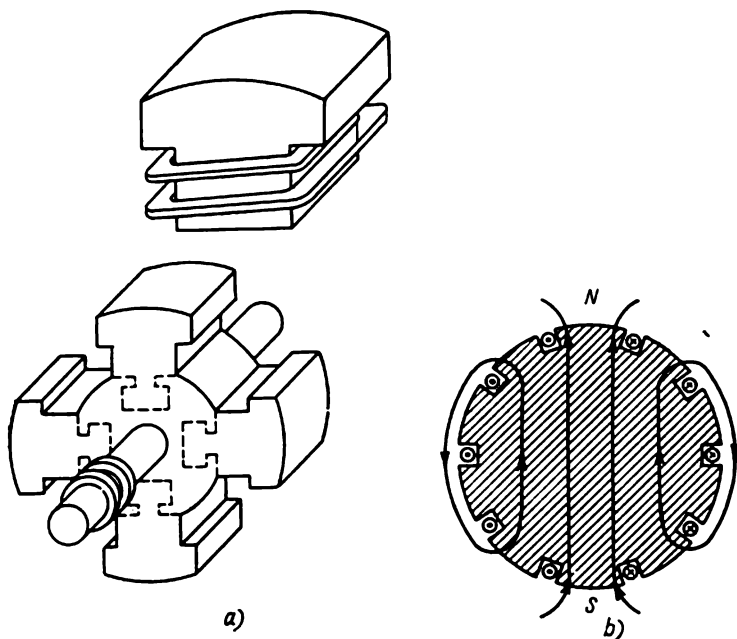


Fig. 13-1. Rotors d'une machine synchrone :
a, rotor à pôles saillants; b, rotor lisse

par les moteurs à combustion interne. Les turbines hydrauliques sont d'ordinaire caractérisées par une vitesse de rotation réduite, de l'ordre de quelques dizaines de tours par minute, alors que les turbines à vapeur tournent à une grande vitesse qui atteint généralement 1500 ou 3000 tr/mn. Les alternateurs accouplés aux turbines hydrauliques, c'est-à-dire les *alternateurs hydrauliques*, tournent à une vitesse réduite et de ce fait ont des rotors à pôles saillants. Les *turbo-alternateurs*, c'est-à-dire les alternateurs entraînés par les turbines à vapeur, sont des machines à grande vitesse et ont donc des rotors lisses. Les alternateurs accouplés aux moteurs à combustion interne emploient des rotors à pôles saillants.

Le rotor représenté sur la fig. 13-1, a est à quatre pôles saillants. Pour obtenir la fréquence désirée dans les machines à vitesse réduite, le rotor à pôles saillants doit avoir plusieurs dizaines de pôles. Les rotors lisses sont généralement bipolaires ou quadripolaires.

Pour obtenir une F.M.M. élevée avec un courant d'excitation relativement peu intense, les enroulements inducteurs doivent comporter un grand nombre de spires. Dans les machines à rotor lisse, les enroulements sont généralement constitués par des spires en barres méplates de cuivre logées dans les encoches fraisées dans la masse du rotor, alors que dans les machines à pôles saillants ils sont soit en fil isolé de section rectangulaire ou circulaire, soit aussi en barres méplates de cuivre cintrées sur champ, et comportent une isolation entre les spires. Le courant continu alimentant l'enroulement inducteur peut être fourni par une petite dynamo, c'est-à-dire génératrice à courant continu appelée *excitatrice*, qui est montée en bout d'arbre et tourne donc en même temps que le rotor ou bien est entraînée par un moteur distinct. Le courant d'excitation est assez souvent emprunté à une installation de redresseurs.

L'enroulement du stator comporte le même nombre de pôles que celui du rotor. Dans les constructions primitives des machines synchrones, les pôles excités par le courant continu étaient placés sur un corps fixe et l'enroulement à courant alternatif sur le rotor tournant. Actuellement une telle construction ne s'emploie que très rarement, seulement pour les petites machines à basse tension.

Dans le présent chapitre nous nous bornerons à l'examen des machines synchrones triphasées qui ont reçu le plus d'applications industrielles.

13-2. Fonctionnement à vide d'un alternateur synchrone

En marche à vide, le courant statorique d'une machine synchrone est nul. La fig. 13-2 représente le schéma d'une machine synchrone triphasée. En général, les trois enroulements du stator sont reliés en étoile, ce qui permet, à la différence du couplage en triangle, d'éliminer les harmoniques supérieurs de rang multiple de trois. L'arbre de la machine représenté en traits interrompus sur la fig. 13-2 est accouplé à un moteur qui l'entraîne en rotation avec une vitesse constante n_0 . L'intensité du courant d'excitation I_{exc} alimentant le circuit du rotor depuis une source extérieure à courant continu peut être réglée dans les limites de zéro à une certaine valeur maximale. Cela permet de faire varier le flux magnétique inducteur dans de larges limites, c'est-à-dire d'obtenir les valeurs différentes de la F.E.M. du stator, parce que cette F.E.M. est proportionnelle au flux magnétique du rotor. Cherchons la variation de la F.E.M. en fonction du courant d'excitation en marche à vide lorsque le circuit du stator est ouvert.

On donne aux épanouissements polaires du rotor une forme telle que la répartition du flux magnétique suivant la circonférence du stator de la machine soit aussi voisine que possible d'une répartition sinusoïdale. Ceci étant, on peut considérer que lors de la rotation le flux magnétique lié à chaque phase de l'enroulement du stator varie dans le temps suivant une loi sinusoïdale. Dans ces conditions,

la valeur efficace de la F.E.M. sinusoïdale E_0 induite en marche à vide dans une phase du stator est donnée, en vertu de la formule (12-5), par :

$$E_0 = 4,44 kwf \Phi_0, \quad (13-1)$$

où k est le coefficient d'enroulement ; w le nombre de spires montées

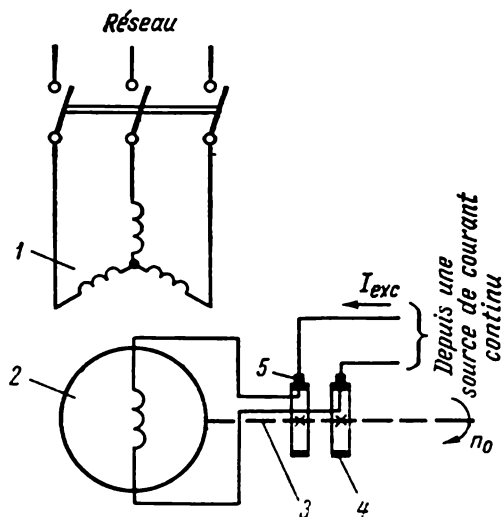


Fig. 13-2. Schéma d'un alternateur synchrone :

1, stator ; 2, rotor ; 3, arbre de la machine ; 4, bagues de prise de courant ; 5, balais

en série d'une phase du stator ; Φ_0 le flux magnétique maximal émanant d'un pôle du rotor pour un courant d'excitation I_{exc} .

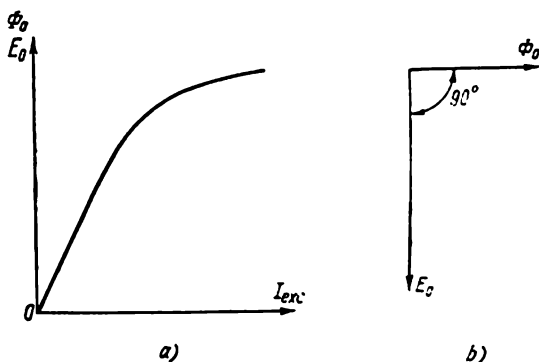


Fig. 13-3. Caractéristique à vide (a) et diagramme vectoriel (b) d'un alternateur synchrone

La fréquence f des F.E.M. induites au stator est déterminée par l'expression (12-4) :

$$f = pn_0/60. \quad (13-2)$$

En vertu des formules (13-1) et (13-2), la F.E.M. du stator, à vitesse n_0 maintenue constante, est proportionnelle au flux, de ce fait, la courbe de E_0 en fonction du courant d'excitation I_{exc} , c'est-à-dire la *caractéristique à vide* de l'alternateur synchrone, est analogue à la courbe du flux magnétique en fonction de l'excitation (fig. 13-3, a).

La fig. 13-3, b représente le diagramme vectoriel du flux magnétique Φ_0 lié à une phase de l'enroulement statorique et de la F.E.M. E_0 induite dans cette phase.

13-3. Réaction d'induit d'une machine synchrone

A la différence de la marche à vide, dans une machine fonctionnant en charge, c'est-à-dire quand un courant non nul parcourt l'enroulement du stator, le champ magnétique n'est plus engendré

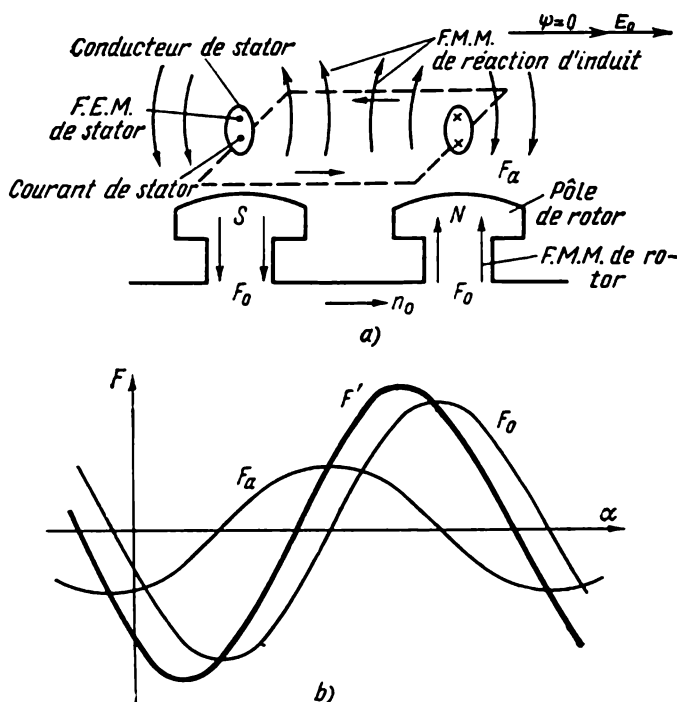


Fig. 13-4. Diagrammes illustrant les effets de la réaction d'induit

uniquement par la force magnétomotrice du rotor (de l'inducteur) mais aussi par celle due aux courants du stator (de l'induit). Cette action de la force magnétomotrice du stator sur le champ du rotor est désignée sous le nom de *réaction magnétique de l'induit*. Considérons la réaction d'induit dans le cas où la machine synchrone fonctionne en alternateur.

La fig. 13-4, *a* montre une partie du rotor comportant deux pôles qui pour plus de clarté sont représentés conventionnellement comme étant placés sur une fraction d'une circonférence développée. Lorsque le rotor se déplace dans le sens indiqué par la flèche, des F.E.M. sont induites dans les conducteurs du stator; les sens de F.E.M. sont montrés dans la partie supérieure des conducteurs. Pour simplifier, on n'a représenté sur la fig. 13-4, *a* que deux conducteurs. Si le courant circulant dans l'enroulement du stator est en phase avec la F.E.M. ($\psi = 0$), le sens du courant dans les conducteurs peut être désigné par des signes indiqués dans la partie inférieure des conducteurs. Le contour fermé du courant est représenté sur la figure en traits interrompus. Comme on peut voir sur cette figure, dans les limites de l'intervalle polaire considéré la F.E.M. de l'induit est dirigée vers le haut.

La fig. 13-4, *b* représente la répartition de la force magnétomotrice F_0 du rotor suivant la circonférence du stator de la machine. Ici et par la suite nous considérons que les courbes de forces magnétomotrices peuvent être remplacées par celles de leurs premiers harmoniques et que le sens de la force magnétomotrice correspondant au pôle nord du rotor est son sens positif.

La répartition de la force magnétomotrice due à la réaction d'induit le long de l'entrefer peut être représentée, par analogie avec la fig. 12-12, sous forme d'une fonction rectangulaire périodique qui subit des variations en forme de sauts aux points où se trouvent les conducteurs du stator. La fig. 13-4 ne montre que le premier harmonique de cette fonction (la courbe de F_a). La force magnétomotrice résultante due à l'action simultanée du rotor et de la réaction d'induit est représentée par la courbe de F' .

L'examen de la figure montre que par suite de la réaction d'induit le champ s'affaiblit dans une moitié de chaque pôle et se renforce dans l'autre moitié et que la courbe de répartition de l'induction magnétique se trouve déplacée dans le sens inverse de celui de rotation du rotor. Le cas qui vient d'être considéré est un cas particulier où le courant d'induit est en phase avec la F.E.M.

Dans le cas où le courant est en retard sur la F.E.M., la courbe de répartition de la force magnétomotrice F_a de la réaction d'induit se déplace encore davantage à l'envers de la rotation du rotor. Si le courant est en avance sur la F.E.M., cette courbe se déplace en sens inverse. Ces deux cas sont illustrés par la fig. 13-5 pour un circuit de débit purement inductif ($\psi = \pi/2$) et un circuit de débit purement capacitif ($\psi = -\pi/2$). En procédant de la même manière, on peut construire les courbes de force magnétomotrice pour un cas intermédiaire de $-\pi/2 < \psi < \pi/2$. Comme en témoigne la fig. 13-5, lorsque l'alternateur débite sur un circuit inductif pur ($\psi = \pi/2$), la réaction d'induit affaiblit le champ inducteur et, elle s'appelle réaction soustractive ou démagnétisante. Si l'alternateur alimente un récepteur doué de capacité pure ($\psi = -\pi/2$), la réaction d'induit accroît le champ inducteur et elle est dite additive ou magnétisante.

Le circuit magnétique de la machine sera supposé non saturé; dans ces conditions, les flux magnétiques sont proportionnels aux forces magnétomotrices. Si le circuit magnétique est saturé, cette proportionnalité n'existe pas et l'action démagnétisante de la force magnétomotrice devient plus forte que son action magnétisante.

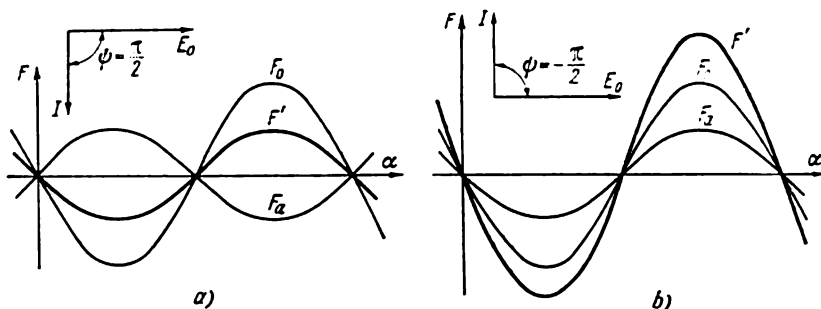


Fig. 13-5. Courbes de force magnétomotrice d'induit: a, charge purement inductive; b, charge purement capacitive

D'après l'expression (13-2), la fréquence de la F.E.M. et du courant du stator a pour valeur

$$f = pn_0/60.$$

La vitesse de rotation du champ magnétique du stator exprimée par:

$$n = \frac{60f}{p} = \frac{60pn_0}{60p} = n_0$$

est égale à la vitesse de rotation du rotor, ce qui signifie que le rotor tourne en synchronisme avec le champ magnétique du stator d'où le nom de « synchrones » qu'on donne aux machines considérées. A la fréquence de 50 Hz, les vitesses de rotation du champ et, par conséquent, celles du rotor d'une machine synchrone peuvent être les suivantes: 3000 tr/mn, 1500 tr/mn, 1000 tr/mn, 750 tr/mn, etc.

Puisque les forces magnétomotrices composantes et la force magnétomotrice résultante tournent en synchronisme et sont réparties le long de la circonférence du stator selon une loi sinusoïdale, on peut écrire:

$$\vec{F}' = \vec{F}_0 + \vec{F}_a. \quad (13-3)$$

Si Φ_a désigne le flux de la réaction d'induit, le flux magnétique résultant dans l'entrefer d'une machine non saturée a pour expression:

$$\dot{\Phi}' = \dot{\Phi}_0 + \dot{\Phi}_a. \quad (13-4)$$

La F.E.M. induite par le flux Φ' dans l'enroulement du stator est égale à

$$\dot{E} = \dot{E}_0 + \dot{E}_a, \quad (13-5)$$

où E_0 est la F.E.M. induite au stator par le flux du rotor ; E_a la F.E.M. induite dans l'enroulement statorique par le flux de réaction d'induit.

13-4. Diagramme vectoriel d'un alternateur synchrone

Le diagramme vectoriel de l'alternateur synchrone donne une image concrète des relations entre la F.E.M., la tension et le courant du stator. Nous commencerons la construction de ce diagramme par

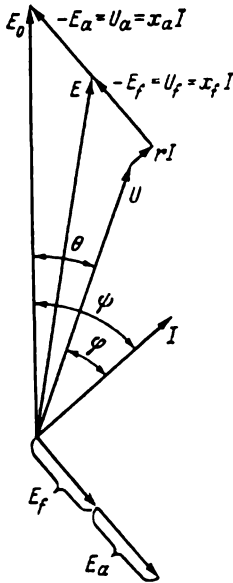


Fig. 13-6. Diagramme vectoriel d'un alternateur synchrone

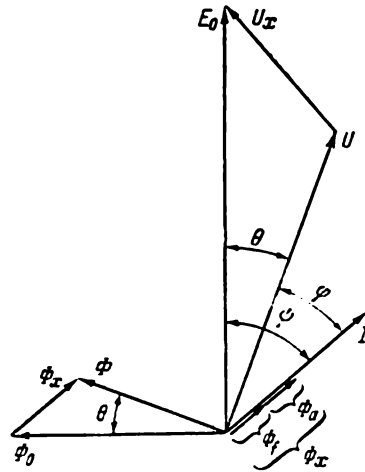


Fig. 13-7. Diagramme vectoriel simplifié d'un alternateur synchrone

le tracé des vecteurs de la tension U et du courant I d'induit (fig. 13-6). Le signe et la valeur absolue de l'angle φ formé par ces vecteurs dépendent de la nature de charge de l'alternateur ; le diagramme de la fig. 13-6 est construit pour le cas d'une charge ohmique et inductive où le courant est déphasé en arrière sur la tension.

La F.E.M. induite dans une phase de l'enroulement statorique est égale à la somme de la tension entre les bornes de la phase du stator et de la chute de tension dans la résistance et la réactance de cette phase :

$$\dot{E} = \dot{U} + r\dot{I} + jx_l\dot{I}, \quad (13-6)$$

où r est la résistance ohmique d'une phase et x_f l'inductance due aux flux de fuite d'une phase de l'enroulement statorique.

La notion d'inductance de fuite de l'enroulement statorique est la même pour une machine synchrone que pour une machine asynchrone (voir par. 12-5). Le flux magnétique de fuite Φ_f est en phase avec le courant d'induit et la F.E.M. de fuite E_f est en retard de $\pi/2$ sur le courant I . L'équation (13-6) et chacune des équations qui seront obtenues par la suite se rapportent à une phase de l'enroulement du stator.

D'après l'expression (13-6) on a construit sur la fig. 13-6 le diagramme vectoriel qui indique aussi, en vertu de l'équation (13-5), la F.E.M. E_0 développée dans l'induit par le flux Φ_0 du rotor (13-4).

La F.E.M. E_a est en retard de $\pi/2$ sur le flux Φ_a de la réaction d'induit, qui l'engendre. La résistance principale que rencontre le flux magnétique de la réaction d'induit étant offerte par l'entrefer, le flux Φ_a est en phase avec le courant statorique I et sa valeur est proportionnelle à l'intensité de ce courant.

De même que la chute de tension inductive développée dans la réactance d'induction due aux flux de fuite, la chute de tension U_a correspondant à la F.E.M. E_a due au flux de la réaction d'induit peut être considérée comme étant égale au produit du courant I par la réactance d'induction x_a due au flux de la réaction d'induit

$$- \dot{E}_a = \dot{U}_a = jx_a \dot{I}. \quad (13-7)$$

La somme des vecteurs de la F.E.M. E et de la chute de tension U_a est égale au vecteur de la F.E.M. E_0 induite dans une phase du stator par le flux du rotor en l'absence de réaction d'induit.

Les angles indiqués sur le diagramme vectoriel de la fig. 13-6 sont : l'angle ψ le déphasage entre la F.E.M. E_0 et le courant I et l'angle θ le déphasage entre la F.E.M. E_0 et la tension U .

Les chutes de tension inductives dues aux flux de fuite $U_f = x_f I$ et au flux de la réaction d'induit $U_a = x_a I$ peuvent être remplacées par une chute de tension inductive globale $U_x = U_f + U_a = xI$ où $x = x_f + x_a$ s'appelle *réactance synchrone du stator*.

La résistance ohmique de l'induit est d'ordinaire négligeable par rapport à la réactance synchrone. Par suite des simplifications indiquées, on obtient à partir de la fig. 13-6 un diagramme vectoriel simplifié de l'alternateur synchrone (fig. 13-7). Les vecteurs des flux magnétiques représentés sur ce diagramme simplifié ont le sens suivant.

La chute de tension inductive U_x est déterminée par l'action simultanée du flux de fuite Φ_f et du flux de la réaction d'induit Φ_a . La somme de ces flux

$$\Phi_x = \Phi_f + \Phi_a, \quad (13-8)$$

qui sont en phase, représente le flux magnétique produit par le stator.

Le flux magnétique résultant Φ est égal à la somme géométrique des flux Φ_0 et Φ_x à variations sinusoïdales :

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0 + \dot{\Phi}_x. \quad (13-9)$$

D'après la fig. 13-7, la tension entre les bornes de chaque phase du stator est égale à $\dot{U} = \dot{E}_0 - \dot{U}_x$. La tension U correspond donc au flux magnétique Φ . Au lieu de l'expression (13-9) on pourrait écrire, en tenant compte de (13-4) et de (13-8) : $\dot{\Phi} = \dot{\Phi}' + \dot{\Phi}_f$. Ainsi qu'il résulte du diagramme vectoriel considéré (fig. 13-7),

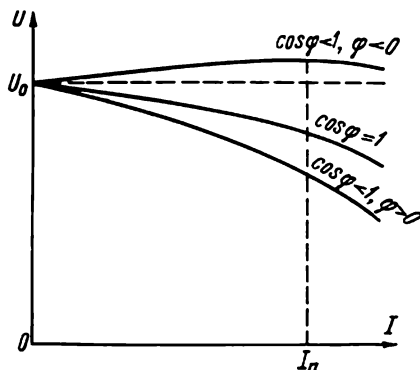


Fig. 13-8. Caractéristiques externes d'un alternateur synchrone

le flux magnétique Φ_0 émanant des pôles du rotor est en avance de l'angle θ sur le flux magnétique résultant Φ de la machine, ce qui correspond à un décalage angulaire dans l'espace des pôles du rotor en avant par rapport aux pôles du flux résultant de la machine. Ce décalage étant égal à θ exprimé en unités d'angle électrique. Le décalage en avant des pôles du rotor par rapport aux pôles du champ magnétique résultant est une propriété caractéristique de la machine synchrone fonctionnant en alternateur.

En utilisant le diagramme vectoriel représenté sur la fig. 13-7, on peut construire des courbes traduisant la variation de la tension U de la machine en fonction de l'intensité I du courant dans l'induit (du courant de charge) pour une même valeur du courant d'excitation : $I_{exc} = \text{const}$, c'est-à-dire pour une valeur constante de E_0 . Chacune de ces courbes (fig. 13-8) se rapporte au cas où $\cos \varphi$ demeure constant lorsque la charge (le courant débité) varie. La construction des *caractéristiques externes* de l'alternateur synchrone est analogue à celle des caractéristiques en charge d'un transformateur d'après son diagramme vectoriel simplifié. La variation relative de tension de l'alternateur pour le courant nominal I_{nom} s'exprime par :

$$\Delta U\% = \frac{U_0 - U_{nom}}{U_{nom}} \cdot 100\%,$$

où U est la tension en marche à vide, U_{nom} la tension pour le courant nominal.

A cause de la réaction d'induit la variation de tension est relativement élevée, elle peut atteindre des dizaines de p. cent. La tension peut être rendue plus stable si simultanément avec la variation de l'impédance de charge et donc du courant I , on fait varier le flux magnétique Φ_0 du rotor, en réglant la valeur du courant d'excitation I_{exc} de la machine.

13-5. Couple moteur d'une machine synchrone

La puissance électrique fournie par un alternateur synchrone triphasé débitant dans une charge équilibrée a pour expression :

$$P = 3UI \cos \varphi, \quad (13-10)$$

où U et I sont des valeurs efficaces de la tension simple et du courant en ligne.

La puissance mécanique fournie à l'alternateur par le moteur qui l'entraîne a pour valeur

$$P_{\text{mec}} = \omega_r M, \quad (13-11)$$

où M est le couple résistant à la rotation du rotor, ω_r la vitesse angulaire du rotor.

Cette puissance est transformée, déduction faite des pertes dans l'alternateur, en puissance électrique.

En négligeant en première approximation les pertes dans la machine et en égalant la puissance électrique et la puissance mécanique, nous déduisons de (13-10) et (13-11) l'expression du couple surmonté par le moteur d'entraînement :

$$M = \frac{3UI \cos \varphi}{\omega_r}. \quad (13-12)$$

Dans le cas considéré où la machine fonctionne en alternateur, le couple qu'elle développe s'oppose à la rotation du rotor et est donc un couple de freinage. Or, la formule (13-12) est également valable pour le cas où la machine fonctionne en moteur, mais dans ce dernier cas le couple M devient un couple moteur (le moteur synchrone sera étudié plus loin).

Du diagramme vectoriel représenté sur la fig. 13-9 il résulte que

$$U_x \cos \varphi = E_0 \sin \theta$$

ou bien

$$I \cos \varphi = \frac{E_0 \sin \theta}{x}. \quad (13-13)$$

Compte tenu de (13-2), nous obtenons pour la vitesse angulaire du rotor :

$$\omega_r = 2\pi n_0/60 = 2\pi f/p = \omega/p, \text{ rd/s}, \quad (13-14)$$

où $\omega = 2\pi f$ est la pulsation du courant alternatif.

En portant (13-13) et (13-14) dans (13-12), nous obtenons

$$M = 3 \frac{P}{\omega} \frac{UE_0}{x} \sin \theta \quad (13-15)$$

ou encore

$$M = M_{\max} \sin \theta, \quad (13-15a)$$

où le couple maximal a pour expression

$$M_{\max} = 3 \frac{P}{\omega} \frac{UE_0}{x} = 3 \frac{P}{\omega} UI_{cc}, \quad (13-16)$$

I_{cc} étant le courant de court-circuit de l'alternateur qui s'établit dans la machine lorsque son enroulement statorique dans lequel est induite la F.E.M. E_0 est mis en court-circuit.

D'après les expressions (13-15) et (13-15a), le couple moteur d'une machine synchrone et sa puissance sont proportionnels au sinus de l'angle θ dont sont décalés les uns par rapport aux autres les axes des pôles du rotor et du champ magnétique résultant de la machine. Le couple moteur peut être exprimé en m.kgf, en divisant par 9,81 l'expression (13-15):

$$M = 3 \frac{P}{9,81\omega} \frac{UE_0}{x} \sin \theta, \text{ m.kgf,}$$

où U et E_0 sont en V, x en ohms et ω en rd/s.

Dans les machines à pôles saillants, la variation du couple moteur en fonction de l'angle θ n'est pas rigoureusement sinusoïdale à cause du couple réactif.

13-6. Couplage d'un alternateur synchrone sur un réseau

Jusqu'ici nous avons étudié les propriétés de l'alternateur synchrone seul, considéré comme une machine isolée. Or, dans la pratique, les centrales à courants alternatifs comportent plusieurs alternateurs synchrones couplés en parallèle et alimentant ensemble un seul et même réseau. A leur tour, les centrales fonctionnent en parallèle dans les réseaux interconnectés.

Considérons le processus de couplage d'un alternateur synchrone sur un réseau déjà alimenté par d'autres alternateurs. Un des schémas possibles de couplage est représenté sur la fig. 13-10, a. Avant le couplage, la vitesse de rotation du rotor de l'alternateur à coupler doit être réglée à une valeur telle que la fréquence de la F.E.M. de l'alternateur soit égale (à la précision des mesures près) à la fré-

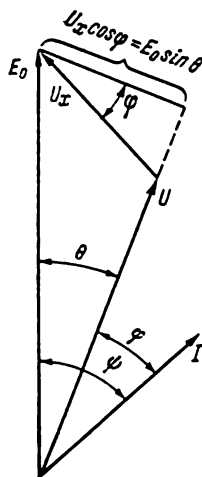


Fig. 13-9. Diagramme vectoriel d'un alternateur synchrone (obtention de l'expression pour le couple moteur d'une machine synchrone)

quence du réseau. Ensuite, en réglant le courant d'excitation de l'alternateur, on obtient l'égalité des tensions de l'alternateur à coupler et du réseau. Le couplage normal d'un alternateur sur un réseau ne peut être réalisé qu'à condition que la tension du réseau et celle de l'alternateur, prises entre deux conducteurs quelconques,

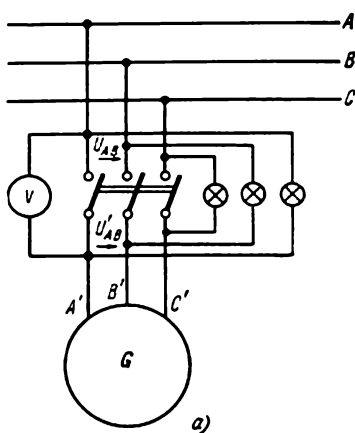
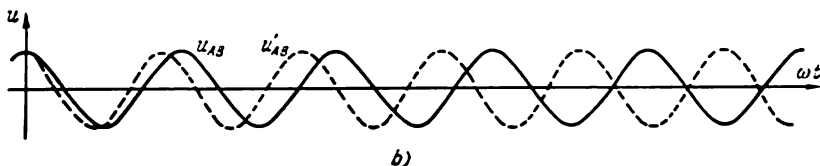


Fig. 13-10. Couplage d'un alternateur synchrone sur un réseau



par exemple, les tensions U_{AB} et U'_{AB} , soient égales en grandeur et se trouvent en phase entre elles, c'est-à-dire agissent l'une à l'encontre de l'autre. Si ces conditions électriques de couplage ne sont pas réalisées, un courant de circulation prend naissance entre le réseau et l'alternateur. Les phases de la tension de l'alternateur et de la tension du réseau ne peuvent être exactement en concordance entre toutes les trois paires de conducteurs que si l'ordre de succession des phases du réseau est le même que celui de l'alternateur.

Déterminons l'instant où il est possible d'enclencher l'alternateur à coupler. La fig. 13-10, b représente les courbes de la tension u_{AB} du réseau et de la tension u'_{AB} de l'alternateur entre les conducteurs A et B. Un instant voisin de l'instant acceptable pour le couplage est indiqué au commencement du graphique. Du fait que leur fréquence est légèrement différente, ces tensions se trouvent périodiquement proches soit de la position de concordance des phases lorsque les tensions agissent l'une à l'encontre de l'autre, soit de la position d'opposition des phases, lorsque les tensions agissent en accord. C'est pourquoi, les trois lampes représentées sur le schéma sont périodiquement soit éteintes (lorsque les tensions de l'alter-

nateur et du réseau sont en phase et agissent l'une à l'encontre de l'autre), soit brillent normalement (lorsque les tensions sont en opposition de phase et agissent en accord). L'instant favorable au couplage se situe au milieu de l'intervalle de temps pendant lequel les lampes sont éteintes. Afin de saisir mieux l'instant favorable au couplage, on peut se servir d'un voltmètre en le branchant en parallèle avec l'une des lampes. Il peut arriver qu'avant l'enclenchement de l'alternateur les lampes s'éteignent et brillent l'une après l'autre et non toutes les trois à la fois. C'est l'indice que l'ordre de succession des phases n'est pas le même pour le réseau et pour l'alternateur. Dans ce dernier cas, il convient de croiser deux quelconques des fils allant de l'alternateur (ou du réseau) à l'interrupteur pour retrouver un montage correct.

En plus du mode de couplage dit à l'extinction, que nous venons de décrire, on emploie aussi un couplage à feux tournants, lorsque deux lampes sur trois sont branchées entre les phases de noms contraires. Comme il sera montré plus loin, après le couplage de l'alternateur sur un réseau déjà alimenté par d'autres alternateurs, l'égalité des fréquences de l'alternateur et du réseau sera maintenue automatiquement. Le processus de couplage d'un alternateur sur un réseau peut être automatisé.

13-7. Fonctionnement des machines synchrones couplées sur un réseau

Après l'exécution des manœuvres de couplage, l'alternateur fonctionne en parallèle avec le réseau. En règle générale, c'est un réseau interconnecté dont la puissance est infiniment plus grande que celle de la machine donnée, de sorte que la tension et la fréquence du réseau ne dépendent pas du fonctionnement d'une machine considérée isolément. Passons en revue les causes qui déterminent la marche en synchronisme de l'alternateur en cas de fluctuations de sa charge et d'accélération aux ralentissements occasionnels de son rotor. Pour simplifier les raisonnements, la machine sera supposée sans pertes. Considérons d'abord le cas de fonctionnement sans charge (la marche à vide) lorsque la machine ne reçoit aucune énergie mécanique de son moteur d'entraînement et son couple résistant est nul. La tension U d'une machine synchrone est égale en grandeur à la tension U_r du réseau pour la machine donnée, mais de sens opposé. Cette conclusion découle de l'équation de la deuxième loi de Kirchhoff écrite pour une portion du circuit statorique comprise entre les deux points de branchement du stator sur le réseau :

$$jx\dot{I} = \dot{E}_0 + \dot{U}_r.$$

De cette équation il vient :

$$\dot{E}_0 - jx\dot{I} = -\dot{U}_r.$$

Le diagramme vectoriel simplifié de l'alternateur (voir fig. 13-7) permet d'obtenir la relation suivante :

$$\dot{E}_0 - jx\dot{I} = \dot{E}_0 - \dot{U}_x = \dot{U}.$$

On a donc $\dot{U} = -\dot{U}_x$. Les vecteurs de ces deux tensions sont construits sur les fig. 13-11, *a* et 13-11, *b* pour deux cas : $E_0 > U_r$ et $E_0 < U_r$, c'est-à-dire pour le fonctionnement de la machine synchrone respectivement en *régime de surexcitation* et en *régime de sous-excitation*. Rappelons que la valeur de la F.E.M. E_0 dépend du courant d'excitation de la machine.

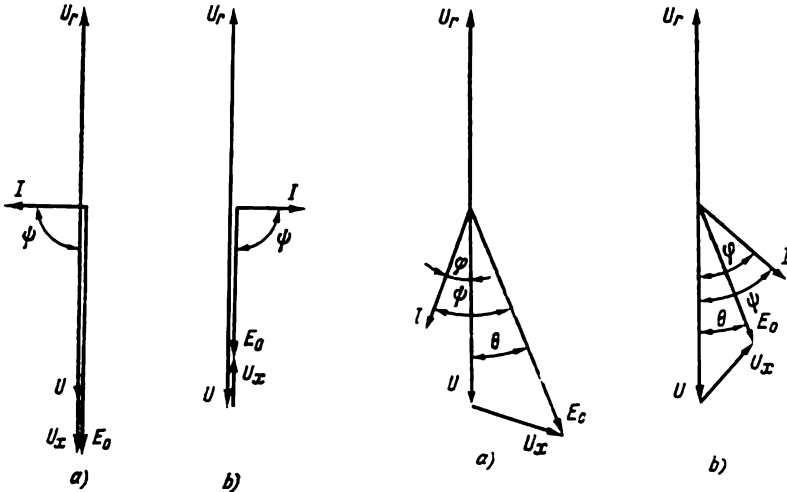


Fig. 13-11. Diagrammes vectoriels d'une machine synchrone en marche à vide

Fig. 13-12. Diagrammes vectoriels d'une machine synchrone pour $\theta > 0$

La différence entre la F.E.M. E_0 de la machine et sa tension est égale à la chute de tension inductive U_x (si l'on néglige la chute ohmique dans l'enroulement statorique) :

$$\dot{E}_0 - \dot{U} = \dot{U}_x = jx\dot{I}.$$

Etant donné que par hypothèse la machine ne fournit et n'absorbe aucune énergie électrique, le vecteur du courant I dans l'induit est perpendiculaire aux vecteurs des tensions U et U_r , alors que la chute de tension xI dans la réactance synchrone est soit en phase soit en opposition de phase avec la tension U .

En cas de surexcitation de la machine, lorsque $E_0 > U_r$ (fig. 13-11, *a*) il apparaît un courant réactif I qui présente par rapport au réseau un déphasage avant et par rapport à la machine considérée un déphasage arrière et constitue donc un courant démagnétisant. La F.E.M. E_0 , déduction faite de la chute de tension xI , compense

la tension du réseau. Lorsque la machine est sous-excité, c'est-à-dire pour $E_0 < U_r$ (fig. 13-11, b), le courant réactif I qui prend naissance présente un déphasage en arrière par rapport au réseau et en avant par rapport à la machine, en constituant donc un courant qui renforce le flux magnétique de la machine. La F.E.M. E_0 s'ajoute à la chute de tension xI , en compensant la tension du réseau. Le comportement de la machine synchrone est pareil dans le premier cas à celui d'un condensateur qui fait apparaître dans le réseau un courant qui est en avance sur la tension et, dans le deuxième cas, à celui d'une inductance qui fait naître dans le réseau un courant qui est en retard sur la tension.

Supposons maintenant que l'alternateur subit un accroissement de vitesse, ne serait-ce que de courte durée. Dans ce cas, le vecteur de la F.E.M. E_0 se décale dans le sens d'avance. La somme des vecteurs de la tension U_r et de la F.E.M. E_0 est égale au vecteur de la chute de tension dans la réactance synchrone (fig. 13-12). En notation symbolique nous pouvons écrire :

$$\dot{E}_0 + \dot{U}_r = jx\dot{I} = \dot{U}_x \quad \text{et} \quad \dot{I} = -j \frac{\dot{E}_0 + \dot{U}_r}{x} = -j \frac{\dot{U}_x}{x}.$$

Le courant est en retard de 90° sur la tension U_x , alors que du diagramme de la fig. 13-12 il résulte que le cosinus de l'angle φ entre les vecteurs de la tension U de la machine et du courant I a une valeur non nulle et positive. Cela signifie que la machine synchrone commence à fonctionner en alternateur et fournit au réseau une puissance égale à $3UI\cos\varphi$. Le couple résistant qui en résulte assure le freinage du rotor jusqu'à la vitesse précédente.

Supposons maintenant que le rotor subit un ralentissement de courte durée. Dans ce dernier cas, le vecteur de la F.E.M. E_0 se décale en retard (fig. 13-13). Un raisonnement analogue à celui du cas précédent permet de se convain-

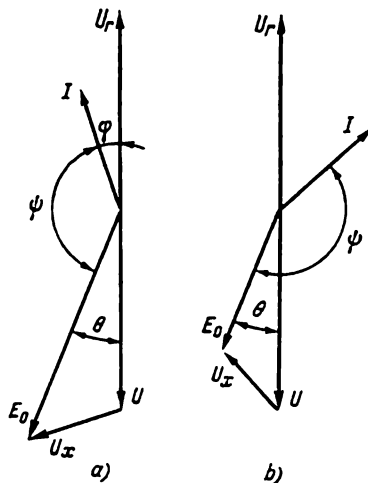


Fig. 13-13. Diagrammes vectoriels d'une machine synchrone pour $\theta < 0$

cre que dans ce cas $\cos(\widehat{U, I}) < 0$ et que la puissance $3UI\cos\varphi$ devient négative. Cela signifie que la machine ne fournit pas mais absorbe de l'énergie électrique au réseau, c'est-à-dire qu'elle se met à fonctionner comme moteur. Le couple moteur qui apparaît dans la machine accélère le rotor en rétablissant la vitesse de synchronisme si bien que la machine reprend sa marche à vide.

Il en résulte que la vitesse synchrone de rotation du rotor sera maintenue indépendamment des variations occasionnelles de vitesse dans un sens ou dans l'autre. Ce phénomène a lieu non seulement pendant le fonctionnement à vide auquel correspond le diagramme de la fig. 13-11 mais également au cours de la marche en charge de la machine. Les conclusions obtenues sont valables non seulement en cas de surexcitation de la machine, c'est-à-dire pour $E_0 > U_r$ (fig. 13-12, *a* et 13-13, *a*), mais aussi en cas de sa sous-excitation, c'est-à-dire pour $E_0 < U_r$ (fig. 13-12, *b* et 13-13, *b*), en d'autres termes, pour n'importe quelle valeur du courant d'excitation.

Considérons maintenant les conditions qui déterminent le fonctionnement d'une machine synchrone comme génératrice en charge. Pour faire passer la machine à la marche en génératrice et augmenter la puissance fournie par l'alternateur, il est nécessaire de lui transmettre de l'énergie mécanique depuis son moteur d'entraînement, en agissant sur le régulateur d'admission de celui-ci. Si l'alternateur est accouplé à une turbine à vapeur, par exemple, il convient d'augmenter le débit de vapeur. L'énergie fournie par le moteur d'entraînement provoque une accélération du rotor et une augmentation correspondante de l'angle θ . Dans le diagramme vectoriel de la machine (fig. 13-11), le vecteur E_0 commencera à se déplacer dans le sens de rotation des vecteurs, comme il a été déjà indiqué sur la fig. 13-12. Ce déplacement se produira jusqu'à ce que la puissance fournie par la machine au réseau ne devienne égale à la puissance qui lui vient de son moteur d'entraînement. Dans ces conditions, à la marche stable de la machine correspondront les diagrammes de la fig. 13-12 et le rotor tournera à la vitesse de synchronisme.

Les écarts de la vitesse du rotor par rapport à la vitesse de synchronisme sont immédiatement supprimés grâce à l'apparition des phénomènes analogues à ceux qui interviennent en cas des écarts à la vitesse synchrone lors de la marche à vide. Au régime considéré, lorsque l'alternateur fournit de l'énergie au réseau, un couple résistant apparaît sur son arbre. En régime permanent, ce couple résistant est compensé par le couple moteur de la machine d'entraînement (13-15a):

$$M = M_{\max} \sin \theta.$$

La courbe traduisant cette dernière relation s'appelle *caractéristique angulaire* de la machine synchrone; sur la fig. 13-14 elle est donnée pour $0 \leq \theta \leq \pi$.

La puissance électromagnétique transmise du rotor au stator est déterminée par le produit $P_{\text{ém}} = \omega_r M$ (voir par. 12-5). Puisque $\omega_r = \text{const}$, la puissance électromagnétique est proportionnelle au couple développé par la machine. C'est pourquoi, la puissance $P_{\text{ém}}$ est déterminée en tant que fonction de l'angle θ par la caractéristique angulaire, de même que le couple de la machine. Rappelons que lorsqu'on néglige les pertes dans la machine, la puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ est égale à la puissance mécanique P_{mec} donnée par la formule (13-11).

Le fonctionnement de l'alternateur dans le cas où le couple résistant qu'il développe compense le couple du moteur d'entraînement n'est possible que si le couple moteur transmis à l'alternateur par la machine motrice, déduction faite du couple correspondant aux pertes, n'est pas supérieur à $M_{\max}$ et que l'angle $\theta < \pi/2$. Sinon, le couple résistant de l'alternateur devient inférieur au couple moteur de la machine motrice, le rotor de l'alternateur subit une

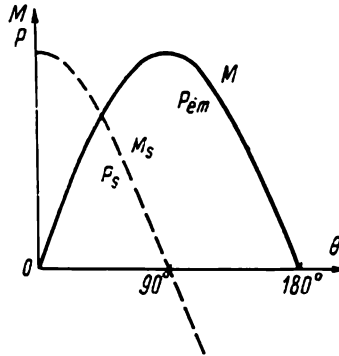


Fig. 13-14. Caractéristiques angulaires d'un alternateur synchrone

accélération et sa rotation à la vitesse de synchronisme ne peut plus être maintenue. L'alternateur s'écarte du synchronisme ou, comme on dit, « décroche » et doit être immédiatement découplé du réseau et arrêté, car le courant dans l'induit prend une valeur excessive inadmissible et certains autres phénomènes dangereux apparaissent.

L'aptitude de la machine à garder le synchronisme pour une charge donnée, c'est-à-dire à fonctionner normalement pour une valeur donnée de l'angle θ , est caractérisée par la vitesse de croissance du couple moteur avec l'augmentation de l'angle θ , vitesse qui a lieu au point correspondant de la courbe caractéristique angulaire. Cette grandeur ayant pour expression

$$M_s = dM/d\theta = M_{\max} \cos \theta \quad (13-17)$$

est désignée sous le nom de *couple synchronisant spécifique* (représenté en traits interrompus sur la fig. 13-14). Lorsque la machine fonctionne en régime permanent avec un certain angle θ , un faible écart $\Delta\theta$ par rapport à cette valeur fait apparaître un couple

$$\Delta M = \frac{dM}{d\theta} \Delta\theta = M_s \Delta\theta,$$

qui tend à rétablir la valeur initiale de l'angle θ . Ce couple porte le nom de *couple synchronisant*. D'une manière analogue, on introduit les notions de *puissance synchronisante spécifique*:

$$P_s = dP_{ém}/d\theta \quad (13-18)$$

et de puissance synchronisante :

$$\Delta P = \frac{dP_{em}}{d\theta} \Delta\theta = P_s \Delta\theta.$$

Les couples synchronisants spécifiques et la puissance synchronisante spécifique diminuent lorsque la charge de l'alternateur augmente, c'est-à-dire lorsque l'angle θ croît. Pour $\theta = \pi/2$, ces grandeurs s'annulent. Aussi, le fonctionnement stable de l'alternateur n'est-il possible que pour $\theta < \pi/2$. La valeur de cet angle correspondant à la charge nominale θ_{nom} est d'ordinaire choisie dans les limites de 20 à 30°, ce qui procure une marge de stabilité en couple qui est deux fois et même plus inférieure à la limite admissible.

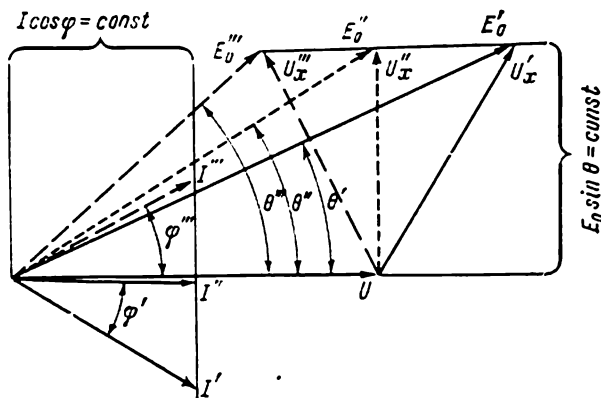


Fig. 13-15. Diagramme vectoriel d'un alternateur synchrone pour différents courants et une puissance constante

En vertu de l'expression (13-15), le couple moteur maximal et la capacité de surcharge d'une machine synchrone augmentent avec l'augmentation de E_0 , c'est-à-dire avec l'augmentation du courant d'excitation et en régime de surexcitation. En règle générale, les machines synchrones fonctionnent justement en surexcitation (voir plus loin par. 13-8 à 13-10). La puissance fournie au réseau par un alternateur est déterminée par la puissance qu'il reçoit de son moteur d'entraînement, elle est indépendante du courant d'excitation de l'alternateur. Cependant, la valeur absolue et le déphasage du courant débité par l'alternateur dépendent de son courant d'excitation.

La fig. 13-15 représente le diagramme vectoriel d'un alternateur fonctionnant en parallèle avec un réseau. Ce diagramme est construit pour trois valeurs différentes du courant d'excitation, à la valeur maximale de ce courant correspond la F.E.M. E_0' et à la valeur minimale la F.E.M. E_0'' . Nous supposons que la puissance de la machine motrice et, par conséquent, la puissance fournie par l'alternateur au réseau est constante. Dans ces conditions, en tenant

compte du fait que la tension entre les bornes de l'alternateur est aussi constante $\dot{U} = -\dot{U}_r = \text{const}$, nous déduisons des expressions (13-10) et (13-13): $I \cos \varphi = \text{const}$ et $E_0 \sin \theta = \text{const}$. Ces deux égalités ont été prises en considération lors de la construction du diagramme vectoriel de la fig. 13-15.

L'examen de ce diagramme montre qu'en surexcitation, lorsque $E_0 > U$, le courant I est en retard sur la tension U de l'alternateur alors qu'en sous-excitation lorsque $E_0 < U$, le courant I est en

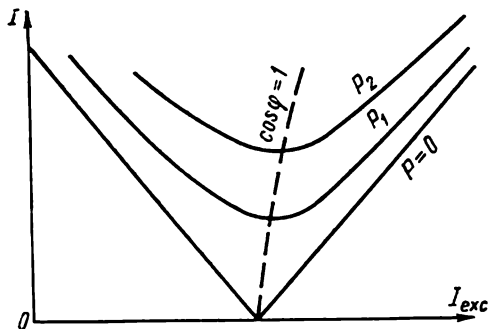


Fig. 13-16. Courbes en V d'un alternateur synchrone

avance sur la tension U . Le courant est déphasé en arrière par rapport à la tension du réseau $\dot{U}_r = -\dot{U}$ lorsque la machine est sous-excité et en avant lorsqu'elle est surexcitée. L'examen de ce diagramme permet également de conclure que le courant I débité par l'alternateur dépend de son courant d'excitation bien que la puissance de l'alternateur soit constante. Pour une puissance donnée, la valeur minimale du courant $I = I''$ est obtenue pour $\varphi = \varphi'' = 0$, on a alors $E_0 = E''_0 > U$, c'est-à-dire on est en présence d'une certaine surexcitation de l'alternateur.

Si l'on construit un diagramme vectoriel analogue pour une autre valeur, plus élevée, de la puissance de l'alternateur (lorsque les valeurs de $I \cos \varphi$ et de $E_0 \sin \theta$ seront aussi plus élevées), on peut se convaincre que le courant I dans l'induit de la machine prendra sa valeur minimale pour un courant d'excitation un peu supérieur que dans le cas précédent.

En continuant ces raisonnements, nous pouvons construire un réseau de courbes en V de l'alternateur synchrone (fig. 13-16). Chacune de ces courbes donne la variation du courant I de l'alternateur en fonction du courant d'excitation pour une puissance P maintenue constante. Sur la fig. 13-16 ces courbes sont construites pour trois valeurs de la puissance $P = 0$, $P_1 > 0$ et $P_2 > P_1$. Les points où le courant de l'alternateur passe par un minimum sur chacune des courbes en V correspondent aux cas de $\varphi = 0$ ou $\cos \varphi = 1$; ces points sont joints par une ligne en traits interrompus. Les branches

des courbes en V, situées à gauche de la courbe en traits interrompus déterminent des courants qui sont en arrière sur la tension du réseau et en avant sur la tension de l'alternateur, c'est-à-dire des courants qui viennent renforcer le champ inducteur de l'alternateur, alors que les branches se trouvant à droite de la courbe en traits interrompus donnent des courants qui sont en avance sur la tension du réseau et en retard sur la tension de l'alternateur et viennent donc affaiblir le champ inducteur de l'alternateur.

13-8. Machine synchrone fonctionnant en moteur

Considérons comment une machine synchrone fonctionnant en alternateur peut se mettre à fonctionner comme moteur. Lorsqu'une machine fonctionne en génératrice, son arbre est accouplé à l'arbre du moteur d'entraînement. La machine motrice fournit à la machine synchrone de l'énergie mécanique, les pôles du rotor sont en avance sur le champ tournant d'un angle θ , tout se passe comme si le rotor entraînait le champ tournant. La F.E.M. E_0 est en avance sur la tension U (fig. 13-12). Supposons maintenant que l'arbre de la machine synchrone en rotation soit rapidement découplé du moteur d'entraînement et accouplé à l'arbre d'une machine-outil ou d'un autre mécanisme récepteur d'énergie mécanique. Avant la suppression de la liaison mécanique entre le rotor de la machine et son moteur d'entraînement, le fonctionnement de la machine synchrone était déterminé par les diagrammes vectoriels de la fig. 13-12 sur lesquels on voit que la F.E.M. E_0 de l'alternateur est en avance sur sa tension U .

Etant découplée de son moteur d'entraînement et couplée à un mécanisme récepteur d'énergie mécanique, la machine synchrone subit un ralentissement de courte durée sous l'effet du couple résistant. En même temps, le vecteur de la F.E.M. E_0 commence à se décaler en arrière, c'est-à-dire dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à sa position représentée sur la fig. 13-12. Il se produit le passage au régime décrit par les diagrammes de la fig. 13-13 lorsque le vecteur de la F.E.M. E_0 se trouve en retard d'un angle θ par rapport au vecteur de la tension U de la machine. Cela signifie que les pôles du rotor sont en retard sur le champ tournant et que c'est maintenant le champ tournant qui « entraîne » le rotor. La machine commence donc à absorber de l'énergie électrique au réseau et à la transformer en énergie mécanique ou, en d'autres termes, elle se met à fonctionner comme moteur. Le couple développé par la machine et donné par la formule (13-15a): $M = M_{\max} \sin \theta$, devient négatif (l'angle θ change de signe). Etant donné que pour le sens positif a été adopté le sens du couple développé par l'alternateur, c'est-à-dire celui du couple résistant, le changement de signe signifie que le couple résistant est devenu le couple moteur. La vitesse de la machine qui fonctionne en moteur est automatiquement maintenue

égale à la vitesse de synchronisme grâce aux mêmes phénomènes que lors de son fonctionnement en génératrice.

L'équilibre dynamique entre le couple résistant et le couple moteur développé par un moteur synchrone n'est possible qu'à condition que le couple résistant ne soit pas supérieur au maximum de couple moteur $M_{\max}$ qu'une machine synchrone est capable de développer. Dans le cas contraire, l'équilibre entre les couples sera impossible à réaliser, la vitesse de rotation du rotor ne pourra être

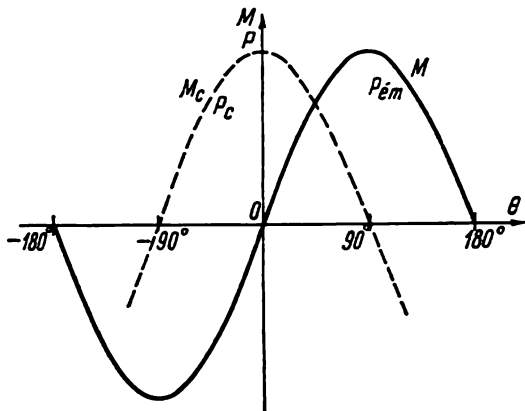


Fig. 13-17. Caractéristiques angulaires d'une machine synchrone

maintenue au niveau de la vitesse de synchronisme, et la machine s'écartera du synchronisme ou, comme on le dit, se décrochera. Sa vitesse de rotation commencera à diminuer, alors que le courant et le couple moteur présenteront des oscillations inadmissibles; dans ces conditions le moteur devra être immédiatement débranché du réseau d'alimentation.

Pratiquement, une machine synchrone ne peut fonctionner comme moteur que si le couple résistant est inférieur au maximum de couple moteur $M_{\max}$. Pour une charge nominale l'angle θ est d'ordinaire réglé dans les limites de 20 à 30°. Dans ces conditions, le couple nominal M_{nom} du moteur ne dépasse pas 0,5 $M_{\max}$. Ces valeurs sont analogues à celles indiquées plus haut pour l'alternateur.

La fig. 13-17 donne les courbes caractéristiques angulaires d'une machine synchrone construites à l'instar de la fig. 13-14, conformément aux formules (13-15a), (13-17) et (13-18) pour $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$. Le domaine des angles θ positifs se rapporte au fonctionnement de la machine en alternateur et le domaine des angles θ négatifs à sa marche en moteur.

La fig. 13-18 représente la caractéristique mécanique d'un moteur synchrone. On l'appelle souvent caractéristique *rigoureusement shunt* parce que la vitesse du moteur est indépendante du couple résistant et est égale à la vitesse de synchronisme n_0 .

Les diagrammes vectoriels d'un moteur synchrone sont généralement construits comme il est montré sur la fig. 13-19. La construction est réalisée à l'exemple de la fig. 13-13, mais le vecteur U n'est

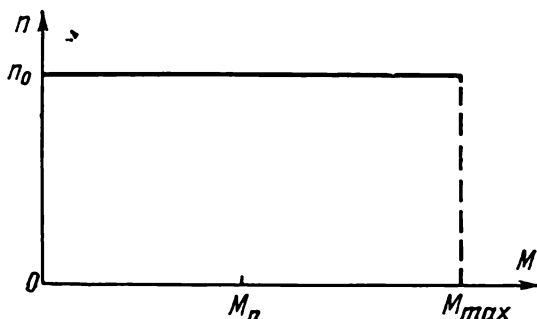


Fig. 13-18. Caractéristique mécanique d'un moteur synchrone

pas représenté. A la différence du diagramme vectoriel d'un alternateur représenté sur la fig. 13-7, le vecteur de la F.E.M. du moteur est en retard sur le vecteur de la tension appliquée entre ses bornes

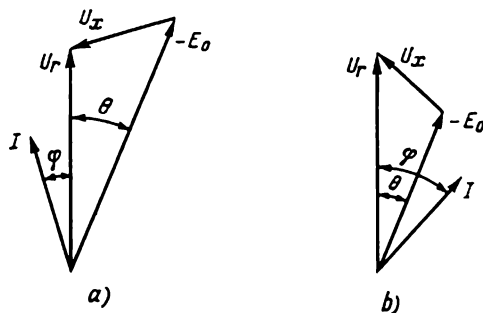


Fig. 13-19. Diagrammes vectoriels d'un moteur synchrone

(voir par. 13-4 et 13-8). Comme cela a été fait précédemment, les diagrammes sont construits pour deux cas : surexcitation (fig. 13-19, a) et sous-excitation (fig. 13-19, b). Le moteur fonctionne avec un déphasage du courant I par rapport à la tension du réseau U_r qui est en avant en surexcitation et en arrière en sous-excitation.

Au point de vue du travail mécanique à effectuer, le régime d'excitation de la machine est absolument indifférent étant donné que dans les deux cas le moteur peut assurer le couple exigé. Pourtant, du point de vue énergétique, le régime d'excitation prend une importance pratique particulièrement grande parce qu'il détermine, de même que dans le cas d'un alternateur, la grandeur et le déphasage du courant I . On peut s'en assurer facilement en comparant les diagrammes a et b de la fig. 13-19 ou les courbes en V du moteur syn-

chrone dont la construction est analogue à celle des courbes en V d'un alternateur synchrone.

Pour un moteur synchrone fonctionnant isolément, il serait le plus préférable de choisir un courant d'excitation pour lequel la puissance mécanique requise serait obtenue avec le minimum de courant de travail I ($\varphi = 0$). On suppose que le moteur possède dans ce cas une capacité de surcharge suffisante. Dans la pratique, les moteurs synchrones sont branchés sur un réseau qui alimente en même temps d'autres récepteurs. La majeure partie de la charge du réseau est constituée le plus souvent par les moteurs asynchrones qui absorbent toujours un courant déphasé en arrière sur la tension du réseau. Aussi est-il raisonnable de faire fonctionner les moteurs synchrones avec des courants qui présentent un déphasage avant par rapport à la tension du réseau pour que leurs composantes réactives puissent compenser, au moins partiellement, les composantes réactives déphasées en arrière du courant des moteurs asynchrones. Avec un tel mode de compensation le courant total emprunté au réseau par tous les récepteurs sera moins élevé qu'en l'absence de moteurs synchrones.

Cette aptitude des moteurs synchrones à fonctionner avec un courant déphasé en avant sur la tension du réseau est très précieuse. Elle est mise au profit pour améliorer le facteur de puissance ($\cos \varphi$) des consommateurs distincts et de l'ensemble du réseau.

13-9. Mise en route et principales caractéristiques de fonctionnement des moteurs synchrones

La mise en route d'un moteur synchrone d'exécution habituelle ne peut pas être réalisée par la connexion sous sa tension normale.

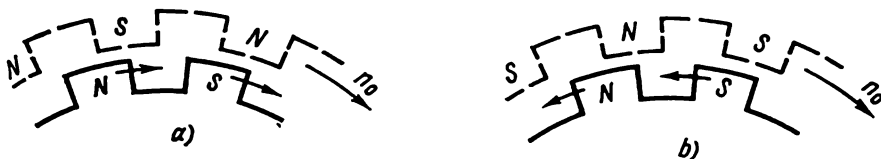


Fig. 13-20. Interaction entre les pôles lors du démarrage d'un moteur synchrone

Après le branchement sur le réseau d'alimentation le rotor du moteur ne démarre pas. Supposons qu'à l'instant de branchement du moteur sur le réseau la position relative des pôles du rotor (représentés en traits continus) et du champ magnétique du stator (ses pôles sont indiqués en pointillé) correspond à la fig. 13-20, *a*. Puisque les pôles de noms contraires tendent à se placer en regard l'un de l'autre, il apparaît un couple qui s'exerce sur le rotor de la part du stator et agit dans le sens des aiguilles d'une montre. Au bout d'une demi-période du courant alternatif alimentant le stator, le champ du stator tournera d'un intervalle polaire, ce qui signifie que les pôles du

champ du stator changeront de place. Quant au rotor, il restera pendant ce temps pratiquement immobile à cause de l'inertie mécanique, de sorte que la position relative des pôles du rotor et du champ du stator sera celle représentée sur la fig. 13-20, *b*. Dans ce dernier cas, le couple agissant sur le rotor de la part du stator sera dirigé en sens inverse des aiguilles d'une montre. Le rotor restera donc immobile parce qu'il sera soumis à l'action des coups périodiques de courte durée agissant tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre.

Le démarrage d'un moteur synchrone n'est possible qu'à condition que son rotor soit au préalable entraîné en rotation à une vitesse égale à la vitesse de synchronisme ou voisine d'elle. Cet entraînement du rotor peut être réalisé, par exemple, à l'aide d'un autre moteur quelconque. Actuellement, ces moteurs auxiliaires de mise en vitesse sont peu utilisés parce qu'ils accroissent le coût de l'installation de moteur synchrone et augmentent son encombrement.

Le procédé le plus utilisé à l'heure actuelle pour les moteurs synchrones est le démarrage direct en moteur asynchrone. A cet effet, le moteur synchrone est muni d'un enroulement en court-circuit pareil à la cage d'écureuil d'un moteur asynchrone.

Au cours du démarrage, avant le branchement du stator du moteur sur le réseau triphasé, l'enroulement d'excitation, c'est-à-dire l'enroulement rotorique, est fermé sur une résistance, mais sans faire passer un courant continu dans cet enroulement. Puis on branche l'enroulement du stator sur le réseau d'alimentation et un champ magnétique tournant est produit. Ce champ induit des courants dans la cage de démarrage du rotor.

Le couple moteur qui en résulte fait tourner le moteur qui atteint une certaine vitesse fixe n . Tout se passe de la même manière que lors du démarrage d'un moteur asynchrone si bien que la vitesse n se trouve voisine de la vitesse de synchronisme n_0 , c'est-à-dire de la vitesse de rotation du champ, tout en étant de quelques p. cent inférieure à elle. L'enroulement d'excitation est ensuite débranché de la résistance et branché sur une source à courant continu.

Il en résulte un couple d'interaction entre le champ tournant du stator et les pôles du rotor, couple habituel à une machine synchrone, de sorte que la machine s'accroche sur le réseau et son rotor commence à tourner en synchronisme avec le champ magnétique tournant. Le schéma du démarrage en asynchrone d'un moteur synchrone est représenté sur la fig. 13-21.

Pour réduire la pointe du courant en démarrage dans le cas des moteurs synchrones de grande puissance, on utilise en règle générale le démarrage au moyen d'un autotransformateur ou des réactances mises en série avec l'enroulement statorique. Le démarrage direct n'est utilisé que pour des moteurs ayant une puissance relativement peu élevée, à savoir jusqu'à quelques centaines de kilowatts. A la différence de la cage utilisée dans une machine asynchrone, la cage de démarrage d'un moteur synchrone n'est prévue que pour un fonc-

tionnement de courte durée pendant le démarrage et de ce fait présente un poids relativement petit.

Lorsque le rotor commence à tourner à la vitesse de synchronisme, c'est-à-dire en l'absence de glissement, la cage de démarrage n'est parcourue par aucun courant et ne participe donc pas au fonctionnement ultérieur de la machine. Des exceptions s'observent à des instants où la machine subit des à-coups de courte durée dus aux variations de charge. Ces à-coups donnent naissance aux courants dans l'enroulement asynchrone et au couple qui s'oppose aux variations de vitesse. La fermeture de l'enroulement d'excitation sur une résistance au début du démarrage est réalisée pour que le champ tournant ne puisse produire dans l'enroulement rotorique à l'arrêt une F.E.M. élevée, dangereuse pour l'isolation de la machine. En outre, étant fermée sur une résistance ohmique, l'enroulement rotorique fonctionne comme un enroulement asynchrone complémentaire et développe donc un couple complémentaire au décollage.

Les moteurs synchrones sont de construction moins simple que les moteurs asynchrones à cage d'écureuil parce que la constitution de leur rotor est notablement plus compliquée. Le moteur synchrone exige une source de courant continu. Le démarrage des moteurs synchrones est sensiblement plus délicat à réaliser que celui des moteurs asynchrones, il comporte plusieurs opérations et demande des appareils de démarrage et de réglage plus complexes. A ces inconvénients il convient d'opposer certains avantages des moteurs synchrones et avant tout leur possibilité de fonctionner avec n'importe quel facteur de puissance qu'on peut faire varier, indépendamment du couple résistant sur l'arbre, en réglant le courant d'excitation. C'est ainsi que les moteurs synchrones permettent d'améliorer le facteur de puissance des utilisateurs d'énergie électrique.

Un autre avantage des moteurs synchrones est que leur couple maximal est proportionnel, comme le montre la formule (13-16), à la tension du réseau alors que le couple maximal des moteurs asynchrones varie, d'après la formule (12-50), comme le carré de cette tension. Cela signifie que dans les conditions habituelles des fluctuations de la tension du réseau en cas de variations de sa charge, le couple d'un moteur synchrone sera plus stable que celui d'un moteur asynchrone.

La confrontation des avantages et des inconvénients des moteurs synchrones montre qu'il est raisonnable d'utiliser ces machines dans des installations de grande puissance, à partir de 50 ou 100 kW envi-

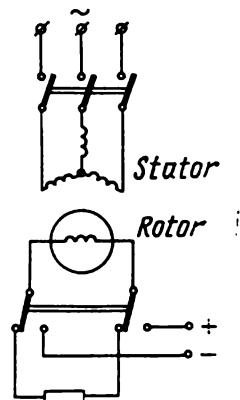


Fig. 13-21. Schéma du démarrage en asynchrone d'un moteur synchrone

ron et surtout dans des installations à démarrages peu fréquents.

Comme exemple de telles installations on peut citer les compresseurs de grande puissance et les convertisseurs rotatifs de courant alternatif en courant continu.

13-10. Compensateurs synchrones

L'aptitude de la machine synchrone à provoquer dans le réseau d'alimentation un courant déphasé en avant et à servir de générateur de puissance réactive s'est avérée si précieuse qu'on a commencé à employer largement des machines synchrones spécialement destinées à fonctionner en moteurs tournant à vide dans le but de fournir de la puissance réactive au réseau d'alimentation et de relever donc le facteur de puissance de ce réseau. Ces machines qui sont connues sous le nom de compensateurs synchrones, fonctionnent généralement en surexcitation, en provoquant un courant déphasé d'un angle voisin de $\pi/2$ en avant par rapport à la tension du réseau. Il en résulte une compensation de la composante réactive du courant absorbé par d'autres récepteurs.

L'emploi de compensateurs synchrones permet de réduire l'intensité du courant résultant dans le réseau d'alimentation. L'énergie consommée par les compensateurs synchrones est peu élevée étant donné que les pertes de puissance dans ces machines ne dépassent pas 2 à 3 % de leur puissance nominale. La puissance nominale des compensateurs synchrones est déterminée par la valeur de la puissance totale exprimée en kilovoltampères. Par comparaison aux batteries de condensateurs qui provoquent elles aussi un courant déphasé en avant et sont donc utilisées pour l'amélioration du facteur de puissance du réseau, les compensateurs synchrones destinés à la même puissance sont moins chers et moins encombrants. Par contre, les pertes de puissance sont plus grandes dans les compensateurs synchrones que dans les condensateurs.

La construction des compensateurs synchrones présente quelques particularités par rapport à celle des autres machines synchrones. Les compensateurs synchrones se caractérisent par une réalisation mécanique plus légère parce qu'ils ne fournissent aucun effort mécanique et une section plus élevée des conducteurs de l'enroulement d'excitation qui est prévu pour un service continu en surexcitation. La mise en marche des compensateurs synchrones est effectuée de la même manière que celle des moteurs synchrones usuels.

13-11. Pertes d'énergie et rendement des machines synchrones

Les pertes d'énergie dans les machines synchrones peuvent se répartir en trois groupes suivants: 1) les pertes dans les enroulements statorique et rotorique; 2) les pertes dans le fer (ces pertes ne se produisent pratiquement que dans le stator vu que le rotor

tourne en synchronisme avec le flux magnétique et ne subit donc pas de renversement d'aimantation); 3) les pertes mécaniques (pertes par frottement des tourillons dans les paliers, pertes par frottement dans les contacts glissants, c'est-à-dire entre les bagues et les balais, et pertes de ventilation, par frottement des parties tournantes contre l'air).

En outre, la machine synchrone donne lieu à des pertes supplémentaires dues aux pulsations du flux magnétique lors de son passage à travers les encoches du stator, aux courants de Foucault induits dans certaines parties de la machine et à d'autres causes. Des pertes se produisent aussi dans la source à courant continu qui alimente l'enroulement d'excitation.

Si p désigne la somme de toutes les pertes de puissance, l'expression du rendement d'une machine synchrone triphasée peut s'écrire sous la forme:

pour un alternateur:

$$\eta = \frac{\sqrt{3} UI \cos \varphi}{\sqrt{3} UI \cos \varphi + p};$$

pour un moteur

$$\eta = \frac{\sqrt{3} UI \cos \varphi - p}{\sqrt{3} UI \cos \varphi},$$

où U et I sont les valeurs efficaces de la tension composée et de l'intensité en ligne.

Le rendement des machines synchrones, de même que celui des autres machines électriques, est fonction de leur charge. La courbe traduisant la variation du rendement d'une machine synchrone en fonction du rapport de la puissance réelle à la puissance nominale présente à peu près la même allure que celle de la courbe correspondante d'une machine asynchrone (voir courbe $\eta = f(P/P_{\text{nom}})$ de la fig. 12-31). Le maximum de rendement correspond à des charges voisines de la charge nominale. Il est de l'ordre de 88 à 92 % pour les machines de moyenne puissance et de 96 à 99 % pour les grosses machines.

13-12. Réalisation pratique des machines synchrones

Actuellement, l'industrie soviétique construit les alternateurs, les moteurs et les compensateurs synchrones de divers types dans une large gamme de puissance. Parmi les alternateurs synchrones, il existe des turbo-alternateurs et des alternateurs hydrauliques de puissance unique destinés à la réalisation des plans grandioses de l'électrification de l'U.R.S.S.

Les puissances maximales des turbo-alternateurs et des alternateurs hydrauliques soviétiques atteignent 500 MVA et s'élèveront dans le plus proche avenir jusqu'à 800 MVA. Les turbo-alternateurs sont réalisés à axe horizontal, c'est-à-dire que l'arbre de l'alternateur

teur est disposé horizontalement de même que l'arbre de la turbine à vapeur auquel il est directement accouplé. Pour les gros alternateurs hydrauliques on adopte la disposition à axe vertical : l'arbre vertical de l'alternateur est accouplé à l'arbre vertical de la turbine hydraulique. Les turbines hydrauliques sont placées au-dessous de la salle des machines abritant les alternateurs hydrauliques. La hauteur de chaque groupe hydro-électrique comprenant une turbine et un alternateur peut atteindre celle d'un bâtiment à plusieurs étages.

L'industrie soviétique produit également des compensateurs synchrones d'une puissance jusqu'à $150 \cdot 10^3$ kvar.

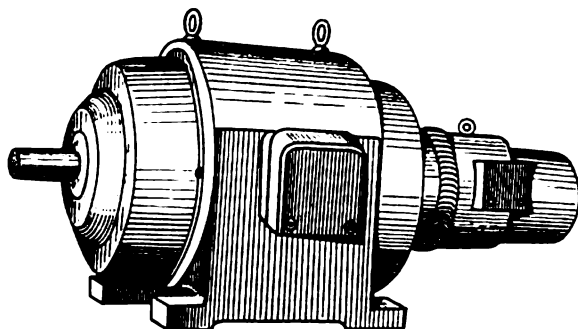


Fig. 13-22. Moteur synchrone triphasé horizontal de type semi-protégé

Les moteurs synchrones triphasés sont fabriqués pour diverses puissances jusqu'à 22 MW. Ces moteurs, de même que les moteurs asynchrones, peuvent être de divers types suivant le degré de protection contre les agents extérieurs (machine ouverte, machine semi-protégée, machine fermée, etc.).

L'industrie fabrique des moteurs synchrones destinés aussi bien aux usages courants qu'aux usages spéciaux. Normalement, ils sont à axe horizontal, mais on fabrique aussi des moteurs synchrones pour la disposition à axe vertical.

La fig. 13-22 montre, à titre d'exemple, un moteur synchrone triphasé à axe horizontal du type semi-protégé, comportant une excitatrice fixée en porte-à-faux (partie cylindrique allongée de la carcasse, étirée le long du bout de droite de l'arbre).

MACHINES À COURANT CONTINU

14-1. Généralités. Principe de fonctionnement

Dans les machines à courant continu d'exécution ordinaire, un rotor de forme cylindrique appelé *induit*, porte un enroulement et tourne dans un champ magnétique fixe (fig. 14-1). Les F.E.M. induites dans les spires de l'enroulement d'induit étant alternatives, pour obtenir un courant i de sens constant dans la charge d'utilisation r , on a recours à l'artifice du *collecteur* qui est constitué par

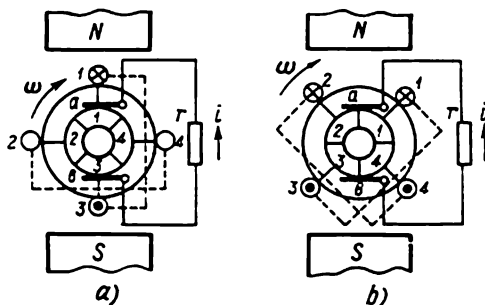


Fig. 14-1. Génératrice à courant continu la plus simple à deux spires et quatre lames de collecteur

un certain nombre de lames en cuivre isolées les unes des autres et serrées ensemble de façon à constituer un bloc cylindrique sur lequel frottent les balais $a-b$. La nécessité d'un collecteur est une particularité caractéristique des machines à courant continu. Aux lames du collecteur sont connectées les entrées et les sorties de l'enroulement d'induit. Les côtés des spires se trouvant par delà du plan de la figure sont montrés en pointillés.

Dans la position représentée sur la fig. 14-1, a , la F.E.M. agissant entre les balais aura sa valeur maximale, parce que les côtés 1-3 de la spire coupent perpendiculairement les lignes de champ magnétique. Au cours de la rotation ultérieure, cette F.E.M. commencera à décroître. Lorsque l'induit tournera de 45° (fig. 14-1, b), les balais passeront des lames 1-3 du collecteur sur les lames 2-4 et se trouveront reliés à la spire suivante. La F.E.M. induite dans

cette spire commencera par croître jusqu'à sa valeur maximale après quoi elle décroîtra jusqu'à l'instant où les balais passeront de nouveau sur les lames 3-1 et la F.E.M. recommencera à croître et ainsi de suite. La croissance et la décroissance de la F.E.M. se produisent pendant un temps correspondant à la rotation de l'induit d'un angle

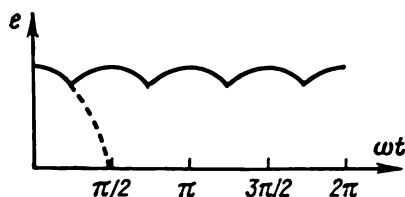


Fig. 14-2. F.E.M. d'une génératrice comportant quatre lames au collecteur

égal à $\pi/2$ (fig. 14-2), au cours de laquelle chaque balais est en contact avec une seule et même lame de collecteur. L'ondulation de la F.E.M. (et du courant) est préjudiciable au bon fonctionnement tant

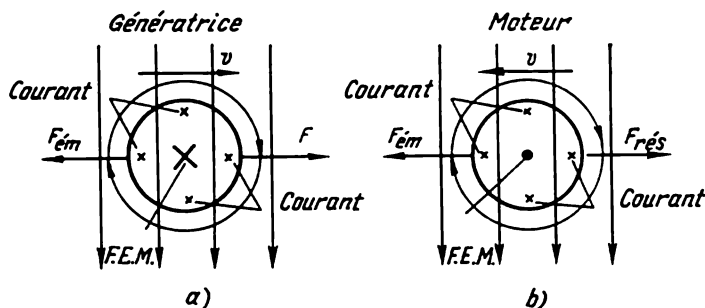


Fig. 14-3. F.E.M., courants et forces mécaniques dans le conducteur de l'enroulement d'induit d'une génératrice et d'un moteur à courant continu

des appareils récepteurs que de la génératrice elle-même. Pour réduire cette ondulation, on augmente le nombre de spires dans lesquelles sont induites les F.E.M. et respectivement le nombre de lames du collecteur.

En vertu du principe de réversibilité des machines électromagnétiques, toute machine à courant continu peut fonctionner soit en générateur, soit en moteur. Dans tous les cas, les conducteurs de l'enroulement d'induit traversent les lignes de champ et sont le siège des F.E.M. induites. Les conducteurs parcourus par un courant électrique et se trouvant dans un champ magnétique sont en même temps soumis à l'action des forces électromagnétiques.

Lorsque la machine à courant continu fonctionne en *générateur*, elle transforme l'énergie mécanique, qui est appliquée à son arbre par le moteur d'entraînement, en énergie électrique, qui est con-

sommée par le récepteur branché entre ses bornes. L'effort mécanique développé par le moteur d'entraînement (fig. 14-3, *a*) met en rotation les conducteurs de l'induit à une vitesse v . La F.E.M. E induite engendre un courant I du même sens et doit donc compenser la chute de tension dans l'enroulement d'induit et dans la résistance de charge :

$$E = U + Ir_{\text{ind}}, \quad (14-1)$$

où U est la tension entre les bornes de la génératrice ou du récepteur ; r_{ind} la résistance du circuit d'induit.

La force électromagnétique $F_{\text{ém}}$ qui s'exerce sur les conducteurs parcourus par un courant s'oppose à l'effort F développé par le moteur d'entraînement. En régime établi, à une vitesse constante, ces forces sont égales l'une à l'autre :

$$F = F_{\text{ém}}.$$

La puissance mécanique fournie par le moteur d'entraînement :

$$P_{\text{mec}} = Fv = F_{\text{ém}}v = P_{\text{ém}} \quad (14-2)$$

est transformée en puissance électromagnétique $P_{\text{ém}}$ développée par la génératrice. Une certaine partie de la puissance électromagnétique est dépensée pour l'échauffement de l'enroulement d'induit et le reste, la majeure partie, constitue la puissance électrique $P_{\text{él}}$ consommée par le récepteur ($P_{\text{él}} = UI$) :

$$P_{\text{ém}} = EI = (U + Ir_{\text{ind}}) I = P_{\text{él}} + I^2 r_{\text{ind}}. \quad (14-3)$$

Dans la machine fonctionnant *en moteur*, le passage du courant dans l'enroulement d'induit est déterminé par la tension d'alimentation U dont le sens coïncide avec le sens du courant (fig. 14-3, *b*). Les conducteurs parcourus par un courant sont sollicités par une force électromagnétique $F_{\text{ém}}$ qui met en rotation l'induit de la machine à une vitesse v . Pour le même sens de courant que dans la génératrice, le moteur tournera dans le sens opposé à la rotation de la génératrice. La F.E.M. qui prend naissance dans les conducteurs lorsqu'ils traversent les lignes de champ magnétique, s'avère opposée au courant et par conséquent à la tension U qui doit compenser cette F.E.M. et la chute de tension dans l'enroulement d'induit :

$$U = E + Ir_{\text{ind}}. \quad (14-4)$$

A vitesse constante, la force électromagnétique doit surmonter la force $F_{\text{rés}}$ de résistance sur l'arbre du moteur. La puissance électrique que le moteur absorbe au réseau d'alimentation :

$$P_{\text{él}} = UI = EI + I^2 r_{\text{ind}} = P_{\text{ém}} + I^2 r_{\text{ind}} \quad (14-5)$$

est dépensée en partie pour l'échauffement de l'enroulement d'induit. La partie restante de cette puissance représente la puissance électromagnétique qui est égale à la puissance mécanique développée par

le moteur sur son arbre :

$$P_{\text{ém}} = EI = F_{\text{ém}}v = F_{\text{rés}}v = P_{\text{méc}}. \quad (14-6)$$

Les expressions obtenues peuvent être réunies comme suit :

$$\left. \begin{aligned} P_{\text{méc}} &= P_{\text{él}} \pm I^2 r_{\text{ind}} ; \\ E &= U \pm I r_{\text{ind}}, \end{aligned} \right\} \quad (14-7)$$

(le signe plus est pris pour la génératrice et le signe moins pour le moteur).

14-2. Construction des machines à courant continu

La machine à courant continu comprend essentiellement une partie fixe ou *inducteur* portant les pôles magnétiques et une partie mobile ou *induit* (fig. 14-4). La *carcasse* de la machine comporte des pattes ou des brides permettant son installation et sa fixation. Sur la carcasse sont boulonnés les *pôles principaux* avec l'*enroulement inducteur* qui développe le champ magnétique principal de la machine. La carcasse est soit coulée en fonte soit faite en acier. Pour réduire les pertes par courants de Foucault, les pôles principaux sont faits de tôles magnétiques empilées. La surface du pôle principal orientée vers l'induit est développée de manière à constituer un *épanouissement polaire* dont la forme est choisie de manière à obtenir la répartition souhaitée de l'induction magnétique le long de la circonférence de l'induit. A la carcasse sont également fixés des *pôles auxiliaires* ou de commutation placés entre les pôles principaux et destinés à supprimer les étincelles qui tendent à se produire entre les balais et les lames du collecteur. Les machines de petite puissance sont parfois construites sans pôles de commutation.

Dans les machines de petite et moyenne puissance, la carcasse (bâti) porte des *flasques* servant de support aux *paliers* à billes ou à roulets, dans lesquels tourne l'arbre de l'induit. Dans les grosses machines, les *paliers à glissement* sont installés séparément de la carcasse, sur la plaque de fondation.

L'induit de la machine subit au cours de la rotation un renversement d'aimantation, de sorte que pour réduire les pertes par hystérésis, l'armature de l'induit est constituée par un empilage de tôles magnétiques isolées les unes des autres (GOST 802-58). Les tôles de l'induit (fig. 14-5) sont encochées par estampage pour le logement de l'enroulement et, dans les machines de moyenne et de grande puissance, elles présentent encore des canaux de ventilation permettant d'améliorer leur refroidissement. Les tôles empilées constituant l'armature de l'induit sont serrées longitudinalement entre deux plateaux calés sur l'arbre. Entre la surface de l'induit et celle des pôles principaux est aménagé un *entrefer*.

L'*enroulement d'induit* est généralement constitué par des *sections* exécutées sur des gabarits spéciaux ou sur des machines spé-

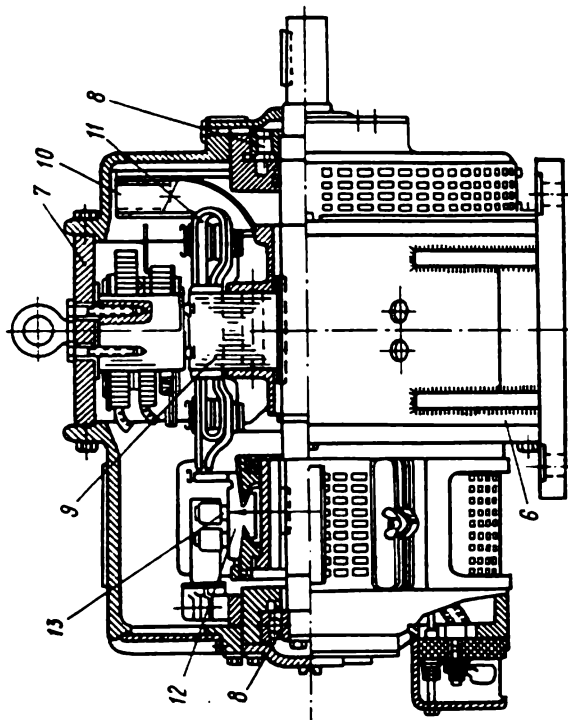
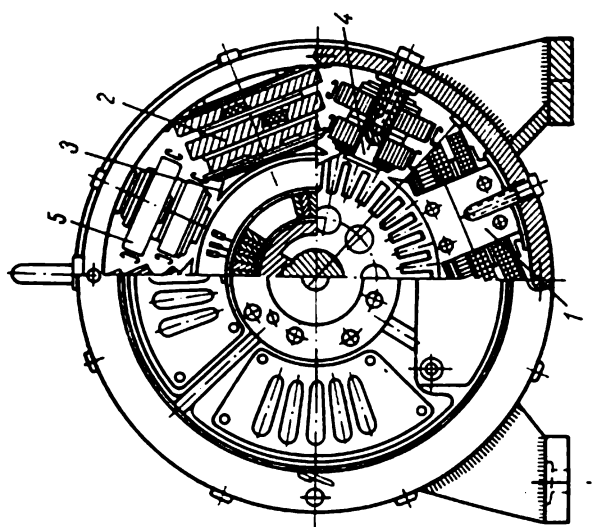


Fig. 14-4. Construction d'une machine à courant continu de la série III:

1, noyau du pôle principal; 2, bobine du pôle principal; 3, épanouissement polaire; 4, noyau du pôle auxiliaire; 5, bobine du pôle auxiliaire; 6, carcasse; 7, culasse; 8, palier; 9, noyau d'induit; 10, enroulement d'induit; 11, ventilateur; 12, collecteur; 13, bûtes

ciales. Les sections de l'enroulement sont fixées dans les encoches au moyen de *clavettes* en bois ou autre isolant rigide. Pour protéger les connexions frontales appelées têtes de bobine de l'enroulement d'induit contre les forces centrifuges, on les retient par un frettage en fil d'acier. Les enroulements de la machine sont imprégnés aux

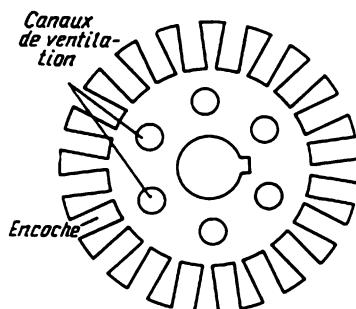


Fig. 14-5. Tôle magnétique de l'induit

verniss isolants et aux compounds en vue d'améliorer l'évacuation de chaleur, d'élever les propriétés isolantes et de conférer aux enroulements une rigidité mécanique complémentaire.

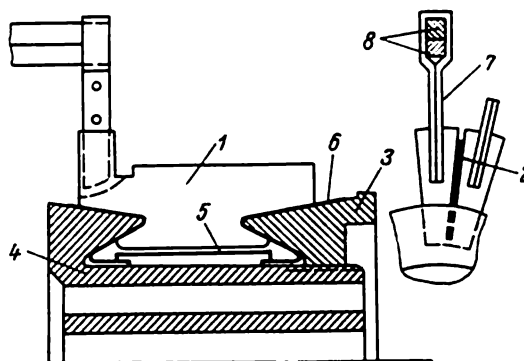


Fig. 14-6. Collecteur d'une machine à courant continu:

1, lame; 2, micanite; 3, manchon conique de serrage; 4, douille; 5, cylindre en micanite; 6, capotes en micanite; 7, ailette de connexion; 8, extrémités des sections de l'enroulement d'induit

Le *collecteur* (fig. 14-6) est constitué par une série de lames en cuivre, dont la section est un trapèze, portant chacune une partie saillante découpée en queue d'aronde et appelée queue de raccordement. Les lames du collecteur sont isolées entre elles par des feuilles de mica ou micanite et sont retenues par des manchons coniques de serrage. Les lames sont également isolées de la douille du collecteur par un cylindre en micanite, et des manchons de serrage par des capotes en micanite. La douille du collecteur est emmanchée sur

l'arbre de la machine. La queue de raccordement de chaque lame présente une fente dans laquelle sont soudées, pour les petites machines, les extrémités de deux sections consécutives de l'enroulement d'induit. Dans les machines de moyenne et de grande puissance les sections de l'enroulement sont connectées aux lames du collecteur par l'intermédiaire d'une lame radiale en cuivre de petite longueur appelée jonction au collecteur ou ailette. Le collecteur est un organe essentiel et le plus délicat de la machine à courant continu.

La prise de courant (dans le cas des génératrices) et l'amenée de courant (dans le cas des moteurs) au collecteur tournant sont obtenues au moyen des *balais* couissant dans des cages ou porte-balais. Les ressorts de porte-balais assurent un serrage continu des balais contre la surface du collecteur. Les porte-balais sont placés sur des tiges fixées dans une couronne spéciale dont la position est réglable dans de petites limites, ce qui permet d'ajuster en service le meilleur calage possible pour les balais. Les balais reçoivent, par sertissage, des tresses métalliques terminées par des cosses qui sont reliées aux barres collectrices de courant auxquelles aboutissent les connexions venant des bornes de la machine. Dans les grosses machines comportant un grand nombre de balais, les balais sont placés sur des goussets rigides spéciaux. Dans les petites machines, les porte-balais sont souvent fixés directement sur la carcasse de la machine. Pour améliorer le refroidissement de la machine, on place sur son arbre, généralement du côté opposé au collecteur, un ventilateur du type centrifuge.

14-3. Enroulement d'induit

Tous les conducteurs de l'enroulement d'induit logés dans les encoches sont actifs, c'est-à-dire qu'ils participent tous à la production de la F.E.M. Les encoches des grosses machines sont *ouvertes*

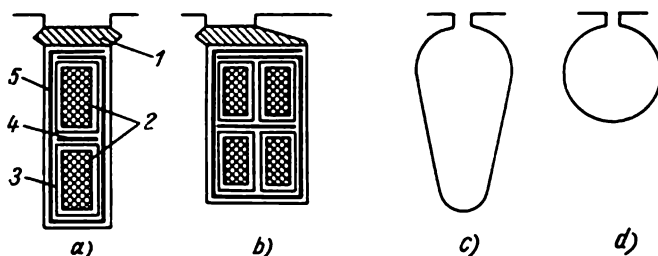


Fig. 14-7. Encoches de l'induit d'une machine à courant continu: *a*, ouverte; *b*, demi-ouverte; *c* et *d*, demi-fermée

1, coin; 2, conducteurs; 3, isolant de couche; 4, isolant entre couches; 5, isolant d'encoche

à parois parallèles (fig. 14-7, *a*), alors que dans les petites et moyennes machines on pratique des encoches *demi-ouvertes* (fig. 14-7, *b*) et des encoches *demi-fermées* (fig. 14-7, *c* et *d*).

Les extrémités des sections constituant l'enroulement d'induit sont connectées aux lames du collecteur. Chaque section a deux portions actives appelées demi-sections ou faisceaux. Les faisceaux d'une section sont logés dans les différentes encoches de manière que l'un d'eux se trouve dans la couche supérieure et l'autre est placé sur le fond de l'encoche. On a dans ce cas un enroulement à *deux couches*. Une seule couche peut comprendre plusieurs sections réparties suivant la largeur de l'encoche. On dit dans ce cas que l'encoche réelle renferme plusieurs encoches élémentaires. Pour que les F.E.M.

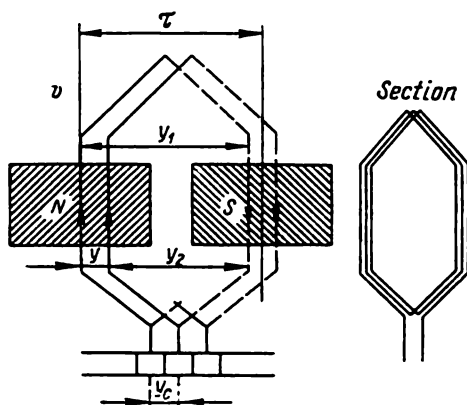


Fig. 14-8. Principe de construction d'un enroulement imbriqué simple (les pôles sont placés sous l'enroulement)

induites dans les faisceaux des sections s'ajoutent, les faisceaux de chaque section sont placés sous des pôles de noms contraires, à une distance sensiblement égale au *pas polaire* (l'arc de la circonférence de l'induit entre les axes de deux pôles consécutifs). Le pas polaire peut être exprimé par le nombre d'encoches élémentaires

$$\tau = Z_{\text{élem}} / (2p), \quad (14-8)$$

où $Z_{\text{élem}} = uZ$ est le nombre d'encoches élémentaires; u le nombre de sections suivant la largeur de l'encoche; Z le nombre d'encoches réelles; p le nombre de paires de pôles de la machine.

La fig. 14-8 illustre le principe de construction d'un enroulement dont les sections forment des boucles et qui est donc appelé *enroulement parallèle simple*, ou enroulement imbriqué simple ou encore enroulement bouclé simple.

La distance entre le faisceau d'entrée et le faisceau de sortie d'une même section est désignée sous le nom de *premier pas partiel* ou de pas arrière y_1 . Dans les encoches élémentaires ce pas a pour valeur:

$$y_1 = \tau \pm \varepsilon = \frac{Z_{\text{élem}}}{2p} \pm \varepsilon. \quad (14-9)$$

La petite quantité ε s'ajoute au pas y_1 ou s'en retranche étant donné que le pas y_1 doit être égale à un nombre entier. On n'emploie que des enroulements à pas raccourci ($y_1 < \tau$) parce qu'ils permettent de réaliser une certaine économie de cuivre.

La distance entre le faisceau de sortie d'une section et le faisceau d'entrée de la section suivante porte le nom de *deuxième pas partiel* ou de pas avant y_2 . Enfin, la distance entre les faisceaux d'entrée de deux sections consécutives donne le *pas résultant* y . Dans un enroulement imbriqué simple, les faisceaux d'entrée des sections sont décalés l'un par rapport à l'autre d'une encoche élémentaire (fig. 14-8), si bien qu'on a les relations suivantes :

$$y = y_1 - y_2; y = 1. \quad (14-10)$$

On désigne la distance entre les points de connexion au collecteur des entrées de deux sections consécutives sous le nom de *pas au collecteur* y_c et on l'exprime par le nombre d'intervalles au collecteur. Pour un enroulement imbriqué simple on a

$$y_c = y = 1. \quad (14-11)$$

Comme il a été déjà dit, chaque section possède deux portions actives (faisceaux) et occupe une encoche élémentaire. Le nombre de sections S est donc égal au nombre d'encoches élémentaires. La sortie d'une section et l'entrée de la section suivante sont connectées sur une même lame du collecteur de sorte que le nombre total K de lames doit être égale au nombre de sections :

$$K = S = Z_{\text{élé}}. \quad (14-12)$$

La F.E.M. induite entre les balais est composée des F.E.M. produites dans les sections distinctes dont le nombre est le même entre chaque paire de balais consécutifs. Les balais de même polarité sont réunis ensemble et reliés aux bornes de sortie de la machine. Le nombre total de balais et de dérivation (ou de voies d'enroulement) de l'enroulement imbriqué simple se trouve égal au nombre de pôles :

$$2a = 2p, \quad (14-13)$$

où a est le nombre de paires de voies de l'enroulement d'induit.

Sur l'induit d'une machine à courant continu on peut placer plusieurs enroulements imbriqués simples fermés dont les sections alternent les unes avec les autres. Un tel enroulement porte le nom d'*enroulement imbriqué multiple*, tandis que le nombre d'enroulements imbriqués simples qui le composent s'appelle le rang de cet enroulement.

En connectant entre elles les sections de l'enroulement d'induit, on peut faire le deuxième pas partiel dans le même sens que le premier pas partiel, comme il est indiqué sur la fig. 14-9. L'enroulement qui en résulte porte le nom d'*enroulement série* où d'enroulement ondulé. Pour un tel enroulement les relations suivantes sont

évidentes :

$$y = y_1 + y_2 = y_c. \quad (14-14)$$

Le pas résultant est choisi de manière qu'après avoir parcouru la périphérie de l'induit une fois, on devra commencer le deuxième

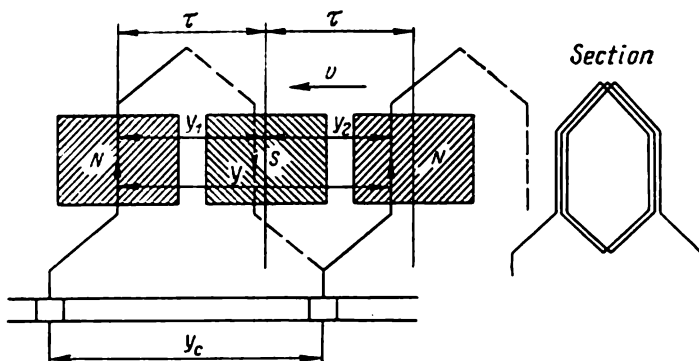


Fig. 14-9. Principe de construction d'un enroulement ondulé simple (les pôles sont placés sous l'enroulement)

tour à partir de la section consécutive de la première section, qui se trouve à gauche d'elle :

$$y = \frac{Z_{\text{élé}} - 1}{2p}. \quad (14-15)$$

L'enroulement ondulé simple ne possède que deux dérivations ou voies d'enroulement quel que soit le nombre de pôles de la machine :

$$2a = 2. \quad (14-16)$$

Un enroulement ondulé multiple est obtenu en plaçant sur l'induit m enroulements ondulés simples; le nombre de voies d'enroulement est dans ce cas m fois plus élevé.

Les enroulements en série simples ne sont employés dans les petites machines. Pour les grosses machines on utilise généralement les enroulements imbriqués simples et les enroulements multiples.

14-4. F.E.M. produite dans l'enroulement d'induit. Couple électromagnétique

L'allure type de la courbe de distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer au-dessus d'un pôle est illustrée à la fig. 14-10. Au-delà des épanouissements polaires, l'induction décroît brusquement pour s'annuler au milieu entre les pôles. Le flux émanant d'un

pôle dans l'entrefer est donné par :

$$\Phi_0 = \int B ds = \int_{x=0}^{\tau} B l dx,$$

l étant la longueur du pôle.

Dans les limites d'un pas polaire la valeur moyenne de l'induction magnétique dans l'entrefer B_{moy} a pour expression

$$B_{\text{moy}} = \frac{1}{\tau} \int_{x=0}^{\tau} B dx.$$

Ces expressions permettent de déduire :

$$\Phi_0 = B_{\text{moy}} l \tau. \quad (14-17)$$

La valeur moyenne de la F.E.M. induite dans un conducteur de l'enroulement d'induit, qui se déplace à la vitesse linéaire v , est égale à

$$E_{\text{moy}} = B_{\text{moy}} l v = \frac{v}{\tau} \Phi_0.$$

Si le nombre total de conducteurs de l'induit est égal à N , chaque dérivation ou voie d'enroulement comprend $N/(2a)$ conducteurs

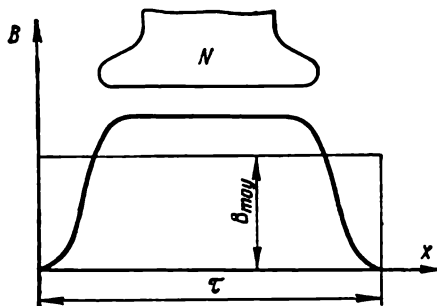


Fig. 14-10. Répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer sous un pôle

connectés en série. C'est pourquoi la F.E.M. de la machine a pour expression

$$E = \frac{N}{2a} E_{\text{moy}} = \frac{N}{2a} \frac{v}{\tau} \Phi_0.$$

La vitesse linéaire v et le pas polaire τ peuvent être exprimés par le diamètre D de l'induit :

$$v = \frac{\pi D n}{60}; \quad \tau = \frac{\pi D}{2p}; \quad (14-18)$$

où n est le nombre de tours de l'induit par minute.

Compte tenu de ces relations, nous obtenons

$$E = \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \Phi_0, \text{ en V.} \quad (14-19)$$

Dans une machine confectionnée donnée, les valeurs de p , N et a sont constantes, de sorte que nous pouvons écrire :

$$\text{où} \quad \left. \begin{aligned} E &= c_e n \Phi_0, \\ c_e &= \frac{PN}{60a}. \end{aligned} \right\} \quad (14-20)$$

Le courant i_a dans n'importe quel conducteur de l'enroulement d'induit est égal au courant dans une voie d'enroulement :

$$i_a = \frac{I}{2a}, \quad (14-21)$$

où I est le courant consommé par le moteur ou débité par la génératrice.

La valeur moyenne de la force électromagnétique qui s'exerce sur un conducteur s'exprime par :

$$f_{\text{moy}} = B_{\text{moy}} l i_a.$$

Le couple électromagnétique développé par tous les conducteurs de l'enroulement d'induit est :

$$M_{\text{ém}} = f_{\text{moy}} N \frac{D}{2} = B_{\text{moy}} l i_a N \frac{D}{2} = \frac{PN}{2\pi a} \Phi_0 I, \text{ en m} \cdot \text{N.} \quad (14-22)$$

Si les grandeurs intervenant dans cette formule sont exprimées en unités S.I., le couple électromagnétique est obtenu en mètres-newtons ($\text{m} \cdot \text{N}$). Le couple électromagnétique est d'ordinaire exprimé en mètres-kilogrammes force :

$$M_{\text{ém}} = \frac{1}{2\pi 9,81} \frac{PN}{a} \Phi_0 I, \text{ m} \cdot \text{kgf.} \quad (14-23)$$

L'expression du couple électromagnétique d'une machine donnée peut s'écrire sous une forme plus simple

$$\text{où} \quad \left. \begin{aligned} M_{\text{ém}} &= c_m \Phi_0 I, \\ c_m &= \frac{1}{2\pi 9,81} \cdot \frac{PN}{a}. \end{aligned} \right\} \quad (14-24)$$

La comparaison des constantes c_e et c_m donne :

$$c_e/c_m = 9,81 \pi/30 = 1,027. \quad (14-25)$$

14-5. Réaction d'induit

Lorsqu'une machine à courant continu fonctionne en charge, la force magnétomotrice de l'induit, développée par les courants dans son enroulement, s'exerce sur le champ magnétique des pôles inducteurs. Ce phénomène appelé *réaction magnétique de l'induit*

se traduit généralement par un affaiblissement du flux magnétique utile de la machine.

La fig. 14-11 représente le champ produit par les pôles principaux en l'absence de courant dans l'enroulement de l'induit ($I = 0$). La fig. 14-12 donne l'image du champ de l'induit en l'absence de courant dans l'enroulement d'excitation ($I_{\text{exc}} = 0$), lorsque l'induit est alimenté depuis une source indépendante. L'axe du champ

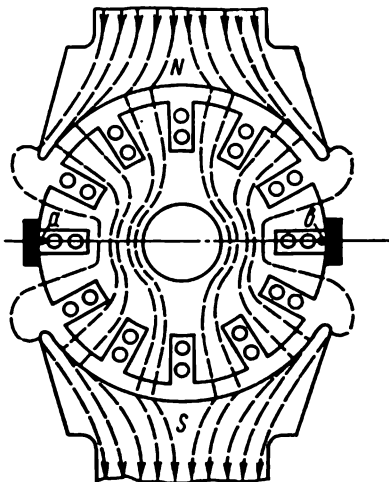


Fig. 14-11. Champ magnétique produit par l'enroulement d'excitation

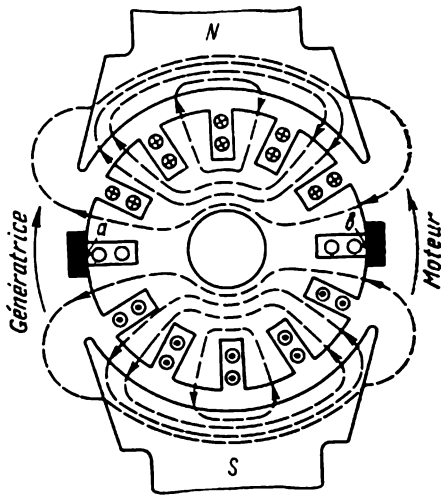


Fig. 14-12. Champ magnétique de l'induit

de l'induit coïncide avec la ligne sur laquelle sont placés les balais. Lorsque les balais sont calés sous un angle de 90° par rapport à l'axe des pôles (c'est-à-dire sur la ligne neutre théorique), le champ magnétique de l'induit est orienté perpendiculairement à l'axe des pôles. Un tel champ porte le nom de *champ transversal*.

Pour simplifier, nous avons représenté sur la fig. 14-11 et nous représenterons par la suite les balais comme étant superposés directement sur les conducteurs de l'enroulement d'induit et non sur les lames du collecteur qui leur sont reliées et disposées sous un angle de 90° par rapport à des conducteurs correspondants.

Lorsque la machine fonctionne en charge, l'action simultanée de la force magnétomotrice de l'enroulement d'excitation et de la force magnétomotrice de l'induit produit un champ résultant représenté sur la fig. 14-13. Dans une génératrice, le champ de l'induit magnétise la corne de sortie et démagnétise la corne d'entrée de chaque pôle. Dans le cas d'un moteur, la situation est inverse : le champ d'induit démagnétise la corne de sortie et magnétise la corne d'entrée du pôle. Cette modification du champ des pôles principaux se traduit par un déplacement d'un angle β que subit la ligne neutre

magnétique, c'est-à-dire la droite reliant les points a et b dans lesquels l'induction magnétique est nulle. Dans une génératrice, la ligne neutre magnétique est décalée en avant, dans le sens de rotation de l'induit, et dans un moteur, en sens inverse. Les balais d'une machine peuvent être calés sur une ligne qui ne coïncide ni avec la ligne neutre magnétique (L.N.M), ni avec la ligne neutre théorique (L.N.T) (fig. 14-13). La F.M.M. de l'induit F_a , orientée suivant la ligne joignant les balais, en association avec la F.M.M. F_{exc} de l'enroulement d'excitation forme une F.M.M. F qui produit le champ résultant de la machine.

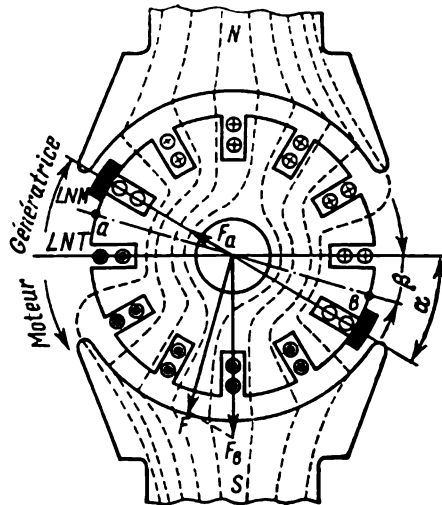


Fig. 14-13. Champ magnétique d'une machine à courant continu en charge

Dans le cas où les balais sont décalés par rapport à la ligne neutre théorique, la surface de l'induit peut être subdivisée en quatre zones (fig. 14-14). Deux zones qui englobent les conducteurs de l'enroulement d'induit dans les limites de l'angle 2α forment une sorte de bobine produisant une F.M.M. F_{ad} *longitudinale*. Cette F.M.M. est dirigée en opposition par rapport à la F.M.M. due à l'enroulement d'excitation et vient donc affaiblir le champ magnétique de la machine. Si les balais sont décalés en sens inverse, le courant dans les zones considérées change de sens si bien que la F.M.M. F_{ad} commence à renforcer le champ magnétique de la machine. Supposons que l'enroulement de l'induit est distribué régulièrement suivant la circonférence de l'induit. Alors le courant total par unité de longueur, appelé *charge linéique de l'induit* et désigné par A , aura pour expression

$$A = \frac{i_a N}{\pi D} = \frac{IN}{2\pi a D} \quad (14-26)$$

La valeur de la F.M.M. longitudinale de l'induit est égale au courant total sur l'arc de circonférence 2α :

$$F_{ad} = A \frac{D}{2} 2\alpha = AD\alpha. \quad (14-27)$$

Les deux autres zones de l'enroulement d'induit forment une bobine dont l'axe est perpendiculaire à l'axe des pôles principaux.

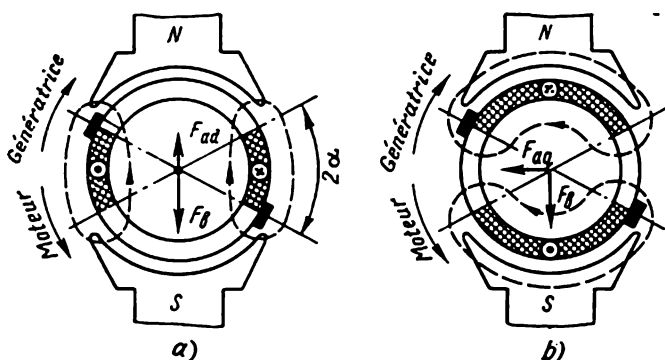


Fig. 14-14. F.M.M. longitudinale et transversale de l'induit

Cette bobine développe une F.M.M. transversale F_{aq} égale au courant total sur l'arc $\pi - 2\alpha$:

$$F_{aq} = A \frac{D}{2} (\pi - 2\alpha) = AD \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right). \quad (14-28)$$

Dans la pratique, le champ transversal ne doit être considéré que dans les limites de l'épanouissement polaire (fig. 14-12), l'induction de ce champ dans l'espace entre les pôles étant faible parce que le trajet des lignes magnétiques dans l'air est grand. Lorsque l'épanouissement polaire a une largeur b , une corne du pôle se magnétise par rapport au milieu alors que l'autre corne se démagnétise par une F.M.M. égale à $ba/2$. Par suite de la saturation de la moitié magnétisée l'accroissement du flux sous cette moitié est moins sensible que le décroissement du flux sous la moitié démagnétisée. Il en résulte une diminution de flux principal. C'est ainsi que la F.M.M. transversale entraîne un affaiblissement du flux utile de la machine.

Pour conserver la valeur initiale du flux magnétique, il convient d'augmenter la F.M.M. de la paire de pôles d'une quantité F_p . Lors de la marche en charge avec compensation de l'effet démagnétisant dû aux F.M.M. longitudinale et transversale de l'induit, la F.M.M. de l'enroulement d'excitation a pour expression:

$$F_{exc} = I_{exc} w_{exc} 2p = p(F_0 + F_p + F_{ad}), \quad (14-29)$$

où F_0 est la F.M.M. d'une paire de pôles, nécessaire à la production du flux Φ_0 . Si les balais sont calés sur la ligne neutre théorique, la

réaction magnétique longitudinale de l'induit est absente ($F_{ad} = 0$), mais l'effet démagnétisant de la réaction transversale de l'induit subsiste.

14-6. Commutation et procédés de son amélioration

Lorsque l'induit de la machine est en rotation, les sections de l'enroulement passent successivement d'une dérivation dans une autre (fig. 14-15). A l'instant initial (fig. 14-15, a), le courant i_a dans la section considérée, représenté sur la figure en traits continus, est dirigé vers le haut.

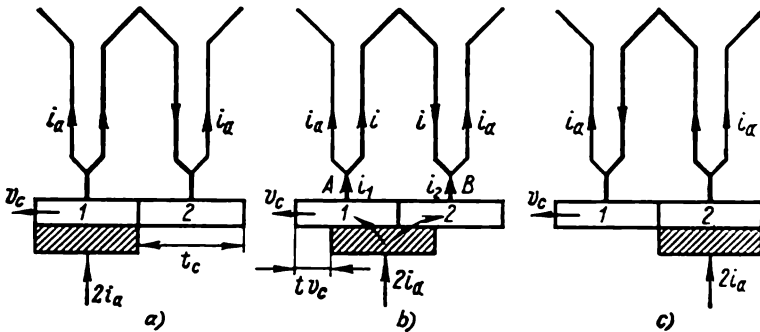


Fig. 14-15. Section en commutation de l'enroulement d'induit

forts, est deux fois moins intense que le courant $2i_a$ passant par le balai et est dirigé dans le sens des aiguilles d'une montre. Nous adopterons ce sens pour le sens positif du courant. A l'instant suivant (fig. 14-15, b), lorsque l'induit avec collecteur tournent d'un certain angle, le courant dans la section qui se trouve mise en court-circuit par le balai, commence à changer. La fig. 14-15, c donne la position finale de la section. Le courant dans cette position est de nouveau égal en grandeur à i_a mais circule en sens inverse des aiguilles d'une montre, c'est-à-dire devient négatif. Ce processus de changement rapide de sens du courant dans la section de l'enroulement d'induit est désigné sous le nom de *commutation*.

La section en commutation est le siège d'une F.E.M. d'auto-induction $e_s = L di/dt$ (L est l'inductance propre de la section) et d'une F.E.M. de commutation e_c qui est induite du fait que les spires de la section coupent les lignes du champ résultant. Si la F.E.M. totale de la section $e = e_s + e_c$ est nulle, le courant dans la section varie suivant une loi linéaire (la courbe de i_1 sur la fig. 14-16) :

$$i = i_a (1 - 2t/T), \quad (14-30)$$

où T est la période de commutation.

Si $e_s + e_c > 0$ (courbe 1), le courant varie au début plus lentement qu'en cas de la commutation linéaire. On a dans ce cas une

commutation retardée. Pour $e_s + e_c < 0$ (courbe 2), le courant varie au début plus vite que lors de la commutation linéaire, autrement dit, on a une *commutation accélérée*. En cas de commutation retardée, la vitesse de variation du courant à la fin de la période de commutation est plus élevée que pour la commutation linéaire. Il en résulte une forte F.E.M. d'auto-induction et la formation d'étincelles sous le bord de sortie du balai. La commutation accélérée s'accompagne d'une vitesse plus élevée de variation du courant et par une F.E.M.

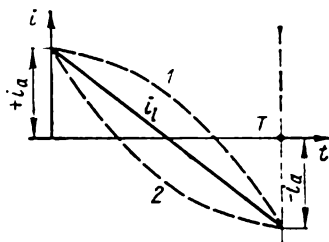


Fig. 14-16. Courbes de variation du courant dans la section en commutation

d'auto-induction plus intense au début de la période de commutation, ce qui détermine la formation d'étincelles sous le bord d'entrée du balai. La plus favorable est la commutation linéaire qu'on doit chercher à obtenir.

Pour une bonne commutation il est désirable d'utiliser des balais présentant une forte résistance de contact entre le balai et le collecteur. Le procédé le plus simple permettant de créer une F.E.M. e_c de commutation consiste à décaler les balais par rapport à la ligne neutre magnétique. Dans le cas d'une génératrice, les balais sont décalés en avant dans le sens de rotation (fig. 14-13). A l'instant de commutation, la section se trouve sous un pôle de nom contraire, si bien que la F.E.M. de commutation induite dans cette section sera en opposition avec la F.E.M. d'auto-induction. En réglant le décalage des balais, on peut obtenir une compensation complète de la F.E.M. d'auto-induction et donc un fonctionnement pratiquement sans crachement d'étincelles aux balais. Dans les moteurs les balais sont décalés en sens inverse de celui de rotation. La variation de la charge fait modifier la valeur de la F.E.M. d'auto-induction et donc les conditions de commutation, surtout dans les cas où la charge varie par à-coups.

Le procédé le plus efficace pour améliorer la commutation consiste à disposer sur la ligne neutre théorique des *pôles auxiliaires*, ou pôles de commutation (fig. 14-17). Les pôles auxiliaires compensent le champ transversal de la réaction de l'induit et développent des F.E.M. de commutation nécessaires dans les sections. Vu ce qui a été dit plus haut sur le décalage des balais, on peut arriver à cette conclusion que dans une génératrice un pôle principal doit être suivi dans le sens de rotation par un pôle auxiliaire de nom contraire.

Dans un moteur, ces pôles doivent être du même nom. Pour obtenir l'égalité des F.E.M. e_s et e_c pour toutes les charges, on doit simultanément avec l'augmentation du courant et de la F.E.M. d'auto-induction augmenter le champ des pôles auxiliaires. C'est pourquoi l'enroulement de ces derniers est mis en série avec l'induit et leurs noyaux sont non saturés. Lorsque la machine comporte des pôles auxiliaires, ses balais sont calés sur la ligne neutre théorique.

L'emploi de pôles auxiliaires ne permet pas de compenser le champ transversal de l'induit sous les pôles principaux où il garde

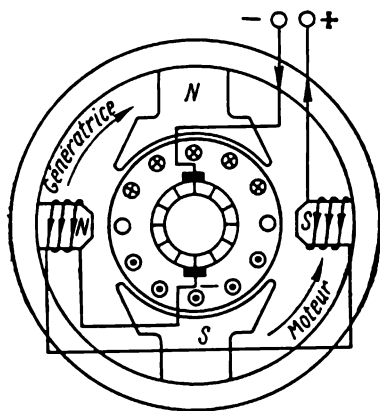


Fig. 14-17. Disposition des pôles auxiliaires

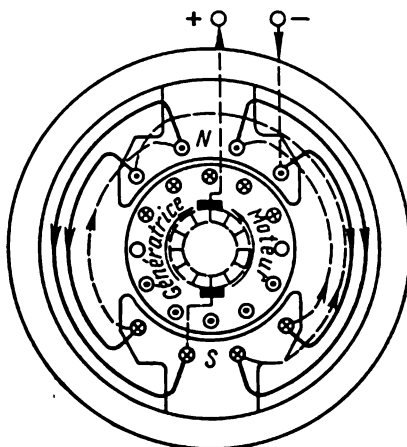


Fig. 14-18. Construction de l'enroulement de compensation

la même valeur que dans une machine ne comportant pas de pôles de commutation. Il en résulte une déformation de la courbe du champ magnétique et une croissance des F.E.M. induites dans les sections qui se trouvent sous les cornes saturées des pôles principaux. Pour compenser le champ transversal de l'induit dans la zone des pôles principaux, on utilise sur les grosses machines un enroulement de compensation dont les conducteurs sont logés dans les encoches ménagées sur la surface des épanouissements polaires. Cet enroulement est connecté en série avec l'enroulement d'induit de manière que le sens de courant dans ses conducteurs soit opposé à celui du courant dans les conducteurs de l'induit (fig. 14-18). En l'absence d'enroulement de compensation, la F.M.M. $F_{p.c.}$ des pôles auxiliaires doit compenser la F.M.M. transversale F_{aq} de l'induit et produire un champ de commutation dans le sens inverse du sens du champ de l'induit. En règle générale, la F.M.M. des pôles auxiliaires a pour valeur :

$$F_{p.c.} = (1,15 \text{ à } 1,3) F_{aq}. \quad (14-31)$$

14-7. Génératrices à courant continu ou dynamos. Classification et mode d'excitation

Suivant le mode d'alimentation de l'enroulement d'excitation on distingue les génératrices à courant continu, ou comme on les appelle généralement, les *dynamos à excitation séparée* ou *indépendante* et les *dynamos auto-excitatrices*.

En cas d'excitation séparée (fig. 14-19, *a*), l'enroulement d'excitation *EE* est alimenté depuis une source indépendante qui peut

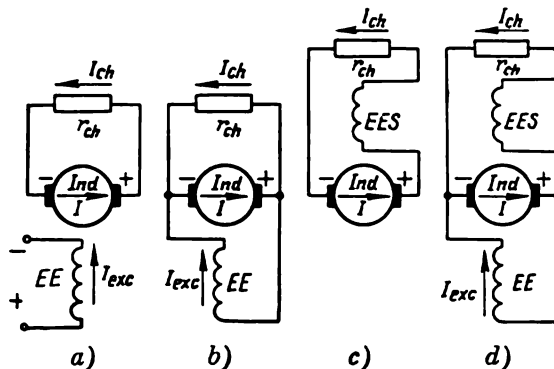


Fig. 14-19. Excitation des dynamos : *a*, séparée ; *b*, en dérivation ; *c*, en série ; *d*, composée

être constituée par un réseau à courant continu, une batterie d'accumulateurs ou une génératrice à courant continu auxiliaire appelée *excitatrice*. L'excitation séparée des dynamos est employée dans les cas où il est nécessaire de régler dans de larges limites le courant d'excitation I_{exc} et la tension aux bornes de la machine. Dans une dynamo à excitation séparée, le courant d'induit I est égal au courant de charge I_{ch} :

$$I = I_{ch}. \quad (14-32)$$

Les dynamos auto-excitatrices comportent des enroulements d'excitation qui sont alimentés par la machine elle-même. Lorsque l'enroulement d'excitation *EE* est monté en parallèle avec l'enroulement d'induit (fig. 14-19, *b*), la dynamo est dite à *excitation en dérivation* (ou shunt), et son courant d'induit est égal à la somme du courant de charge et du courant d'excitation :

$$I = I_{ch} + I_{exc}. \quad (14-33)$$

Dans les grosses machines d'exécution ordinaire, le courant d'excitation est généralement compris entre 1 et 3 % du courant d'induit, alors que dans les petites machines il atteint quelques dizaines p. cent. Dans une dynamo excitée en série (fig. 14-19, *c*), l'enroulement d'excitation *EE* est monté en série avec l'induit. Dans une

telle dynamo, le courant d'induit, le courant d'excitation et le courant de charge sont égaux entre eux :

$$I = I_{ch} = I_{exc} \quad (14-34)$$

Des dynamos à excitation composée ou compound (fig. 14-19, d) comportent deux enroulements d'excitation : l'un d'eux, l'enroulement EE , est monté en parallèle avec l'induit et l'autre, EES , en série. C'est l'enroulement dérivation qui joue d'ordinaire le rôle principal. L'enroulement série sert à renforcer le flux utile de la machine en cas d'augmentation du débit, en permettant de compenser la chute de tension dans l'enroulement d'induit et l'effet démagnétisant de la réaction de l'induit. Dans une dynamo à excitation composée, la relation entre les courants I , I_{ch} et I_{exc} sera la même que dans une dynamo à excitation en dérivation (14-33). Remarquons que le mode d'excitation de la dynamo détermine ses propriétés et ses caractéristiques.

Considérons le processus d'auto-excitation ou, comme on le dit, l'auto-amorçage d'une dynamo.

Chaque machine à courant continu possède un certain magnétisme rémanent, étant donné qu'en usine on lui fait subir des essais et des vérifications au cours desquels son circuit magnétique se trouve aimanté. Si on fait tourner l'induit d'une dynamo à excitation en dérivation, une F.E.M. E_0 initiale de faible valeur est induite dans l'enroulement de l'induit ; elle provoque la circulation d'un petit courant dans le circuit d'excitation. Si le sens de ce courant est convenable, il renforcera le flux rémanent de la machine. Il en résultera une légère augmentation de la F.E.M., ce qui provoquera une croissance ultérieure du courant d'excitation et ainsi de suite. En marche à vide, la F.E.M. E de l'induit compense la chute de tension dans la résistance r_{ind} de l'enroulement d'induit, dans la résistance r_{exc} de l'enroulement d'excitation et dans la résistance r_r du rhéostat de réglage d'excitation couplé en série avec l'enroulement d'excitation :

$$E = I_{exc} (r_{ind} + r_{exc} + r_r). \quad (14-35)$$

Le processus d'excitation se poursuivra jusqu'au point N (fig. 14-20) où se coupent la caractéristique à vide $E = f(I_{exc})$ et la droite $I_{exc} (r_{ind} + r_{exc} + r_r)$. Lorsque la résistance du circuit d'excitation augmente, la tension qui s'établit entre les bornes de la dynamo diminue. Pourtant, cette diminution ne pourra se produire que jusqu'au point a où la relation linéaire entre la tension aux bornes du circuit d'excitation et le courant d'excitation se trouve confondue avec la partie initiale de la courbe caractéristique à vide. Une augmentation ultérieure, même petite, de la résistance r_r aura pour résultat une chute brusque de la tension qui tombe pratiquement jusqu'à la valeur E_0 . La résistance du rhéostat de réglage correspon-

nant à ce cas s'appelle *résistance critique* et s'exprime par la formule:

$$r_{cr} = \frac{E_{min}}{I_{exc. cr}} - r_{ind} - r_{exc}, \quad (14-36)$$

où E_{min} et $I_{exc. cr}$ sont déterminés par le point final de la partie linéaire de la caractéristique à vide. Pour $r_r > r_{cr}$, l'auto-amorçage de la machine devient impossible. Lorsque la résistance du rhéostat

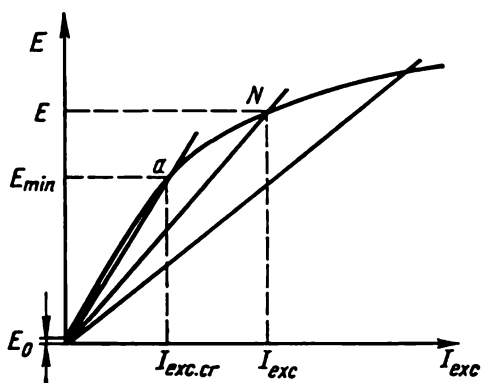


Fig. 14-20. Détermination graphique de la F.E.M. d'une dynamo lors de son auto-amorçage

de réglage est complètement éliminée, on obtient la F.E.M. maximale E_{max} que la dynamo est capable de développer. La tension aux bornes d'une dynamo auto-excitatrice peut être réglée dans les limites $E_{min} \leq U \leq E_{max}$. La plage de réglage obtenue est relativement étroite. Dans les dynamos à excitation séparée elle est sensiblement plus grande et s'étend de E_0 à E_{max} , étant donné que le courant d'excitation peut prendre n'importe quelle valeur.

14-8. Caractéristiques de fonctionnement des dynamos

Le régime de fonctionnement de la dynamo est caractérisé par la tension U entre ses bornes, la vitesse de rotation n de l'induit, le courant dans l'enroulement de l'induit et le courant d'excitation I_{exc} . On peut juger des propriétés et du comportement de la machine dans les différentes conditions en construisant une série de courbes caractéristiques dont chacune traduit la relation entre deux des grandeurs susmentionnées à condition que les autres grandeurs sont maintenues constantes. Les plus intéressantes pour la pratique sont des caractéristiques qui correspondent aux conditions d'utilisation de la machine. Pour les dynamos, ces caractéristiques sont :

1) la *caractéristique à vide* qui traduit la variation de la tension aux bornes de la machine en fonction du courant d'excitation pour une charge nulle et une vitesse de rotation constante :

$$U_0 = f(I_{exc}) \text{ pour } I_{ch} = 0 \text{ et } n = \text{const};$$

2) la *caractéristique externe* qui représente la variation de la tension aux bornes de la machine en fonction du courant d'induit pour une vitesse de rotation constante et un courant d'excitation constant (en cas d'excitation séparée) ou pour une résistance du circuit d'excitation constante (en cas d'auto-excitation):

$$U = f(I) \text{ pour } n = \text{const et } I_{\text{exc}} = \text{const}$$

ou

$$r_{\text{exc}} + r_r = \text{const};$$

3) la *caractéristique de réglage* qui donne la variation du courant d'excitation en fonction du courant d'induit pour une tension constante aux bornes de la machine et une vitesse de rotation constante:

$$I_{\text{exc}} = f(I) \text{ pour } U = \text{const et } n = \text{const}.$$

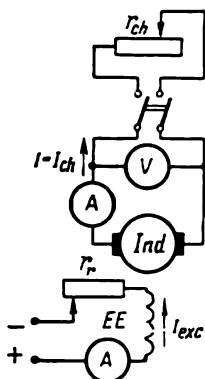


Fig. 14-21. Schéma de montage permettant de relever les caractéristiques d'une dynamo à excitation séparée

La caractéristique à vide d'une dynamo à excitation séparée est relevée à l'aide du montage de la fig. 14-21, en réglant la valeur du courant d'excitation la charge étant débranchée. L'augmentation et la diminution du courant d'excitation donnent des courbes légèrement différentes à cause du phénomène d'hystérésis (courbes 1 sur la fig. 14-22). Pour la caractéristique à vide pratique on prend la courbe moyenne représentée en pointillé.

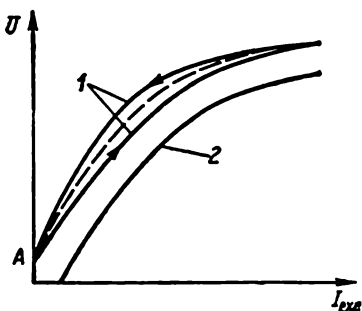


Fig. 14-22. Caractéristiques à vide (1) et caractéristique en charge (2) d'une dynamo à excitation séparée

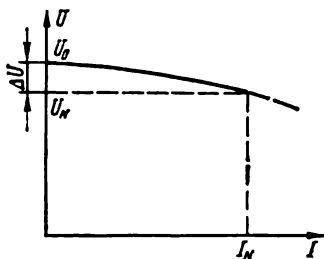


Fig. 14-23. Caractéristique externe d'une dynamo à excitation séparée

Parfois, on construit aussi une *caractéristique en charge* $U = f(I_{\text{exc}})$ pour $I = \text{const}$ et $n = \text{const}$ (courbe 2 de la fig. 14-22).

On relève la caractéristique externe en maintenant constant le courant d'excitation et en faisant varier le courant de charge. Lorsque le courant débité augmente, la tension aux bornes de la machine

diminue (fig. 14-23) parce que l'action démagnétisante de la réaction d'induit devient plus forte et la chute de tension dans l'enroulement d'induit augmente. La chute de tension entre la marche à vide et la marche en pleine charge constitue d'ordinaire pour les dynamos de moyenne puissance 5 à 10 % de la tension nominale U_N .

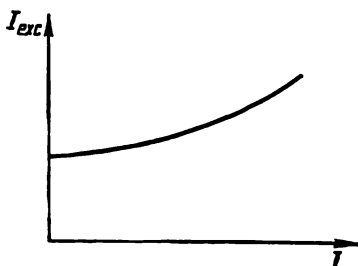


Fig. 14-24. Caractéristique de réglage d'une dynamo à excitation séparée

On relève la caractéristique de réglage en faisant varier le courant de charge et en réglant le courant d'excitation de telle manière que la tension entre les bornes de la machine reste constante. Pour maintenir la tension de la dynamo constante lorsque le courant débité augmente, il devient nécessaire d'accroître le courant d'excitation (fig. 14-24).

Les caractéristiques d'une dynamo excitée en dérivation sont relevées à l'aide du montage de la fig. 14-25. La caractéristique à vide et la caractéristique de réglage présentent la même allure que pour une dynamo à excitation séparée, à cette différence près que la première se situe un peu plus bas et la deuxième un peu plus haut. Cela tient à ce que le courant d'excitation diminue avec l'augmentation du courant de charge ainsi qu'au fait que pour un même courant de charge le courant dans l'induit est plus élevé dans une machine à excitation en dérivation que dans une machine à excitation séparée.

La caractéristique externe d'une dynamo à excitation en dérivation (courbe 1 de la fig. 14-26) diffère fortement de la caractéristique externe d'une dynamo à excitation séparée (courbe 2 de la même figure) et se situe sensiblement plus bas. L'augmentation du courant débité et la diminution de la tension ont pour résultat une diminution du courant dans l'enroulement d'excitation, ce qui provoque une chute de tension complémentaire. Il en résulte que l'augmentation du courant débité se ralentit lorsque la résistance du ré-

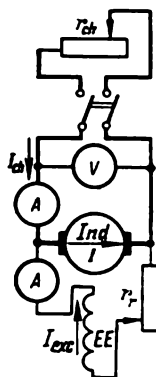


Fig. 14-25. Schéma de montage pour relever les caractéristiques d'une dynamo à excitation en dérivation

cepteur diminue progressivement. A une certaine valeur de cette résistance le courant de charge cesse de croître parce que la baisse de tension se produit aussi vite que la diminution de la résistance de charge. Après cela, la décroissance de la tension devient plus rapide

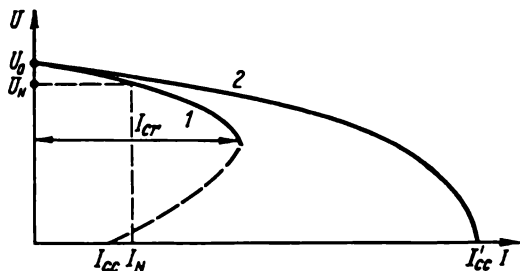


Fig. 14-26. Caractéristique externe d'une dynamo à excitation en dérivation

que la diminution de la résistance, ce qui détermine une diminution du courant (partie en pointillé de la courbe 1). Lorsque la résistance de charge est complètement éliminée, le flux magnétique rémanent engendre dans l'enroulement d'induit une

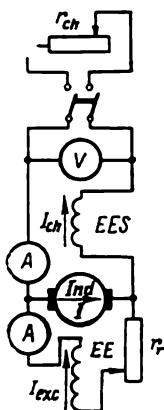


Fig. 14-27. Schéma de montage pour relever les caractéristiques d'une dynamo à excitation composée

petite F.E.M. qui fait circuler un courant de court-circuit relativement peu intense et généralement inférieur au courant nominal de la machine. Le maximum de courant débité I_{cr} appelé courant critique ou parfois courant de décrochage est généralement de l'ordre de 2 à 2,5 fois le courant nominal.

Les caractéristiques des dynamos à excitation en série ne sont pas considérées étant donné qu'en pratique ces génératrices ne sont employées que dans certains cas spéciaux.

Les caractéristiques des dynamos à excitation composée sont relevées à l'aide du montage de la fig. 14-27. La plus importante est la caractéristique externe. Grâce à l'action magnétisante de l'enroulement série, la tension aux bornes de la machine en charge (courbe 1 de la fig. 14-28) est légèrement supérieure à celle d'une dynamo à excitation en dérivation (courbe 3). En règle générale, l'enroulement

série est calculé de manière que la tension en charge nominale soit la même qu'en marche à vide. En cas d'emploi d'un enroulement série renforcé, la caractéristique externe se situe encore plus haut (courbe 2), si bien que la dynamo peut compenser non seulement la chute de tension dans la machine elle-même mais également la chute de tension dans la ligne de transmission, ce qui permet de maintenir constante la tension aux bornes des récepteurs. Dans

certains cas, il est désirable d'avoir un courant presque constant dans le récepteur (par exemple, postes de soudure et projecteurs) malgré des variations importantes de la tension du réseau. A cet effet, on peut utiliser les machines dites à flux soustractif dans lesquelles la force magnétomotrice développée par l'enroulement série est en opposition avec la force magnétomotrice de l'enroulement dérivation. La caractéristique externe devient dans ce cas très tombante (courbe 4).

Les caractéristiques de réglage d'une dynamo à excitation composée sont représentées sur la fig. 14-29. La courbe 1 correspond à

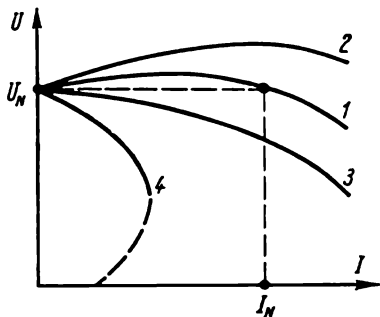


Fig. 14-28. Caractéristiques externes d'une dynamo à excitation composée

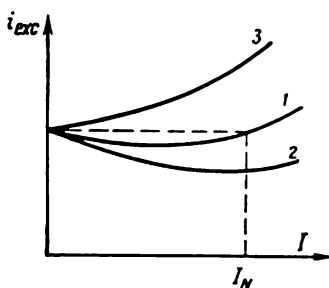


Fig. 14-29. Caractéristiques de réglage d'une dynamo à excitation composée

une machine utilisant un enroulement série normalement calculé. La courbe 2 correspond à un enroulement série renforcé et la courbe 3 à un enroulement série affaibli.

L'emploi d'un enroulement série, même s'il ne comporte qu'un petit nombre de spires, confère à la dynamo des propriétés précieuses. C'est pourquoi plusieurs machines d'exécution ordinaire sont munies d'un tel enroulement qui est souvent appelé enroulement stabilisateur.

14-9. Marche en parallèle des dynamos

La puissance demandée par les récepteurs au réseau à courant continu varie fortement pendant la journée. Si l'alimentation de ces récepteurs était assurée par une seule dynamo de grande puissance, cette machine serait sous-chargée pendant une partie considérable de la journée et son rendement serait assez médiocre. C'est pourquoi on installe plusieurs dynamos fonctionnant en parallèle sur un jeu de barres communes. Pendant les périodes de faibles charges, une partie des dynamos est arrêtée.

Le schéma de couplage des dynamos pour le fonctionnement en parallèle est représenté sur la fig. 14-30. Supposons que la dynamo de gauche est déjà connectée aux barres. La dynamo à coupler (dynamo de droite) doit avoir une polarité correcte qui est réglée d'avance

lors du montage et des essais des équipements. Le couplage doit être assuré de manière à éviter des sauts de courant. A cet effet, à l'instant de couplage, la tension aux bornes de la dynamo à coupler doit être égale ou légèrement supérieure à la tension entre les barres. En réglant le courant d'excitation, on obtient l'égalité des tensions de la dynamo à coupler et du réseau. Pour un choix plus précis de

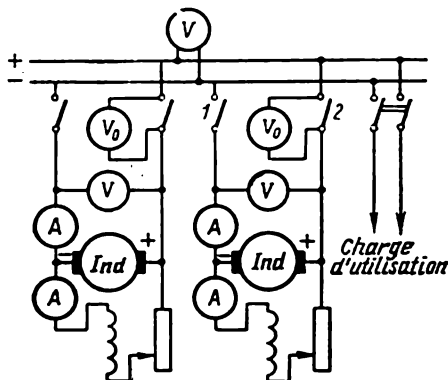


Fig. 14-30. Schéma de branchement des dynamos pour le fonctionnement en parallèle

l'instant de couplage on se sert d'un voltmètre sensible V_0 . En fermant l'interrupteur 1 et en laissant ouvert l'interrupteur 2, on procède à un réglage complémentaire plus précis du courant d'excitation tant que l'indication du voltmètre V_0 ne devienne égale à zéro. Après cela on ferme l'interrupteur 2.

Lorsque la tension de la dynamo à coupler est égale à la tension du réseau, le courant dans l'induit de la dynamo est nul. Pour que la dynamo couplée puisse prendre une partie de la charge, il est nécessaire d'augmenter le courant dans son enroulement d'excitation. Dans ce cas, la F.E.M. E de la dynamo devient supérieure à la tension U entre les barres, si bien que la dynamo commence à débiter un courant

$$I = \frac{E - U}{r_{\text{ind}}} \quad (14-37)$$

Un tel procédé de répartition des charges a l'inconvénient de provoquer une certaine augmentation de la tension entre les barres, ce qui n'est pas souhaitable. Pour maintenir constante la tension entre les barres, on diminue le courant d'excitation de la dynamo en service. Sa F.E.M. et son courant débité sur le réseau accusent une diminution.

Lorsque les dynamos fonctionnent en parallèle, les charges doivent être réparties entre elles proportionnellement aux puissances : la machine plus puissante doit fournir au réseau un courant plus intense. Une telle répartition aura lieu au cas où les machines, en

plus de l'égalité des tensions nominales, auront une variation identique de la tension lors du passage de la marche à vide à la marche à pleine charge. Cela est illustré par la fig. 14-31 qui représente la caractéristique externe des dynamos. Sur cette figure, on a porté en abscisses non le courant I dans l'enroulement d'induit mais son rapport au courant nominal. Lorsque les dynamos fonctionnent en parallèle, une seule tension commune U s'établira à leurs bornes, ce

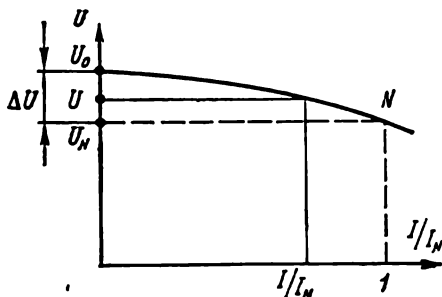


Fig. 14-31. Caractéristique externe et répartition des charges des dynamos couplées en parallèle

qui correspondra à une même valeur relative I/I_N du courant circulant dans l'induit de chaque machine. Cela signifie que le courant débité par la machine plus puissante sera plus élevé, bien que son rapport au courant nominal soit le même que pour la machine plus petite.

14-10. Moteurs à courant continu

Si une machine à courant continu est excitée et son induit est alimenté par un réseau électrique, les conducteurs de l'induit seront parcourus par des courants dont l'interaction avec le champ magnétique fera naître un couple moteur. La machine se met à fonctionner comme moteur. En règle générale, les moteurs électriques fonctionnent sous une tension constante du réseau auquel ils sont branchés. C'est dans des cas spéciaux où il est nécessaire de régler la vitesse d'un moteur dans de larges limites que la tension à ses bornes varie.

Déterminons quelles sont les conditions de fonctionnement stable d'un moteur à courant continu. La fig. 14-32 représente la variation du couple résistant statique M_{st} sur l'arbre du moteur qui croît en même temps que la vitesse de rotation. Supposons que le couple électromagnétique du moteur $M_{ém}$ (courbe en trait continu) croît lui aussi avec l'augmentation de la vitesse, mais plus lentement que le couple statique. Le point d'intersection des courbes correspond au fonctionnement du moteur à vitesse constante parce que le couple résistant est compensé par le couple électromagnétique. Si pour une cause quelconque le moteur subit un accroissement de vitesse, le couple résistant deviendra supérieur au couple électromagnétique de

sorte que l'induit se ralentira. Si la vitesse de rotation diminue, le couple électromagnétique deviendra supérieur au couple résistant de sorte que le moteur accélérera jusqu'à l'instant où sa vitesse prendra la valeur précédente. C'est ainsi que le fonctionnement du moteur sera stable.

Dans le cas où le couple électromagnétique (courbe de $M'_{ém}$ en pointillé) croît plus vite que le couple résistant, l'augmentation du couple électromagnétique aura pour résultat qu'il deviendra supérieur au couple résistant et le moteur s'emballera. Lorsque le couple

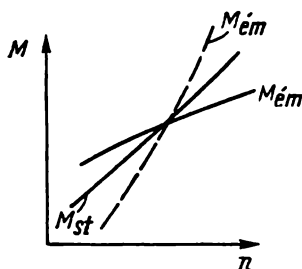


Fig. 14-32. Courbes de couple résistant et de couple électromagnétique d'un moteur à courant continu

électromagnétique diminuera, le couple résistant deviendra prépondérant, de sorte que le moteur commencera à ralentir. Son fonctionnement sera instable. Pour que le fonctionnement du moteur soit stable, il est nécessaire que la croissance de son couple électromagnétique soit plus lente que celle du couple résistant :

$$dM_{ém}/dn < dM_{st}/dn. \quad (14-38)$$

Les moteurs à courant continu ont la propriété d'être autorégulateurs de vitesse : en cas de variation de la charge il s'établit automatiquement une nouvelle valeur de la vitesse pour laquelle le fonctionnement du moteur est stable. Le rôle de régulateur est joué par la F.C.E.M. qui prend naissance dans l'enroulement de l'induit. En régime établi ($M_{ém} = M_{st}$), le courant absorbé par le moteur est déterminé par le couple utile sur l'arbre :

$$I = \frac{M_{st}}{c_m \Phi_0}. \quad (14-39)$$

De l'équation fondamentale du moteur

$$U = E + Ir_{ind} = c_e n \Phi_0 + Ir_{ind}$$

nous déduisons l'expression de la vitesse en tr/mn :

$$n = \frac{U - Ir_{ind}}{c_e \Phi_0}. \quad (14-40)$$

Lorsque le couple sur l'arbre augmente, le courant I augmente aussi alors que la vitesse et la F.C.E.M. E diminuent. Ce phénomène

se poursuivra jusqu'à l'instant où il s'établit un équilibre entre la tension aux bornes et la somme $E + Ir_{\text{ind}}$ pour une nouvelle valeur quelconque de la vitesse. Si le couple sur l'arbre diminue, le courant I diminue lui aussi, ce qui doit déterminer (pour $U = \text{const}$) une augmentation de E due à la croissance de la vitesse.

Le couple résistant statique M_{st} comprend le couple résistant utile (de charge) M_{ch} et le couple de pertes à vide M_0 déterminé par le frottement des balais, le frottement des tourillons dans les paliers, le frottement dans l'air ainsi que par les pertes par courants de Foucault et les pertes par hystérésis dans l'induit :

$$M_{\text{st}} = M_{\text{ch}} + M_0. \quad (14-41)$$

14-11. Modes d'excitation des moteurs à courant continu

De même que les génératrices à courant continu, les moteurs à courant continu peuvent être à excitation séparée, ou indépendante, à excitation en dérivation (shunt), à excitation en série et à excitation composée (compound). L'excitation séparée est utilisée dans le cas où la tension aux bornes de l'induit varie au cours du fonctionnement ou lorsque la tension d'excitation diffère en grandeur de la tension d'induit.

Les plus employés sont les moteurs à excitation en dérivation. Ce sont en principe des moteurs à excitation séparée, mais les enroulements d'excitation de ces moteurs sont alimentés depuis la même source d'énergie que l'induit. Dans le cas où la résistance du rhéostat de réglage, intercalé dans le circuit d'excitation, ne varie pas, le courant d'excitation demeure lui aussi constant. C'est pourquoi le flux de la machine reste pratiquement invariable lorsque la charge varie dans de larges limites ; il ne subit qu'une petite diminution à cause du renforcement de la réaction d'induit. Le courant I_{ch} absorbé par le moteur au réseau est supérieur au courant circulant dans l'enroulement d'induit, la différence étant égale au courant d'excitation :

$$I_{\text{ch}} = I + I_{\text{exc}}. \quad (14-42)$$

A la différence des génératrices excitées en série, les moteurs série sont d'un emploi assez fréquent parce qu'ils présentent beaucoup d'avantages. Dans un moteur série, le courant d'excitation est égal au courant de charge et au courant d'induit :

$$I = I_{\text{exc}} = I_{\text{ch}}. \quad (14-43)$$

Pour une machine non saturée, le flux principal Φ_0 est dans ce cas proportionnel au courant d'induit :

$$\Phi_0 = K_{\Phi} I \quad (14-44)$$

De ce fait le couple électromagnétique sera proportionnel au carré du courant :

$$M_{\text{ém}} = c_m \Phi_0 I = c_m k_{\Phi} I^2 = c'_m I^2. \quad (14-45)$$

Au fur et à mesure que le courant dans l'induit augmente, les circuits magnétiques commencent à se saturer de sorte que la croissance du flux Φ_0 se ralentit ; le moteur série s'approche par ses propriétés du moteur dérivation.

Dans les moteurs à excitation composée, l'enroulement d'excitation série comporte, de même que dans le cas des dynamos, un petit nombre de spires et peut être monté à flux additif ou à flux soustractif, c'est-à-dire en renforçant ou en affaiblissant le champ produit par l'enroulement dérivation principal. Les caractéristiques du moteur à excitation composée sont intermédiaires entre celles du moteur dérivation et celles du moteur série. En cas de coupure du circuit d'excitation monté en parallèle avec l'induit ou alimenté depuis une source indépendante, le flux et la F.C.E.M. accusent une brusque diminution, ce qui provoque un saut de courant dans l'induit et une croissance rapide de la vitesse (l'emballement) du moteur.

14-12. Démarrage des moteurs à courant continu

Le démarrage d'un moteur à courant continu peut être réalisé par son branchement direct sur le réseau d'alimentation, par l'introduction d'un rhéostat dans le circuit d'induit ou enfin par la variation de la tension de la source d'alimentation. Le démarrage par branchement direct sur le réseau n'est utilisé que pour les petits moteurs (jusqu'à 1 ou 2 kW). Au premier instant, la F.C.E.M. dans l'induit du moteur à l'arrêt est nulle, de sorte que la pointe de courant de décollage atteint 8 à 10 fois le courant nominal et même plus, et un coup mécanique agit sur les pièces du dispositif de transmission entre le moteur et la machine à entraîner. Les importants appels de courants sur le réseau que provoque le démarrage des gros moteurs exercent un effet nuisible sur le fonctionnement des autres récepteurs branchés sur ce réseau. Dans le cas de petits moteurs, la mise en vitesse se fait bien vite (pendant 0,1 à 0,3 s) de sorte que l'enroulement de l'induit n'arrive pas à s'échauffer fortement et l'intensité au décollage n'est pas grande.

- Pour limiter le courant de démarrage, on introduit dans le circuit d'induit du moteur un rhéostat de démarrage spécial r_d qui est éliminé complètement au fur et à mesure de la mise en vitesse. Dans ce cas, le courant de démarrage a pour expression :

$$I_d = \frac{U}{r_{\text{ind}} + r_d} \quad (14-46)$$

En règle générale, la résistance r_d est choisie de manière que le courant de démarrage soit légèrement supérieur au courant nominal : $I_d/I_N = 1,5$ à $2,5$. Le rhéostat de démarrage n'est pas prévu pour un fonctionnement continu dans le circuit d'induit, c'est pourquoi après la fin du démarrage il faut s'assurer qu'il est complètement

éliminé, sinon sa partie laissée en circuit pourra s'échauffer anormalement et se détériorer.

Après le décollage, une F.C.E.M. prend naissance dans l'enroulement d'induit de sorte que le courant dans l'induit s'exprime à chaque instant par :

$$I = \frac{U - E}{r_{\text{ind}} + r_d} \quad (14-47)$$

Au fur et à mesure que le moteur prendra de la vitesse, la F.E.M. E deviendra de plus en plus grande et, pour une valeur constante de r_d , le courant dans l'induit diminuera de même que le couple développé par le moteur. A l'instant où ce couple deviendra égal au couple résistant sur l'arbre, la croissance de la vitesse cessera. En diminuant la résistance r_d , nous augmentons le courant et le couple moteur qui deviendra supérieur au couple résistant ce qui provoquera une croissance ultérieure de la vitesse. En général, le rhéostat de démarrage est fractionné en plusieurs sections qui sont éliminées l'une après l'autre au cours du démarrage.

Le démarrage est rapide et facile lorsque le moteur développe un couple considérable qui dépasse le couple résistant agissant sur son arbre. C'est pourquoi le démarrage est effectué pour la valeur maximale du flux, en éliminant complètement avant le démarrage la résistance du rhéostat de réglage. Le montage du moteur doit être réalisé de manière que le courant d'excitation soit indépendant du courant circulant dans l'induit et ne varie pas lors des manipulations sur le rhéostat de réglage. C'est la raison pour laquelle le circuit d'excitation est alimenté toujours depuis une source indépendante. Après l'arrêt du moteur et son débranchement du réseau, il convient d'introduire complètement la résistance de démarrage et d'éliminer la résistance de réglage du circuit d'excitation, autrement dit, de préparer le moteur à un démarrage suivant.

La fig. 14-33 montre le schéma de branchement d'un moteur à excitation séparée. Pour le démarrage, il est nécessaire tout d'abord de fermer le circuit d'excitation et de brancher ensuite le circuit d'induit avec la résistance r_d introduite.

Le schéma de branchement d'un moteur à excitation shunt est donné sur la fig. 14-34, *a*. Le curseur du rhéostat de démarrage glisse en même temps sur la platine *a* sur laquelle est connectée l'une des bornes du circuit d'excitation, ce qui assure son alimentation indépendante depuis la source. A cette même platine est reliée l'entrée du rhéostat de démarrage. Pour l'arrêt, le curseur du rhéostat de démarrage est amené sur la position *O* dans laquelle il n'est en contact ni avec le plot initial du rhéostat de démarrage, ni avec la

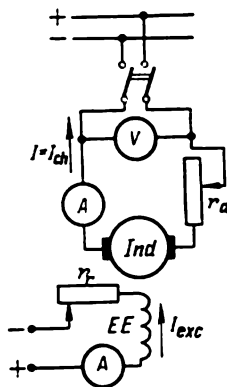


Fig. 14-33. Schéma de branchement d'un moteur à excitation séparée

platine *a*. Le circuit d'excitation reste fermé sur le rhéostat de démarrage et sur l'induit du moteur qui absorbent l'énergie emmagasinée dans l'enroulement d'excitation. Du fait que $E = c_e n \Phi_0$, nous déduisons de l'expression (14-47) :

$$n = \frac{U - I (r_{\text{ind}} + r_d)}{c_e \Phi_0}. \quad (14-48)$$

Lorsque le courant diminue, la vitesse croît linéairement. Pour différentes valeurs de la résistance de démarrage nous obtenons un réseau de droites qui se coupent au point correspondant à la marche à vide parfaite

$$I = 0, \quad n_0 = \frac{U}{c_e \Phi_0}.$$

Le processus de démarrage du moteur est illustré par la fig. 14-34, *b*. A la mise sous tension la résistance du rhéostat de démarrage

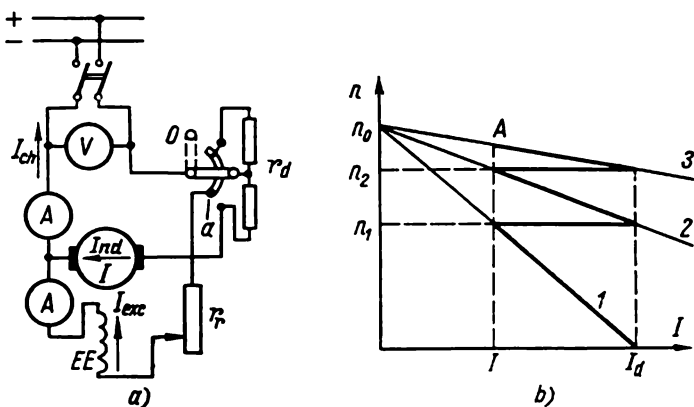


Fig. 14-34. Moteur à excitation en dérivation (shunt): *a*, schéma de branchement; *b*, processus de démarrage

est grande, de sorte que la vitesse de rotation s'accroît rapidement (droite 1) jusqu'à la valeur n_1 pour laquelle le courant I dans l'enroulement de l'induit assure la production d'un couple électromagnétique égal au couple résistant. Si l'on élimine la première section du rhéostat de démarrage, le courant et le couple augmentent, ce qui provoque une croissance ultérieure de la vitesse (droite 2) jusqu'à la valeur n_2 . En éliminant la dernière section du rhéostat de démarrage, nous passons à la caractéristique naturelle du moteur (droite 3) et obtenons la valeur finale de la vitesse correspondant au point A.

Le schéma de branchement d'un moteur à excitation série est montré sur la fig. 14-35. Dans un tel moteur, il est impossible de régler le flux maximal avant la fermeture du circuit d'induit. Son démarrage est obtenu par le branchement sur le réseau et une éli-

mination progressive des résistances du rhéostat de démarrage. Après l'arrêt, aucune mesure en vue d'absorber l'énergie emmagasinée dans l'enroulement d'excitation ne s'impose parce que le nombre de spires de cet enroulement est peu élevé.

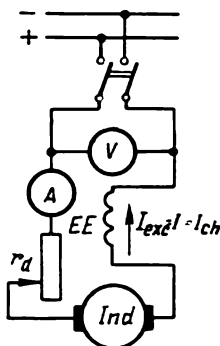


Fig. 14-35. Schéma de branchement d'un moteur série

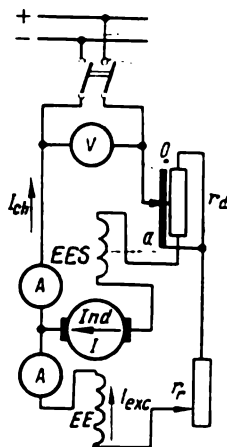


Fig. 14-36. Schéma de branchement d'un moteur à excitation composée (compound)

Le schéma de branchement d'un moteur à excitation composée est représenté sur la fig. 14-36. L'ordre à suivre pour son démarrage reste en principe le même que pour un moteur dérivation.

14-13. Caractéristiques des moteurs à courant continu

Les *caractéristiques de fonctionnement* des moteurs à courant continu sont des courbes traduisant la variation de la vitesse n , du couple électromagnétique $M_{\text{ém}}$, du courant I dans l'induit et du rendement η en fonction de la puissance utile P_2 sur l'arbre pour une tension d'alimentation constante et une résistance constante du circuit d'excitation. Parfois, on construit aussi les courbes de n , I , η et P_2 en fonction du couple utile M sur l'arbre, qui est égal au couple électromagnétique déduction faite du couple de pertes à vide :

$$M = M_{\text{ém}} - M_0. \quad (14-49)$$

Dans certains cas, il est plus commode d'utiliser les courbes de n , $M_{\text{ém}}$ (ou M), η et P_2 en fonction du courant I .

Les *caractéristiques mécaniques* du moteur donnent la variation de la vitesse en fonction du couple utile $n = f(M)$ à $U = \text{const}$ et $r = \text{const}$. Le relevé des caractéristiques de fonctionnement et des caractéristiques mécaniques se fait à l'aide des montages indiqués dans le paragraphe précédent.

La fig. 14-37 montre les caractéristiques de fonctionnement d'un moteur excité en dérivation (shunt). La vitesse n déterminée par l'expression (14-40) subit une légère baisse avec l'augmentation de

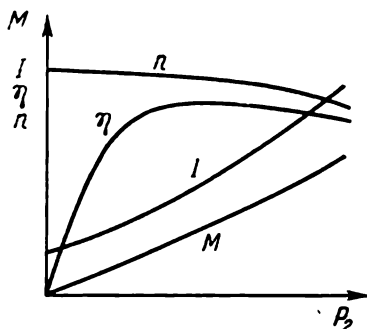


Fig. 14-37. Caractéristiques de fonctionnement d'un moteur dérivation

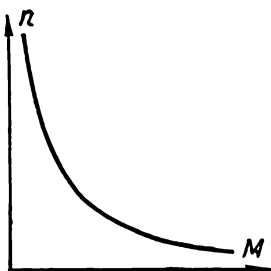


Fig. 14-38. Caractéristique mécanique d'un moteur dérivation

la charge et, par conséquent, du courant. Etant donné cette baisse de vitesse, le couple utile sur l'arbre croît un peu plus vite que la puissance utile :

$$M = \frac{P_2}{\omega} = \frac{30P_2}{\pi n}. \quad (14-50)$$

Le courant dans l'induit du moteur a pour expression :

$$I = \frac{M_{em}}{c_m \Phi_0} = \frac{M + M_0}{c_m \Phi_0}. \quad (14-51)$$

Puisque le flux Φ_0 subit une légère diminution, le courant I croît plus vite que le couple M .

Le rendement du moteur est donné par l'expression :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma p}, \quad (14-52)$$

où P_1 est la puissance absorbée ; Σp la somme des pertes dans le moteur.

Pour une charge de faible valeur mais croissante, les pertes totales (dûes essentiellement au frottement) restent pratiquement constantes. Il en résulte une amélioration du rendement parce que le numérateur de l'expression (14-52) croît plus vite que son dénominateur. Pour une forte charge, les pertes dans l'enroulement d'induit, proportionnelles au carré du courant, croissent fortement. L'augmentation du rendement se ralentit et, pour une augmentation ultérieure de la charge, le rendement commence à diminuer.

En portant (14-51) dans (14-40), nous pouvons obtenir l'expression déterminant la caractéristique mécanique :

$$n = \frac{U}{c_e \Phi_0} - \frac{r_{ind} (M + M_0)}{c_e c_m \Phi_0}. \quad (14-53)$$

Cette caractéristique est pratiquement linéaire et tombante (fig. 14-38). La propriété de conserver presque invariable la vitesse de rotation lorsque la charge varie dans de larges limites, que possède un moteur dérivation, est une propriété bien précieuse qui est largement utilisée dans la pratique.

Dans un moteur série non saturé, l'augmentation de la charge sur l'arbre fait croître le flux de sorte que la vitesse déterminée par l'expression (14-40) diminue suivant une loi sensiblement hyperbolique (fig. 14-39). Le couple donné par (14-50) croît dans ces conditions suivant une loi approximativement quadratique. Le courant

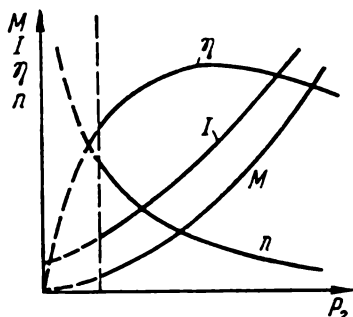


Fig. 14-39. Caractéristiques de fonctionnement d'un moteur série

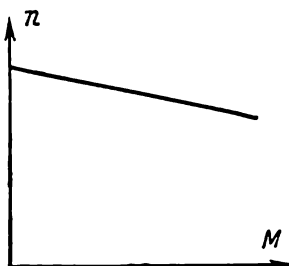


Fig. 14-40. Caractéristique mécanique d'un moteur série

croît lui aussi suivant une loi qui ne diffère pour une machine non saturée que très peu d'une loi linéaire étant donné que le dénominateur de l'expression (14-51) augmente en même temps que la charge. Pour une machine saturée, la croissance du courant est un peu plus rapide parce que le flux Φ_0 varie très peu. La variation du rendement en fonction de la charge est analogue à celle indiquée précédemment.

Compte tenu des relations (14-44) et (14-45), on peut écrire pour le couple électromagnétique l'expression suivante :

$$M_{\text{ém}} = \frac{c_m}{k_\Phi} \Phi_0^2.$$

En déterminant à partir de cette expression le flux Φ_0 et en le portant dans l'expression (14-40), nous obtenons l'équation de la caractéristique mécanique d'un moteur série non saturé (fig. 14-40) :

$$n = \frac{U}{c_e \sqrt{\frac{k_\Phi}{c_m} (M + M_0)}}. \quad (14-54)$$

Les parties initiales des caractéristiques de fonctionnement, représentées en pointillé sur la fig. 14-39, correspondent au fonctionnement à petite charge lorsque la vitesse de rotation devient exces-

sivement grande. Une particularité caractérisant un moteur série est une brusque chute de la vitesse en cas d'augmentation de la charge.

Les caractéristiques de fonctionnement des moteurs à excitation composée sont intermédiaires entre celles des moteurs dérivation et celles des moteurs série.

14-14. Inversion du sens de rotation et freinage des moteurs à courant continu

L'inversion du sens de rotation d'un moteur à courant continu est obtenue par le changement du sens de courant dans l'induit, la polarité des pôles inducteurs étant inchangée, ou par le changement du sens de courant d'excitation, le sens de courant circulant dans l'induit restant le même.

Dans les moteurs excités en dérivation, l'inversion du sens de rotation est effectuée le plus souvent en invertissant les connexions de l'induit. L'enroulement d'excitation dans ces moteurs est caractérisé par une grande constante de temps et une grande réserve d'énergie électromagnétique. C'est pourquoi le changement de sens de rotation par l'inversion du sens de courant d'excitation n'est possible que dans les moteurs de petite puissance.

L'inversion du sens de rotation des moteurs série est le plus souvent obtenue aussi en changeant le sens du courant dans l'enroulement d'induit. Cependant, l'inversion du sens de rotation dans ces moteurs peut également être réalisée en changeant le sens du courant dans l'enroulement d'excitation étant donné que sa réserve d'énergie et sa constante de temps sont faibles. Les petits moteurs à courant continu sont souvent munis de deux enroulements d'excitation qui fonctionnent indépendamment l'un de l'autre et assurent la rotation à droite ou à gauche de l'induit. L'emploi de moteurs à deux enroulements augmente légèrement leur encombrement et compromet la bonne utilisation de l'enroulement d'excitation dans son ensemble, car dans chaque régime n'est utilisée qu'une moitié de cet enroulement.

Le freinage des moteurs à courant continu peut être soit mécanique (à l'aide de dispositifs mécaniques et de freins), soit électrique. Dans tous les cas où cela est possible il convient de donner la préférence au freinage électrique, en employant des freins mécaniques pour l'arrêt du moteur à la fin de la période de freinage et pour le positionnement du mécanisme entraîné. Lors du freinage, l'induit du moteur est maintenu en rotation par le couple qui est dû à la diminution de l'énergie cinétique emmagasinée dans le moteur et dans l'appareil d'utilisation.

Le freinage avec récupération de l'énergie est obtenu lorsqu'on fait fonctionner en génératrice le moteur branché sur le réseau. Le freinage dynamique (rhéostatique) se produit lorsqu'un moteur excité est débranché du réseau d'alimentation et branché sur une résistance.

Pour assurer le freinage par contre-courant, le moteur (généralement son induit) est commuté pour la rotation en sens inverse.

Pour pouvoir réaliser le freinage par récupération, il est nécessaire que la F.C.E.M. de la machine branchée sur le réseau devienne supérieure à la tension aux bornes, ce qui est obtenu par l'augmentation du courant d'excitation ou par la baisse de la tension de la source d'alimentation. Dans ces conditions, le courant dans l'induit change de sens, la machine se met à fonctionner comme génératrice et développe un couple résistant. Le freinage par contre-courant est obtenu par l'inversion des connexions de l'induit en rotation. La F.E.M. conserve alors son sens mais agit dans le même sens que la tension d'alimentation parce que la polarité aux bornes de l'induit s'est inversée. Le courant dans l'induit changera de sens et la machine développera un couple résistant. Le courant dans l'induit prendrait dans ce cas une valeur trop élevée. Pour limiter sa valeur, on intercale en série avec l'induit une résistance spéciale de contre-courant.

Lors du freinage dynamique, on laisse le courant d'excitation sans modification alors que l'induit est fermé sur une résistance r_d . La machine commence à fonctionner comme génératrice à excitation séparée, en consommant la réserve d'énergie cinétique provenant de l'organe entraîné. L'induit du moteur s'arrête à l'instant où cette réserve se trouve épuisée.

14-15. Pertes et rendement des machines à courant continu

Le fonctionnement des machines électriques s'accompagne de pertes de trois sortes : électriques, mécaniques et magnétiques.

Dans la catégorie de pertes électriques on range les pertes dans tous les enroulements de la machine et dans le contact balais-collecteur. Pour une machine à excitation en dérivation ces pertes sont déterminées par la formule :

$$p_{\text{él}} = I^2 (r_{\text{ind}} + r_{\text{aux}} + r_c) + UI_{\text{exc}} + \Delta U_b I, \quad (14-55)$$

où r_{aux} et r_c sont les résistances de l'enroulement des pôles auxiliaires et de l'enroulement de compensation ; ΔU_b est la chute de tension dans le contact balais-collecteur (on prend d'ordinaire $\Delta U_b = 2$ V par paire de balais).

Dans les machines à excitation en série et à excitation composée, les pertes électriques sont déterminées respectivement par les expressions :

$$p_{\text{él}} = I^2 (r_{\text{ind}} + r_{\text{aux}} + r_{\text{exc}}) + \Delta U_b I; \quad (14-56)$$

$$p_{\text{él}} = I^2 (r_{\text{ind}} + r_{\text{aux}} + r_c + r_{\text{exc. s.}}) + UI_{\text{exc}} + \Delta U_b I, \quad (14-57)$$

où $r_{\text{exc. s.}}$ est la résistance de l'enroulement d'excitation série.

Les pertes magnétiques sont composées des pertes p_F par courants de Foucault et des pertes par hystérésis dans le fer de l'induit

qui subit lors de la rotation une inversion d'aimantation. Ces pertes sont déterminées à l'aide de tableaux suivant l'induction magnétique de l'acier.

Les pertes mécaniques $p_{méc}$ comportent les pertes par frottement des tourillons dans les paliers, les pertes par frottement des balais contre le collecteur et les pertes par frottement des parties tournantes contre l'air. Dans ces pertes il convient également de ranger les pertes de puissance consommée par le ventilateur s'il est incorporé dans la machine.

En plus des pertes susmentionnées il existe encore des pertes supplémentaires p_{sup} qu'il est difficile de prendre en considération. Parmi ces dernières pertes on peut indiquer les pertes dans les épaulements polaires à cause de la pulsation de l'induction due à la

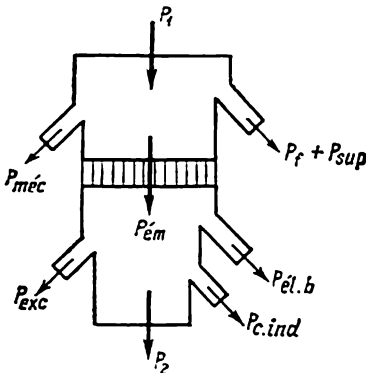


Fig. 14-41. Diagramme énergétique d'une dynamo dérivation

denture de l'induit, les pertes dans le fer à cause de la distorsion du champ principal par la réaction d'induit et autres. Ces pertes peuvent être rangées conventionnellement dans la catégorie de pertes magnétiques étant donné qu'elles sont dues essentiellement aux variations du flux magnétique. Les pertes totales dans la machine ont pour expression :

$$\Sigma p = p_{el} + p_F + p_{sup} + p_{méc}. \quad (14-58)$$

La fig. 14-41 représente le diagramme énergétique d'une dynamo à excitation en dérivation, qui montre la transformation de l'énergie mécanique P_1 appliquée à l'arbre en énergie électrique $P_2 = UI_{ch}$ fournie au récepteur. Une partie de la puissance P_1 est dépensée pour compenser les pertes mécaniques, les pertes dans le fer et les pertes supplémentaires. Le reste de la puissance est transformé en puissance électromagnétique $P_{ém}$ et dépensé en partie pour les pertes dans le contact balais-collecteur, dans le cuivre de l'induit et dans le circuit d'excitation. A charge nominale, la partie majeure de cette puissance est fournie au réseau (au récepteur).

Le rendement d'une machine à courant continu est égal au rapport de la puissance utile P_2 fournie par la machine à la puissance absorbée P_1 :

$$\eta = P_2/P_1. \quad (14-59)$$

Pour les petites machines il est déterminé par mesure directe des puissances P_1 et P_2 en régime quelconque de service. Pour les machines de moyenne et grande puissance, on trouve la somme des pertes dans la machine en utilisant la méthode des pertes séparées et on

calcule le rendement à l'aide des formules :

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{P_2}{P_2 + \Sigma p} \text{ (dynamo); } \\ \eta &= \frac{P_1 - \Sigma p}{P_1} \text{ (moteur). } \end{aligned} \right\} \quad (14-60)$$

Pour une génératrice, la puissance utile est $P_2 = UI_{\text{ch}}$, alors que pour un moteur on connaît généralement la puissance appliquée $P_1 = UI_{\text{ch}}$.

14-16. Applications des machines à courant continu. Réglage de la vitesse des moteurs

Les machines à courant continu d'une puissance allant de quelques fractions de watt jusqu'à plusieurs milliers de kilowatts trouvent de nombreuses applications dans diverses branches de l'économie nationale. Les plus répandues sont les machines à courant continu ayant une tension de 110 V (115 V), 220 V (230 V) et 440 V (460 V). Les moteurs à courant continu sont employés dans le cas où il est nécessaire de régler dans de larges limites les vitesses de rotation ainsi que pour obtenir des vitesses de rotation très élevées. L'inconvénient des machines à courant continu est la présence du collecteur dont la construction et la fabrication sont bien compliquées. En outre, le collecteur constitue une source de parasites radio-électriques.

La variation de la tension aux bornes ainsi que le réglage de la vitesse au-dessus de sa valeur nominale par diminution du courant d'excitation sont les procédés les plus économiques employés pour régler la vitesse des moteurs. Parfois, on règle la vitesse par introduction d'une résistance dans le circuit de l'induit. Le réglage de la vitesse des moteurs d'entraînement sera étudié de façon beaucoup plus détaillée dans le chap. 15.

CINQUEME PARTIE

ENTRAÎNEMENT ÉLECTRIQUE ET ÉLÉMENTS DE SYSTÈMES DE COMMANDE AUTOMATIQUE

CHAPITRE XV

BASES THÉORIQUES DE L'ENTRAÎNEMENT ÉLECTRIQUE

15-1. Notions et définitions fondamentales

Le champ d'application de l'entraînement électrique (on emploie aussi les termes « commande électrique » et « transmission électrique »), c'est-à-dire de l'ensemble de dispositifs qui actionnent au moyen de moteurs électriques les organes, appareils et machines à entraîner, est très vaste. Même si la commande est assurée par d'autres moteurs, par exemple les moteurs hydrauliques, l'énergie utilisée pour l'alimentation de ces moteurs est pratiquement toujours obtenue par la conversion de l'énergie électrique. Cet emploi presque universel de l'entraînement électrique s'explique par de très gros avantages qu'il comporte ainsi que par la simplicité et la facilité que présente l'énergie électrique en ce qui concerne sa distribution et sa transformation.

De même que tout autre ensemble d'entraînement, l'ensemble d'entraînement électrique comprend un moteur proprement dit, une transmission, c'est-à-dire un ensemble des organes (trains d'engrenages, couples hélicoïdaux, courroies, etc.) interposés entre le moteur et la machine qu'il entraîne, et des appareils de commande destinés au démarrage, à l'arrêt et au réglage de l'ensemble.

Au début du développement industriel (jusqu'au milieu du XIX^e siècle environ) on utilisait dans les ateliers les machines à vapeur ou les moteurs hydrauliques qui entraînaient un certain nombre d'arbres de transmission sur lesquels les autres machines de l'atelier venaient prendre par l'intermédiaire de courroies et de poulies l'énergie qui leur était nécessaire. C'était l'installation dite « à transmission principale ».

Primitivement, la commande électrique était aussi à *transmission principale* : un seul moteur commun était utilisé pour l'entraî-

nement de plusieurs machines ou appareils d'utilisation $1AU$, $2AU$, $3AU$, etc. (fig. 15-1, *a*); le plus souvent on utilisait la transmission par courroies. Une telle installation se caractérisait par des pertes d'énergie considérables en cas d'une charge incomplète des équipements, par l'encombrement des locaux de production avec de nombreux arbres de transmission et par un niveau élevé de bruit. L'étape suivante du développement a été marquée par le passage à la *commande individuelle* dans laquelle les divers organes d'une machine d'utilisation sont actionnés par un moteur individuel. C'est

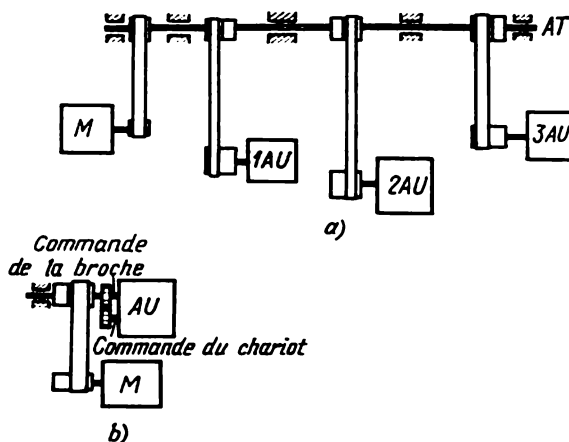


Fig. 15-1. Schéma des installations de transmission: *a*, à transmission principale; *b*, à commande individuelle

M, moteur d'entraînement; *AU*, machines et appareils d'utilisation; *AT*, arbre de transmission

ainsi par exemple que l'entraînement en rotation de la broche et le déplacement du chariot d'un tour sont assurés par un seul moteur comme on peut voir sur la fig. 15-1, *b*.

Dans les ateliers modernes, les machines-outils sont à commande individuelle et comportent le plus souvent plusieurs moteurs dont chacun sert à l'entraînement d'un seul organe. Dans ces conditions, les moteurs d'entraînement et de commande dont le nombre dans une seule machine peut atteindre plusieurs dizaines sont organiquement incorporés dans cette machine.

En U.R.S.S., la commande électrique a connu un développement très rapide. Dès les années 30 on a vu se réaliser un réarmement énergétique de toute la production industrielle soviétique. Actuellement, le coefficient d'électrification de l'industrie soviétique, c'est-à-dire le rapport de la puissance installée totale des moteurs électriques à la puissance installée totale de tous les moteurs, est supérieur à 99 %, ce qui dépasse le même indice de n'importe quel pays capitaliste.

C'est en U.R.S.S. que la théorie de la commande électrique a été mise sur pied en tant que discipline scientifique et technique distincte. Le fondateur de la théorie de la commande électrique a été le professeur S. Rinkevitch dont le livre « Distribution électrique de l'énergie mécanique » (1925) a constitué le premier ouvrage sur la théorie de la commande électrique. Le développement ultérieur de cette théorie est lié aux noms du professeur V. Popov (« Applications industrielles des moteurs électriques », 1932 à 1939), du professeur D. Morozov, du professeur M. Tchilikine et d'autres savants.

Dans le cadre d'un exposé succinct de la théorie de la commande électrique il nous semble nécessaire d'étudier les principes, les procédés de réglage de la vitesse, les équations du mouvement et les méthodes à suivre pour le choix des moteurs d'entraînement.

15-2. Caractéristiques mécaniques des moteurs électriques

On appelle caractéristique mécanique d'un appareil à entraîner la courbe ou l'expression analytique traduisant la relation entre la vitesse de cet appareil et la valeur du couple résistant, alors que pour un moteur d'entraînement la caractéristique mécanique est la courbe ou l'expression traduisant la variation de sa vitesse en fonction du couple M développé par ce moteur. Les caractéristiques mécaniques des appareils entraînés sont essentiellement utilisés pour la construction des diagrammes de charge de ces appareils tandis que les caractéristiques mécaniques des moteurs d'entraînement servent à étudier les phénomènes qui se déroulent dans les dispositifs d'entraînement électrique et à déterminer l'aptitude d'un moteur donné à l'entraînement d'un appareil ou d'une machine d'utilisation. C'est ainsi par exemple que pour assurer une haute productivité d'une machine-outil il est nécessaire que la vitesse d'usinage des pièces et par conséquent, la vitesse du moteur d'entraînement soient constantes ou varient faiblement avec la charge, c'est-à-dire avec la variation de l'épaisseur du copeau enlevé. La vitesse de rotation n des moteurs d'entraînement s'exprime généralement en tours par minute.

Les plus répandues pour l'entraînement des machines d'utilisation sont les moteurs à courant continu à excitation séparée (ou en dérivation) et les moteurs asynchrones triphasés. Dans les systèmes d'asservissement on utilise largement des moteurs asynchrones diphasés. Rappelons les notions fondamentales relatives aux caractéristiques mécaniques $n = f(M)$ de ces moteurs tant pour leur fonctionnement en moteur que pour le freinage électrique.

Le freinage électrique des moteurs est plus sûr et efficace que le freinage mécanique du fait que ce dernier dépend pour une large part des circonstances aléatoires, de l'état des sabots, par exemple. C'est pourquoi dans les dispositifs d'entraînement électrique modernes on emploie surtout le freinage électrique, alors que les freins mécaniques sont d'ordinaire réservés au freinage jusqu'à l'arrêt

définitif et à l'immobilisation du mécanisme dans la position voulue (par exemple, dans les engins de levage).

On distingue les modes suivants de freinage électrique : le freinage avec récupération, le freinage dynamique et le freinage par contre-courant.

Pendant le freinage avec récupération l'énergie électrique du moteur qui fonctionne dans ces conditions en génératrice est renvoyée au réseau d'alimentation. Pour un moteur à courant continu, par exemple, la vitesse de rotation doit être dans ce cas supérieure à la vitesse à vide et la F.E.M. E de l'induit plus grande que la tension du réseau U . Si ces conditions sont réalisées, le courant d'induit

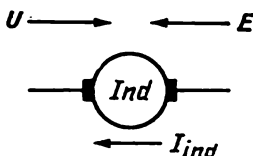


Fig. 15-2. Sens de la F.E.M. et du courant dans l'induit d'un moteur à courant continu

I_{ind} circulera dans le sens de la F.E.M. Les sens de la F.E.M. et des courants sont montrés sur la fig. 15-2. Un tel procédé de freinage est utilisé lors de la descente des fardeaux par un monte-charge, dans le système moteur-générateur (système Ward-Léonard) dans lequel le moteur à courant continu est alimenté par une dynamo à tension réglable. Dans ces cas, l'énergie potentielle du fardeau en descente ou l'énergie cinétique emmagasinée dans le moteur en rotation est transformée en énergie électrique qui est restituée au réseau d'alimentation.

Le freinage dynamique est obtenu par le branchement de l'induit tournant d'un moteur à courant continu excité sur une résistance dite résistance de freinage dynamique (fig. 15-3, b). Dans les moteurs asynchrones, l'enroulement de stator est connecté sur une tension continue, si bien que le freinage se produit lors de la rotation du rotor court-circuité dans un champ magnétique fixe (fig. 15-5, b). Dans ce mode de freinage, l'énergie cinétique emmagasinée est transformée par le moteur en énergie électrique qui est dissipée sous forme calorifique dans la résistance du circuit induit-résistance ou dans le circuit du rotor court-circuité.

Pour le freinage à contre-courant on assure l'intervention des connexions de l'induit du moteur à courant continu de sorte que sa F.E.M. agit dans le même sens que la tension appliquée (fig. 15-3, c). Dans le cas d'un moteur asynchrone le stator est commuté pour la rotation en sens inverse (fig. 15-5, a). Avec un tel branchement le couple développé par le moteur sera orienté en sens opposé, c'est-à-dire deviendra un couple résistant. Pendant ce freinage on constate

la dissipation sous forme de calories non seulement de l'énergie mécanique fournie par l'appareil entraîné mais également de l'énergie absorbée au réseau.

Caractéristiques mécaniques des moteurs à courant continu à excitation séparée (en dérivation). Les schémas de branchement du moteur pour les divers modes de fonctionnement sont représentés sur la fig. 15-3. Dans le schéma habituel le rhéostat de démarrage RhD (fig. 15-3, *a*) comporte une lamelle de contact reliée à l'une des bornes du circuit d'excitation. Le balais glissant du levier de rhéostat amène à l'enroulement d'excitation la tension totale du

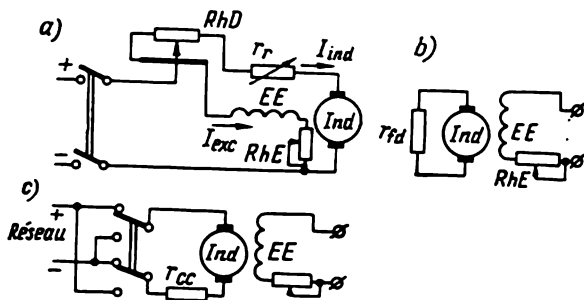


Fig. 15-3. Schémas de branchement d'un moteur dérivation à courant continu: *a*, schéma de montage; *b*, schéma du freinage dynamique; *c*, schéma du freinage par contre-courant

réseau d'alimentation, ce qui assure le démarrage du moteur avec un couple au démarrage considérable correspondant au flux magnétique total pour des courants d'induit admissibles. Remarquons que le rhéostat de démarrage prévu pour un passage de courant de courte durée ne peut pas servir au réglage de la vitesse. A cet effet, on doit utiliser des résistances de réglage prévues pour un service continu sous tension. Pour le freinage dynamique l'induit du moteur est débranché du réseau d'alimentation et est fermé sur la résistance de freinage dynamique r_{fd} (fig. 15-3, *b*). Le freinage à contre-courant peut être réalisé par l'intervention des connexions de l'enroulement d'excitation ou de l'enroulement d'induit; en règle générale ce sont les connexions de l'induit qu'on inverse étant donné que l'inertie électromagnétique de l'induit est notablement plus faible que celle du circuit d'excitation.

Considérons les caractéristiques mécaniques du moteur à tension de réseau constante $U = \text{const}$ et à courant d'excitation constant $I_{exc} = \text{const}$, ce qui correspond au fonctionnement sans intervention du personnel d'exploitation. En première approximation, on néglige généralement l'action démagnétisante de la réaction d'induit et on considère que pour $I_{exc} = \text{const}$ et le flux magnétique Φ du moteur est aussi sensiblement constant.

Dans ces conditions, en partant des expressions connues du couple et de la F.E.M. du moteur, on peut considérer que le couple M développé par le moteur est proportionnel au courant d'induit I_{ind} et que la F.E.M. est proportionnelle à la vitesse de rotation n :

$$\begin{aligned} M &= \frac{ip}{2\pi 9,81} \frac{N}{a} \Phi I_{\text{ind}} = c_m I_{\text{ind}}, \text{ en m kgf;} \\ E &= \frac{pn}{60} \frac{N}{a} \Phi = c_e n, \text{ en V.} \end{aligned} \quad (15-1)$$

où $c_m = \frac{p}{2\pi 9,81} \frac{N}{a} \Phi$ est une constante du couple; $c_e = \frac{p}{60} \frac{N}{a} \Phi \approx 1,027 c_m$ une constante de la F.E.M.

La constante du couple peut être déterminée à l'aide du livret matricule du moteur en divisant le couple nominal M_n en m.kgf ($M_n = 975 P_n / n_n$) par le courant nominal de l'induit $I_{\text{ind. n}}$.

En régime établi, lorsque le couple résistant $M_{\text{rés}}$ est égal au couple moteur M , la vitesse du moteur a pour expression

$$\begin{aligned} n &= \frac{U - I(r_{\text{ind}} + r_r)}{c_e} = \frac{U - (M/c_m)(r_{\text{ind}} + r_r)}{c_e} = \\ &= n_0 - \frac{M}{c_e c_m} (r_{\text{ind}} + r_r), \end{aligned} \quad (15-2)$$

où U est la tension du réseau, r_r la résistance de réglage, $n_0 = U/c_e$ la vitesse de la marche à vide ($M = 0$).

L'expression (15-2) traduit les caractéristiques mécaniques rectilignes lors du fonctionnement de la machine en moteur ($M > 0$) et pendant le freinage avec récupération de l'énergie au réseau ($M < 0$). Lorsque la résistance r_r est éliminée du circuit d'induit, on obtient une caractéristique naturelle, pour $r_r \neq 0$ on a des *caractéristiques artificielles* (1^{er} et 2^{ème} quadrants de la fig. 15-4).

Introduisons la notion d'accroissement (de variation) du couple M et de la vitesse n en pourcentage des valeurs nominales de M_n et n_n : $dM \%$ et $dn \%$. Alors, le *facteur de rigidité* β de la caractéristique mécanique (qui détermine le degré de stabilité du moteur) sera donné par la valeur absolue de la cotangente de l'angle d'inclinaison de la caractéristique mécanique (dans le cas général par la pente de la tangente):

$$\beta = \left(\frac{dM\%}{dn\%} \right) = \cotg \gamma.$$

La caractéristique mécanique naturelle du moteur est suffisamment rigide mais elle devient plus douce lorsque la résistance r_r augmente. En réalité les caractéristiques mécaniques ne sont pas rigoureusement linéaires. L'action démagnétisante due à la réaction d'induit se manifeste généralement d'autant plus fortement que la charge est plus élevée.

Lors du freinage dynamique, le couple de freinage du moteur s'exprime par

$$M = c_m I_{\text{ind}} = \frac{c_e c_m}{r_{\text{ind}} + r_{f. d.}} n. \quad (15-3)$$

D'après cette dernière expression on a construit dans le 2^{ème} quadrant ($M < 0$ et $n > 0$) de la fig. 15-4 les caractéristiques mécaniques pour différentes valeurs de la résistance $r_{f. d.}$.

Pour le freinage par contre-courant on introduit dans le circuit d'induit une résistance r_{cc} qui limite l'intensité du courant dans

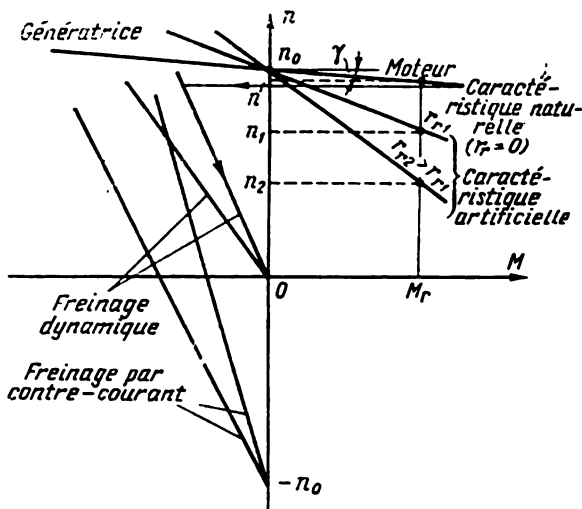


Fig. 15-4. Caractéristiques mécaniques d'un moteur dérivation (ou d'un moteur à excitation séparée) à courant continu

l'induit de sorte que sa valeur ne dépasse pas de 2 ou 2,5 fois la valeur nominale pour une tension du réseau pratiquement double. Pendant le freinage par contre-courant, la F.E.M. agit dans le même sens que la tension du réseau de sorte que le premier membre de l'expression (15-2) doit être muni de signe moins. Ceci étant, nous déduisons de (15-2) l'expression suivante pour la caractéristique mécanique :

$$n = -n_0 + \frac{M}{c_e c_m} (r_{\text{ind}} + r_{cc}) \quad (15-4)$$

Pour $M = 0$ la vitesse $n = -n_0$, la rotation en sens inverse se fait donc à la vitesse n_0 ; pour $n = 0$ nous obtenons

$$c_e n_0 = U = \frac{M}{c_m} (r_{\text{ind}} + r_{cc}),$$

ce qui signifie que la totalité de la tension du réseau est appliquée à la résistance $r_{\text{ind}} + r_{cc}$; pour $n = n_0$, c'est-à-dire pour la vitesse

à vide, la tension aux bornes de la résistance $r_{\text{ind}} + r_{\text{cc}}$ est égale à la double tension du réseau U . Les caractéristiques pour deux valeurs de la résistance r_{cc} sont données dans les 2^{ème} et 3^{ème} quadrants de la fig. 15-4.

Le passage du fonctionnement en moteur au régime de freinage se fait très vite, pratiquement d'une manière instantanée, de sorte que la vitesse du moteur ne subit lors de ce passage aucune variation, ce qui est montré sur la fig. 15-4 pour le cas de freinage dynamique.

Bien qu'il soit le plus avantageux, le freinage avec récupération d'énergie n'est pas toujours réalisable étant donné que le moteur d'entraînement doit avoir dans ce cas une vitesse de rotation supérieure à la vitesse de marche à vide parfait. Le freinage à contre-courant permet d'obtenir des couples de freinage importants dans la gamme de vitesse allant de la vitesse maximale jusqu'à zéro où il est nécessaire d'arrêter le moteur. Pourtant la dépense d'énergie dans ce procédé de freinage est considérablement plus grande que lors du freinage dynamique qui est par contre moins efficace. Pour toutes ces raisons, ce procédé de freinage n'est utilisé que dans des cas relativement rares, par exemple, lors de la descente de fardeaux au crochet d'une grue. Bien souvent on a recours à un freinage combiné : au freinage dynamique pour des vitesses considérables (jusqu'à 10 ou 15 % de la valeur nominale) et ensuite au freinage par contre-courant pour des vitesses plus faibles.

Caractéristiques mécaniques des moteurs asynchrones triphasés.
Le schéma de branchement d'un moteur asynchrone triphasé à

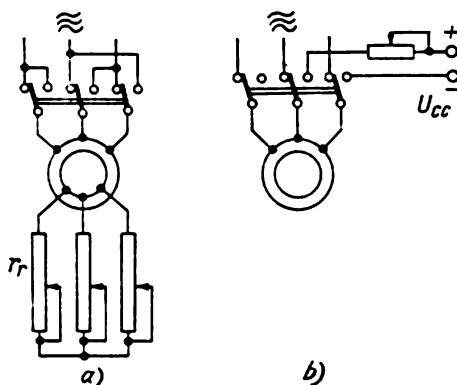


Fig. 15-5. Schémas de branchement d'un moteur asynchrone triphasé : a, schéma de montage ; b, schéma du freinage dynamique

rotor bobiné est représenté sur la fig. 15-5, a. Le passage du moteur au régime de freinage par contre-courant est obtenu par la manœuvre d'un commutateur tripolaire. La fig. 15-5, b donne le schéma de branchement d'un moteur à rotor court-circuité en cas du freinage dynamique lorsque deux phases du stator sont connectées sur une

tension continue dont la valeur s'élève généralement à quelques p. cent de la valeur nominale de la tension alternative d'alimentation.

Conformément à l'expression donnant la variation du couple moteur en fonction du glissement s , les caractéristiques mécaniques du moteur construites pour différentes valeurs des résistances intercalées dans le circuit d'induit ont l'allure montrée sur la fig.15-6, a.

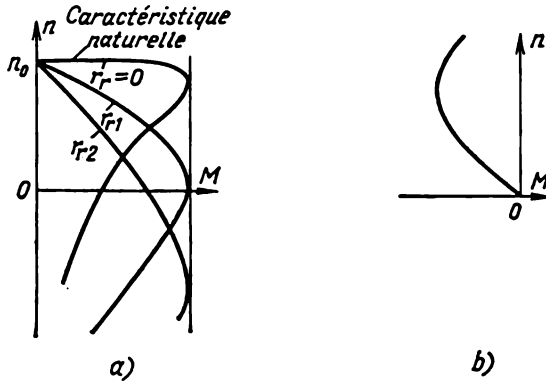


Fig. 15-6. Caractéristiques mécaniques d'un moteur asynchrone triphasé: a, caractéristiques mécaniques de fonctionnement en moteur; b, caractéristique mécanique de fonctionnement en freinage dynamique

Pour des vitesses supérieures à la vitesse de synchronisme ($n > n_0$), le moteur fonctionne en génératrice, en fournissant de l'énergie au réseau d'alimentation et le couple qu'il développe est un couple de freinage. Les caractéristiques du moteur ne sont pas linéaires, mais la partie de travail des caractéristiques est généralement constituée par une portion correspondant à des glissements relativement faibles. Le facteur de rigidité (le degré de stabilité) β pour cette portion peut être considéré comme approximativement égal au rapport du couple nominal M_n adopté pour 100 %, à la variation de la vitesse en charge nominale, égale au glissement nominal en p. cent s_n % :

$$\beta_n = \frac{100}{s_n \%} \cdot \quad (15-5)$$

⌋ Pour les caractéristiques artificielles, le facteur de rigidité a pour expression

$$\beta = \beta_n \frac{r_{rot}}{r_{rot} + r_r} \cdot \quad (15-6)$$

où r_{rot} est la résistance de l'enroulement bobiné du rotor; r_r la résistance de réglage dans une phase.

En cas de freinage dynamique, le rotor tourne dans un champ magnétique fixe produit par le courant continu parcourant l'enroulement de stator. L'enroulement du rotor est le siège d'une F.E.M.

induite qui produit des courants assurant le freinage du rotor. On peut démontrer que la caractéristique mécanique d'un moteur à rotor court-circuité présente l'allure montrée sur la fig. 15-6, b.

Les caractéristiques d'un moteur fonctionnant en freinage à contre-courant ne sont rien d'autres que ses caractéristiques pour le sens opposé de rotation prolongées dans le 2^{ème} quadrant (fig. 15-4). Le freinage à contre-courant est généralement obtenu par l'introduction de fortes résistances dans le circuit du rotor lorsque les caractéristiques pour la gamme de vitesse de $-n_0$ à n_0 peuvent être considérées comme linéaires.

Le passage de la caractéristique de travail à la caractéristique de freinage se fait, de même que pour les moteurs à courant continu, d'une façon pratiquement instantanée.

Les caractéristiques mécaniques des moteurs asynchrones diphasés sont étudiées au par. 17-1.

15-3. Notions sur le calcul et le choix des rhéostats de démarrage

Les rhéostats de démarrage sont destinés à limiter l'intensité des courants lors de la mise en marche des moteurs et à assurer le démarrage en cas de variation du couple de démarrage dans des limites données. Le démarrage direct, c'est-à-dire le branchement des moteurs sur la tension totale du réseau, n'est employé que pour des moteurs de faible puissance ainsi que pour des moteurs asynchrones à rotor court-circuité si cela est admissible pour le réseau alimentant le moteur.

Pour déterminer le fractionnement d'un rhéostat de démarrage, on se sert des formules obtenues à la suite de l'étude des phénomènes intervenant au cours du démarrage. A part les formules on emploie largement des méthodes analytiques et graphiques suggestives. L'application d'une de ces méthodes sera illustrée par un exemple de calcul.

Suivant les conditions de démarrage on se fixe les limites de variation du couple moteur pendant le démarrage, dans ces conditions la valeur minimale du couple de démarrage en charge doit dépasser le couple résistant au moins de quelques dizaines p. cent. On considère que le couple d'un moteur à courant continu est proportionnel au courant d'induit (à courant d'excitation constant) et que le couple d'un moteur asynchrone est proportionnel au courant dans le rotor (pour de fortes résistances). Le calcul du processus de démarrage est poursuivi jusqu'à des vitesses correspondant à la sortie des moteurs sur la caractéristique naturelle. Nous donnons ci-dessous à titre d'exemple le calcul du rhéostat de démarrage pour un moteur asynchrone triphasé à bagues.

Exemple d'application. Déterminons les résistances des sections du rhéostat de démarrage pour un moteur asynchrone triphasé du type MT 42-8 commandant un appareil de levage (schéma de la fig. 15-7, a). Les données du moteur: la puissance nominale $P_n =$

= 16 kW, la tension $U_n = 380$ V, le courant nominal dans la ligne $I_n = 42,5$ A, la vitesse nominale $n_n = 750$ tr/mn, le facteur de puissance $\cos \varphi = 0,69$, le courant de rotor en charge nominale $I_{n. \text{rot}} = 46,3$ A, la tension entre les bagues du rotor à l'arrêt non fermé pour la tension nominale du stator $E_{n. \text{rot}} = 222$ V, la résistance d'une phase de rotor $r_{\text{rot}} = 0,118$ ohm.

Supposons que lors du démarrage le moteur est relativement peu chargé et que le couple de démarrage et, par conséquent, le courant

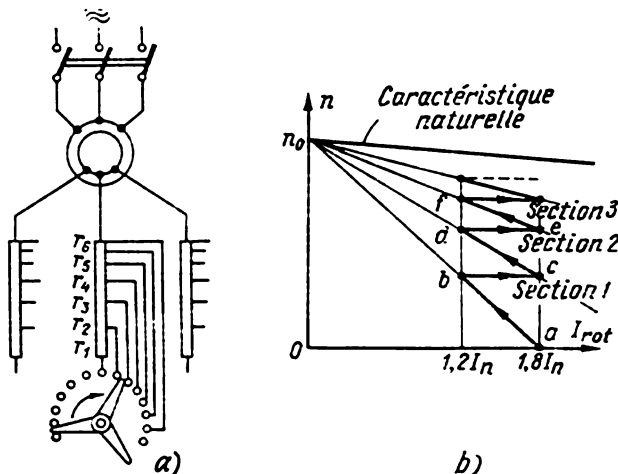


Fig. 15-7. Pour le calcul d'un rhéostat de démarrage: a, schéma de montage du rhéostat; b, caractéristiques mécaniques

dans le rotor varient dans les limites de 1,8 à 1,2 de leur valeur nominale, c'est-à-dire le courant de rotor varie dans les limites de $1,8 \times 46,3 = 83$ A à $1,2 \times 46,3 = 55,6$ A. Nous allons supposer que le flux magnétique du moteur varie très peu avec la charge et que par conséquent la F.E.M. induite dans le rotor est proportionnelle au glissement.

Construisons la caractéristique mécanique naturelle rectiligne dans le système de coordonnées I_{rot}, n d'après les points suivants: $I_{\text{rot}} = 0, n = n_0 = 750$ tr/mn et $I_{n. \text{rot}} = 46,3$ A, $n = 718$ tr/mn (fig. 15-7, b) et traçons deux lignes $I_{\text{rot}} = 55,6$ A et $I_{\text{rot}} = 83$ A qui limitent les caractéristiques de démarrage.

Lorsque le rhéostat de démarrage est introduit en totalité, la caractéristique mécanique doit passer par les points n_0 et $n = 0$ pour la valeur maximale choisie du courant $I_{\text{max. rot}} = 83$ A. Ainsi, la résistance totale d'une phase du rhéostat de démarrage couplé en étoile a pour valeur

$$r_{\text{rh}} + r_{\text{rot}} = \frac{E_{n. \text{rot}}}{\sqrt{3} I_{\text{max. rot}}} = \frac{222}{\sqrt{3} \cdot 83} = 1,55 \text{ ohm}$$

Avec cette résistance, le moteur démarre et prend de la vitesse jusqu'au point *b* sur la caractéristique de la fig. 15-7, *b*, qui correspond à l'élimination de la première section du rhéostat et donc au passage sur la caractéristique n_0c . La vitesse n_b au point *b* et la F.E.M. $E_{b, \text{rot}}$ sont calculées comme suit :

$$\begin{aligned} n_b &= \frac{1,8-1,2}{1,8} n_0 = 250 \text{ tr/mn et } E_{b, \text{rot}} = \\ &= \frac{n_0 - n_b}{n_0} E_{n, \text{rot}} = \frac{500}{750} \cdot 222 = 148 \text{ V.} \end{aligned}$$

Pour cette F.E.M. et le courant de calcul maximal de rotor $I_{\text{max. rot}}$ on détermine la résistance du circuit rotorique après l'élimination de la première résistance successive r_1 :

$$r_{\text{rh}} + r_{\text{rot}} - r_1 = \frac{E_{b, \text{rot}}}{\sqrt{3} I_{\text{max. rot}}} = \frac{148}{\sqrt{3} \cdot 83} = 1,03 \text{ ohm.}$$

La résistance de la première section: $r_1 = 1,55 - 1,03 = 0,52 \text{ ohm.}$

La vitesse n_d atteinte au point *d* et la F.E.M. du rotor $E_{d, \text{rot}}$ après l'élimination de la première section du rhéostat ont pour valeur :

$$\begin{aligned} n_d &= n_b + \frac{1,8-1,2}{1,8} (n_0 - n_b) = 417 \text{ tr/mn; } \\ E_{d, \text{rot}} &= \frac{n_0 - n_d}{n_0} E_{n, \text{rot}} = \frac{333}{750} \cdot 222 = 99 \text{ V.} \end{aligned}$$

La résistance du circuit rotorique après l'élimination de la deuxième résistance successive r_2 s'exprime par :

$$r_{\text{rh}} + r_{\text{rot}} - r_1 - r_2 = \frac{E_{d, \text{rot}}}{\sqrt{3} I_{\text{max. rot}}} = \frac{99}{\sqrt{3} \cdot 83} = 0,69 \text{ ohm.}$$

La résistance de la deuxième section $r_2 = 1,03 - 0,69 = 0,34 \text{ ohm.}$

En procédant de la même façon, on calcule les résistances des sections suivantes. Les résultants de ce calcul donnent les valeurs suivantes pour les résistances successives :

$r_3 = 0,23 \text{ ohm}$; $r_4 = 0,154 \text{ ohm}$; $r_5 = 0,102 \text{ ohm}$; $r_6 = 0,078 \text{ ohm.}$

La résistance totale du rhéostat $r_{\text{rh}} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 + r_5 + r_6 = 1,424 \text{ ohm}$ et la résistance totale du circuit rotorique $r_{\text{rh}} + r_{\text{rot}} = 1,424 + 0,118 = 1,542 \text{ ohm}$, ce qui coïncide pratiquement avec le résultat obtenu au début du calcul : $r_{\text{rh}} + r_{\text{rot}} = 1,55 \text{ ohm}$. Cela signifie que pour le démarrage dans la gamme de variation donnée du couple de démarrage on peut utiliser un rhéostat à six sections. La fig. 15-7, *a* montre le schéma de connexions des résistances successives d'une phase sur les contacts du rhéostat de démarrage.

Signalons que d'après le catalogue il convient de choisir pour le démarrage d'un tel moteur un rhéostat de démarrage à refroidissement

dissement par huile du type ПП-17,5 qui peut servir au démarrage des moteurs ayant une puissance jusqu'à 17,5 kW pour le courant nominal jusqu'à 75 A. Le nombre de sections de ce rhéostat, égal à cinq, est inférieur au nombre obtenu par le calcul et détermine donc une gamme plus large de variation du couple de démarrage.

Parfois, en calculant les rhéostats de démarrage, on prévoit encore une section initiale, dite section préliminaire. Lorsque la résistance de cette section est mise en circuit, le moteur développe un couple de démarrage initial de l'ordre de (0,3 à 0,5) M_n . Cette section peut servir au rattrapage préalable des jeux dans la machine d'utilisation ainsi que pour le freinage à contre-courant. Les résistances sont calculées d'après l'échauffement admissible pour 4 à 6 démarrages consécutifs. Le calcul des rhéostats pour les moteurs à courant continu se fait de la même manière que celui des rhéostats pour les moteurs asynchrones.

15-4. Réglage de la vitesse des moteurs

Dans de nombreuses applications des moteurs électriques il est nécessaire de faire varier leur vitesse. On peut citer à titre d'exemple les moteurs électriques destinés à l'entraînement des laminoirs, dans lesquels la vitesse de laminage doit varier en fonction de la réduction de section à passer, ainsi que la commande des machines-outils, dans lesquelles la vitesse de coupe doit varier en fonction de l'épaisseur du copeau et autres moteurs d'entraînement. Le réglage de la vitesse par paliers à l'aide de poulies et de boîtes de vitesse est employé assez rarement. Dans ces cas, le réglage progressif de la vitesse dans les limites de chaque palier fournit aussi des avantages considérables.

Les divers modes de réglage de la vitesse sont caractérisés par un certain nombre d'indices qualitatifs dont les principaux sont les suivants :

1. La plage ou l'étendue de réglage stable de la vitesse k_d qui est définie par le rapport de la vitesse maximale $n_{\max}$ stable, c'est-à-dire peu variable avec la charge, à la vitesse minimale stable $n_{\min}$ du moteur d'entraînement :

$$k_d = n_{\max}/n_{\min}.$$

Dans les dispositifs d'entraînement automatisés modernes on peut obtenir une plage de réglage atteignant plusieurs milliers.

2. L'économie du réglage qui est définie par le rapport de la puissance utile mise en œuvre à la puissance consommée.

3. La progressivité du réglage, c'est-à-dire une variation relativement petite de la vitesse lors du passage d'une caractéristique à une autre.

Considérons les procédés de réglage de la vitesse des moteurs à courant continu et des moteurs asynchrones triphasés les plus employés pour l'entraînement.

Réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu à excitation séparée. En utilisant les formules (15-1) et (15-2), écrivons l'expression donnant la vitesse du moteur

$$n = \frac{U - I_{\text{ind}}(r_{\text{ind}} + r_r)}{c_e \Phi}, \quad (15-7)$$

où

$$c_e = \frac{P}{60} \frac{N}{a}.$$

En régime établi, le courant dans le circuit d'induit à $\Phi = \text{const}$, par exemple, est déterminé par la valeur du couple résistant : $I_{\text{ind}} = M_r / c_m$. C'est pourquoi la vitesse de rotation peut être réglée en modifiant la résistance r_r dans le circuit de l'induit à tension U et flux Φ constants. A tension d'alimentation et résistance dans le circuit d'induit constantes, le réglage de la vitesse peut être obtenu par variation du flux magnétique et, enfin, à résistance r_{ind} et flux Φ constants, la vitesse peut être réglée par action sur la valeur de la tension d'alimentation U . Il est également possible d'utiliser un réglage combiné de la vitesse par une action simultanée sur deux ou même trois paramètres.

En insérant une résistance r_r dans le circuit d'induit (fig. 15-3, a), nous pouvons obtenir les différentes valeurs de la vitesse pour un couple résistant M_r donné (fig. 15-4). Lorsque la résistance r_r augmente, les caractéristiques mécaniques du moteur deviennent moins rigides et plus raides de sorte que la vitesse varie fortement avec la charge. L'expression $UI_{\text{ind}} = EI_{\text{ind}} + I_{\text{ind}}^2(r_{\text{ind}} + r_r)$ permet de conclure que la perte de puissance Δp dans la résistance de réglage est sensiblement égale à :

$$\Delta p \approx \frac{n_0 - n}{n_0} P_1, \quad (15-8)$$

où $P_1 = UI_{\text{ind}}$ est la puissance appliquée ; n_0 la vitesse de la marche à vide ; n la vitesse pour le couple résistant M_r donné sur la caractéristique artificielle (fig. 15-4). Cela signifie qu'une partie considérable de la puissance absorbée au réseau d'alimentation est perdue dans la résistance de réglage. Cette perte est approximativement égale au rapport de la diminution de vitesse $n_0 - n$ à la vitesse en marche à vide.

Bien que ce procédé de réglage dans le sens de diminution de la vitesse correspondant à la caractéristique naturelle soit peu économique et ne permette pas d'obtenir des caractéristiques stables, il trouve des applications grâce à sa simplicité. En règle générale, les moteurs électriques fonctionnent avec un flux magnétique maximal et avec un courant d'excitation qui est déterminé (avec une marge de 10 à 15 %) par la résistance du circuit d'excitation pour la tension d'alimentation donnée.

Le réglage de la vitesse du moteur dans le sens de son augmentation peut être obtenu par diminution du courant d'excitation I_{exc}

et, par conséquent, du flux magnétique. Comme on le sait, on obtient dans ce cas des courbes $n = f(I_{exc})$ d'allure hyperbolique pour différentes valeurs du couple résistant, ce qui est illustré par la fig. 15-8, *a* pour la marche à vide et pour un certain couple résistant. Les caractéristiques mécaniques pour des courants d'excitation correspondant aux points *a* et *b* de la caractéristique à vide sont montrés sur la fig. 15-8, *b*. Il est évident que les caractéristiques mécaniques deviennent moins rigides avec la diminution du courant d'excitation.

Un tel procédé de réglage est assez économique parce que les pertes de puissance dans la résistance de réglage du circuit d'excitation sont faibles. Les caractéristiques mécaniques ainsi obtenues

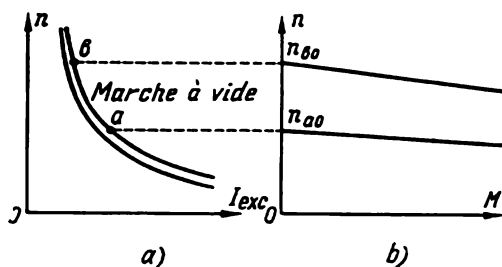


Fig. 15-8. Caractéristiques d'un moteur dérivation (ou d'un moteur à excitation séparée) à courant continu en cas de réglage de la vitesse par action sur le courant d'excitation : *a*, caractéristique de réglage ; *b*, caractéristiques mécaniques

sont suffisamment stables. Pourtant, ce procédé de réglage ne peut pas être utilisé pour une augmentation considérable de la vitesse par rapport à la vitesse principale des moteurs étant donné que la robustesse mécanique exige que leur vitesse maximale ne soit pas supérieure à 1,2 ou 1,3 fois la vitesse nominale pour les moteurs habituels et à 1,05 ou 1,1 fois la vitesse nominale pour les moteurs de grande puissance, ce qui est expressément spécifié dans les catalogues. L'industrie soviétique construit des moteurs spéciaux possédant une plage de réglage bien étendue avec le rapport des vitesses extrêmes de 1 à 3. Un accroissement plus poussé de cette étendue de réglage n'est pas raisonnable étant donné que les moteurs deviennent trop encombrants : c'est ainsi, par exemple, qu'un moteur de puissance P possédant une plage de régulation k_d présente les mêmes dimensions d'encombrement et le même poids que ceux d'un moteur ayant une puissance de $k_d P$.

On emploie largement le procédé de réglage de la vitesse par action sur la tension d'alimentation. A cet effet on doit disposer d'une source de courant continu à tension variable. Autrefois on utilisait dans ces cas presque exclusivement les systèmes génératrices-moteurs (systèmes Ward-Léonard). Le schéma d'un tel système est représenté sur la fig. 15-9. L'alimentation des moteurs d'entraî-

nement peut être assurée par des amplificateurs magnétiques et, dans le cas de faibles puissances, par les amplificateurs électroniques. De nos jours, on emploie de plus en plus largement des amplificateurs contrôlés et non contrôlés à tubes à gaz et à semi-conducteurs qui seront examinés dans le chap. 18.

La génératrice à courant continu G du groupe Ward-Léonard peut être commandée par n'importe quel moteur qui ne doit pas

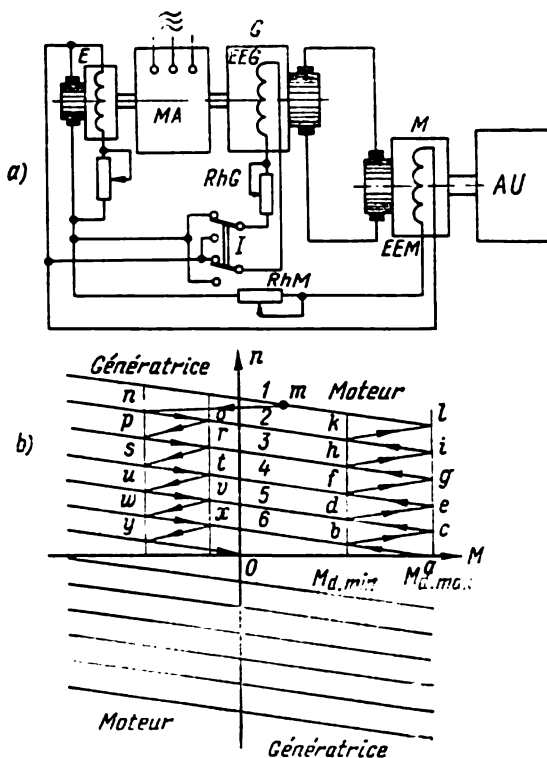


Fig. 15-9. Système génératrice-moteur (système Ward-Léonard): a, schéma de montage; b, caractéristiques

être obligatoirement électrique. Pourtant, dans la plupart des cas, on a recours à un moteur électrique synchrone ou asynchrone (MA sur la fig. 15-9, a). La tension de la génératrice est réglée à l'aide du rhéostat RhG inséré dans le circuit d'excitation. La polarité de cette tension peut être changée à l'aide de l'inverseur I de l'enroulement d'excitation de la génératrice EEG . Parfois, pour accroître l'étendue de réglage, on prévoit aussi le réglage du courant d'excitation du moteur d'entraînement M à l'aide du rhéostat RhM . Le moteur actionne l'appareil d'utilisation AD . Les gros systèmes génératrices-moteurs sont assez souvent munis d'une excitatrice

indépendante E servant à l'alimentation des circuits d'excitation. Cette excitatrice peut être entraînée par un moteur indépendant ou être couplée au moteur MA qui actionne la génératrice.

Si le rhéostat RhG comporte, par exemple, cinq sections reliées à six plots, les différentes positions de la manette de commande permettent d'obtenir six caractéristiques mécaniques pour un sens de rotation (1^{er} et 2^e quadrants de la fig. 15-9, b) et six caractéristiques mécaniques pour le sens de rotation opposée (4^e et 3^e quadrants). Dans le cas où le rhéostat RhG assure un réglage continu du courant d'excitation, il permet d'obtenir une multitude de caractéristiques mécaniques situées entre la caractéristique correspondant à la vitesse maximale et celle correspondant à la vitesse minimale.

Le démarrage du moteur d'entraînement jusqu'à la vitesse voulue est réalisé par augmentation du courant d'excitation de la génératrice. Le démarrage du moteur jusqu'à la vitesse principale maximale dans le premier quadrant de la fig. 15-9, b est exprimé par la courbe de démarrage $a - l$. Le démarrage est réalisé par des passages successifs d'une caractéristique mécanique sur une autre, le couple de démarrage variant dans les limites de $M_{d. \max}$ à $M_{d. \min}$. Une accélération ultérieure est obtenue, si c'est nécessaire, par diminution du courant d'excitation du moteur.

Le freinage dans le système génératrice-moteur est effectué avec récupération d'énergie au réseau d'alimentation grâce à une diminution progressive du courant d'excitation de la génératrice comme il est indiqué dans la fig. 15-9, b (la courbe $m - x$ dans le 2^e quadrant pour le cas où le rhéostat de réglage RhG est un rhéostat à plots). Lorsque le courant d'excitation de la génératrice est diminué jusqu'à la valeur correspondant à la caractéristique 2, sa F.E.M. devient inférieure à celle du moteur, de sorte que le courant dans le circuit principal ainsi que le couple développé par le moteur changent de sens et le groupe commence à fonctionner sur la partie de freinage de la caractéristique 2. Après cela, le freinage ultérieur doit être réalisé par le passage d'une caractéristique mécanique sur une autre dans le 2^e quadrant. Dans ces conditions, le moteur M fournit de l'énergie à la génératrice G qui transmettra, par son arbre, l'énergie mécanique au moteur MA qui restituera de l'énergie électrique au réseau d'alimentation. L'inertie des circuits d'excitation détermine un passage ralenti d'une caractéristique sur une autre, la vitesse de rotation du moteur varie pendant le passage comme il est montré sur la figure.

La chute de tension dans le circuit des induits de la génératrice et du moteur pour le courant maximal admissible égal à (2 à 2,5) $I_{ind. n}$ prend une valeur de près de 8 à 10 % de la tension nominale de la génératrice. Si l'on prend en considération la F.E.M. résiduelle non contrôlée de la génératrice, on peut conclure que pour que le moteur ne s'arrête lors de l'application de la charge, la vitesse à vide $n_{0 \min}$ pour la caractéristique la plus basse ne doit pas être inférieure à 10 ou 12 % de la vitesse maximale. C'est pourquoi l'éten-

due de réglage stable de la vitesse doit s'exprimer par un rapport :
 $k_d = \frac{1}{0.1 \text{ à } 0.12} = 8 \text{ à } 10$. Si le réglage est effectué par action sur le courant d'excitation, ce rapport peut être accru jusqu'à 25 ou 30 pour un système génératrice-moteur simple. L'emploi de réglage automatique permet de porter la valeur de ce rapport jusqu'à plusieurs centaines.

Le système génératrice-moteur se caractérise par des dépenses de consommation réduites parce que les pertes dans les résistances de réglage sont peu importantes et le freinage s'effectue avec récupération d'énergie. L'inconvénient de ce système réside dans la nécessité d'installer au moins trois machines électriques ayant à peu près la même puissance : deux moteurs et une génératrice.

Réglage de la vitesse d'un moteur asynchrone triphasé. Reprenons l'expression donnant la vitesse de rotation n d'un tel moteur

$$n = \frac{60(1-s)f}{p},$$

où s est le glissement pour un couple résistant donné ; f la fréquence du courant alternatif ; p le nombre de paires de pôles du moteur.

Il résulte de cette expression que la vitesse de rotation du moteur peut être réglée par la commutation des enroulements sur un nombre différent de paires de pôles (réglage échellonné), par une variation artificielle du glissement pour une charge donnée, par une variation de la fréquence du réseau d'alimentation, ainsi que par une combinaison de ces procédés.

Le premier procédé de réglage, qui consiste soit à disposer sur le stator plusieurs enroulements comportant un nombre de pôles différents, soit à utiliser différents couplages des fractions d'un même enroulement statorique a été examiné au chap. 12. Les rotors de tels moteurs à plusieurs polarités (appelés aussi « à plusieurs vitesses ») sont du type à cage d'écureuil qui n'est pas à commuter.

Ce procédé de réglage par échelons correspondant aux différentes valeurs de p permet de résoudre dans une large part le problème de réglage de la vitesse des moteurs destinés à la commande des machines-outils. Les vitesses intermédiaires dans les limites de chaque plage étroite peuvent être obtenues, s'il est nécessaire, à l'aide des dispositifs mécaniques relativement simples. Pour l'entraînement des machines-outils l'industrie soviétique produit de préférence les moteurs électriques à deux, trois ou quatre vitesses.

Le réglage par une variation artificielle du glissement est obtenu en insérant dans le circuit du rotor à bagues des résistances de réglage dites rhéostats de glissement (fig. 15-5). Lorsque la résistance dans le circuit rotorique augmente, les caractéristiques mécaniques deviennent moins rigides (fig. 15-6). Un tel procédé de réglage est peu économique étant donné que la perte relative de puissance dans les résistances de réglage est approximativement égale à la diminution relative de la vitesse $(n_0 - n)/n_0$, ce qu'on peut démontrer

en raisonnant de la même façon que lors de la déduction de l'expression (15-8) pour les moteurs à courant continu.

Malgré ces inconvénients, le procédé de réglage par action sur le glissement trouve des applications grâce à sa simplicité, par exemple, pour l'entraînement des treuils et des machines de levage de moyenne puissance dans les mines.

Pour le réglage de la vitesse par action sur la fréquence de la tension d'alimentation on employait des systèmes à alternateur synchrone indépendant *GS* qui était entraîné par un moteur à courant

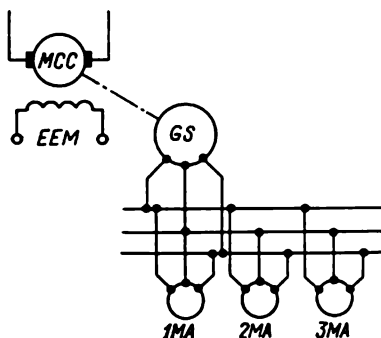


Fig. 15-10. Schéma de réglage de la vitesse des moteurs asynchrones par action sur la fréquence de la source d'alimentation

continu *MCC* réglable. En faisant varier la vitesse du moteur à courant continu, on fait varier la fréquence du courant débité par l'alternateur synchrone et donc la vitesse de rotation des moteurs asynchrones qu'il alimente (fig. 15-10). Remarquons que pour maintenir constants les flux magnétiques des moteurs électriques, il est nécessaire que le rapport de la tension de l'alternateur U_g à la fréquence f soit sensiblement constant $U_g/f \approx \text{const}$. Ce procédé de réglage est actuellement utilisé dans certaines installations équipées de convertisseurs de fréquence à semi-conducteurs.

Le problème de réglage de la vitesse des moteurs asynchrones a été pendant plusieurs décennies un des problèmes les plus importants à résoudre. On employait parfois des dispositifs de réglage à tubes à gaz. Afin d'obtenir trois vitesses de rotation différentes, on utilisait également un système de deux moteurs asynchrones à nombre de paires de pôles différents. Deux vitesses s'obtiennent par le branchement séparé de deux moteurs, et la troisième par leur montage en cascade ou en tandem lorsque les enroulements rotoriques étaient mis en série, la tension d'alimentation était appliquée à l'un des enroulements statoriques, alors que le deuxième était connecté sur une résistance de démarrage.

Le réglage de la vitesse peut également être réalisé à l'aide d'un embrayage électrodynamique. Lorsque le courant d'excitation de l'embrayage diminue, le glissement du rotor augmente, de même

que dans un moteur asynchrone, et lorsque la vitesse de rotation du moteur est constante ou peu variable, la vitesse de rotation de l'organe entraîné diminue. Dans les années 20 et 30 on utilisait les moteurs à courant alternatif à collecteur mais l'expérience de leur utilisation a mis en évidence des inconvénients bien graves inhérents à ces moteurs. Dans les installations de grande puissance on employait des cascades de moteurs asynchrones qui s'alternait avec des moteurs à courant continu, les moteurs à collecteur et à d'autres dispositifs branchés par l'intermédiaire du redresseur.

Puissances admissibles lors du réglage. Dans les ensembles d'entraînement électrique on distingue le réglage à couple constant et le réglage à puissance constante ou, plus précisément, à valeurs admissibles des couples et des puissances.

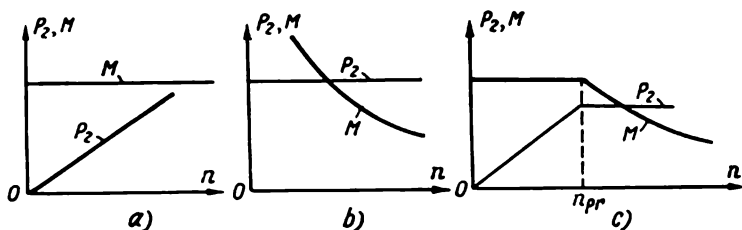


Fig. 15-11. Courbes de variation de la puissance et du couple d'un moteur en fonction de la vitesse pour différents procédés de réglage de la vitesse: a, réglage à couple constant; b, réglage à puissance constante; c, réglage combiné

Cette différence se manifeste sous sa forme la plus nette dans le cas des moteurs à courant continu. Supposons que le courant d'excitation du moteur est maintenu constant et que le courant de l'induit (nominal ou maximal) peut être considéré comme invariable dans toute l'étendue de réglage de la vitesse en négligeant l'influence due à la variation des conditions de refroidissement. Sous ces hypothèses, le couple moteur M sera constant dans toute la gamme de vitesses, alors que la puissance P_2 sur son arbre augmentera proportionnellement à la vitesse n (fig. 15-11, a). Une telle situation a lieu pendant le réglage de la vitesse du moteur dans le système génératrice-moteur jusqu'à la vitesse principale ainsi que lors du réglage de la vitesse des moteurs par action sur la résistance du circuit d'induit ou de rotor et pendant le réglage par action sur la fréquence. Un couple admissible de valeur constante est exigé dans la commande des engins de levage, des laminoirs au début du laminage, ainsi que dans certains autres cas.

Si le réglage de la vitesse est obtenue par action sur le courant d'excitation d'un moteur à courant continu, alors, lorsque la tension aux bornes de la machine et le courant admissible dans l'induit sont constants, la puissance appliquée admissible est constante elle aussi, le rendement étant supposé faiblement variable, la puissance sur l'arbre du moteur est aussi constante dans la gamme de vitesse don-

née. Le couple moteur admissible est inversement proportionnel à la vitesse (fig. 15-11, b). En plus du cas indiqué, cette situation peut avoir lieu aussi dans des moteurs à plusieurs polarités. Dans la pratique, ce procédé de réglage peut être employé dans la commande des machines-outils si l'épaisseur du copeau enlevé diminue lorsque la vitesse de coupe augmente, ainsi que dans la commande des lami-noires pour les dernières passes du métal.

Quant au système génératrice-moteur, par exemple, avec un réglage combiné à couple constant jusqu'à la vitesse principale n_{pr} et à puissance constante jusqu'à une vitesse supérieure à sa valeur principale, on obtient les caractéristiques représentées sur la fig. 15-11, c.

15-5. Notions fondamentales sur le régime transitoire de l'ensemble moteur-organe entraîné

La marche en régime établi d'un moteur d'entraînement est un fonctionnement à charge, tension aux bornes et courant d'excitation

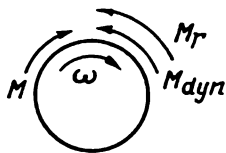


Fig. 15-12. Sens d'action du couple M du moteur, du couple résistant M_r et de la charge dynamique M_{dyn}

constants pour un moteur à courant continu et à charge, tension est fréquence constantes pour un moteur à courant alternatif. Nous avons examiné le régime établi aux paragraphes précédents. On peut estimer que le régime est pratiquement établi si les grandeurs indiquées ne subissent que des variations lentes.

Si l'une au moins des grandeurs indiquées subit une variation importante, l'ensemble moteur-organe entraîné passe d'un état à un autre, on est alors en présence d'un régime transitoire qui est décrit par des équations différentielles et constitue un *processus dynamique* à la différence du régime établi qui est *processus statique*.

Supposons que le moteur d'entraînement subit une accélération. Sur l'arbre du moteur électrique s'exerce le couple moteur M qui surmonte le couple résistant M_r et le couple dynamique M_{dyn} dû à l'inertie des masses en accélération (fig. 15-12). La réserve d'énergie cinétique de l'ensemble moteur-organe entraîné peut être déterminée comme étant égale à la moitié du produit du moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation du moteur J par le carré de la vitesse angulaire ω , soit à $W_m = J\omega^2/2$. La puissance nécessaire pour faire varier l'énergie cinétique est égale à $P = \frac{dW_m}{dt} = J\omega \frac{d\omega}{dt}$ et, par conséquent, le couple dynamique déterminant la variation de vitesse

a pour expression :

$$M_{\text{dyn}} = \frac{P}{\omega} = J \frac{d\omega}{pt} = J\varepsilon, \quad (15-9)$$

où M_{dyn} est le couple dynamique en $\text{m} \cdot \text{kgf}$; J le moment d'inertie en $\text{kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$, ε l'accélération angulaire en rd/s^2 .

Le couple dynamique peut également être exprimé par la dérivée de la vitesse en tr/mn et le moment de giration GD^2 :

$$M_{\text{dyn}} = J \frac{d\omega}{dt} = mR^2 \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt} = \frac{GD^2}{4g} \frac{2\pi}{60} \frac{dn}{dt} = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt}, \quad (15-10)$$

où G est le poids des masses tournantes en kgf ; $m = G/g$ la masse; $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ l'accélération de la pesanteur; D le diamètre de giration des parties tournantes par rapport à l'axe de rotation en m ; n la vitesse de rotation en tr/mn .

Les catalogues indiquent généralement les valeurs des moments de giration, pour la valeur réduite de GD^2 le moment d'inertie s'écrit

$$J = \frac{GD^2}{4g} \approx \frac{GD^2}{39,2}, \text{ kgf} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2.$$

Comme il a été montré plus haut, le couple dynamique M_{dyn} de l'ensemble moteur-organe entraîné est égal, en cas d'accélération, à la différence $M - M_r$ (fig. 15-12). Si le moteur subit un freinage, le couple qu'il développe s'exerce non dans le sens de rotation mais en sens contraire, c'est-à-dire sera de signe opposé. Lors de la descente d'un fardeau à l'aide d'un monte-charge, par exemple, le couple résistant change de signe lui aussi parce qu'il s'exerce dans le sens de rotation du moteur d'entraînement. Vu cette circonstance, on peut écrire l'équation fondamentale de mouvement de l'ensemble moteur-organe entraîné sous la forme générale

$$M_{\text{dyn}} = \pm M \mp M_r. \quad (15-11a)$$

Si l'organe de travail de l'appareil d'utilisation ou l'organe de sortie du moteur d'entraînement est animé d'un mouvement rectiligne alternatif, on peut déterminer l'équation de mouvement pour les forces :

$$F_{\text{dyn}} = \pm F \mp F_r. \quad (15-11b)$$

L'analyse de ces équations permet de déterminer la loi qui régit le mouvement de l'ensemble moteur-organe entraîné. Remarquons que pour $M_{\text{dyn}} > 0$ il se produit une accélération et pour $M_{\text{dyn}} < 0$ un ralentissement du moteur d'entraînement alors que $M_{\text{dyn}} = 0$ correspond à un régime établi.

Utilisons cette équation pour déterminer le temps Δt pendant lequel la vitesse passe de n_1 à n_2 à couple moteur M et résistant M_r constants :

$$\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = M - M_r, \quad (15-12)$$

d'où

$$\Delta t = \frac{GD^2}{375} \frac{n_2 - n_1}{M - M_r}.$$

Montrons l'application de l'expression obtenue pour une détermination approchée du temps de démarrage d'un moteur d'entraînement. Supposons qu'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit démarre à couple résistant M_r constant. Remplaçons la caractéristique mécanique $n = f(M)$ du moteur par une ligne brisée $a - h$ (fig. 15-13, *a*) qui reproduit approximativement la caractéristique initiale. Alors, sur les portions *bc*, *de* et *fh*, les différences

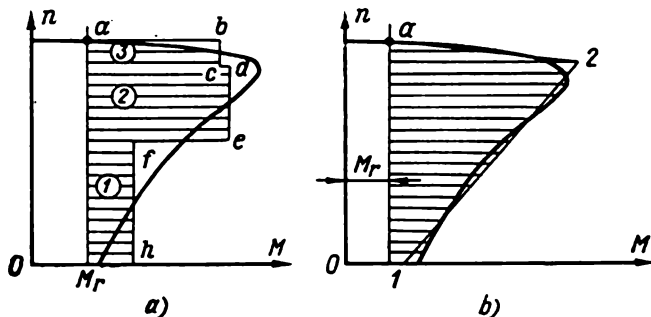


Fig. 15-13. Graphiques illustrant la détermination du temps de démarrage d'un moteur d'entraînement: *a*, à différence entre le couple moteur et le couple résistant constante; *b*, à différence entre le couple moteur et le couple résistant variant linéairement avec la vitesse

$M - M_r$ peuvent être considérées comme constantes (les rectangles hachurés 1, 2 et 3). Le temps de démarrage Δt_1 à partir de la vitesse $n = 0$ jusqu'à la vitesse n_f au point *f*, par exemple, est égal à $\Delta t_1 = \frac{GD^2}{375} \frac{n_f}{M - M_r}$. Les temps Δt_2 et Δt_3 sont déterminés de la même manière. La durée totale du démarrage Δt est égale à la somme de $\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$. En remplaçant la courbe de la caractéristique mécanique par une ligne brisée comportant un plus grand nombre de tronçons, on peut déterminer le temps de démarrage de façon plus précise. Remarquons que le point *a* d'intersection des caractéristiques $n = f(M)$ et $M_r = f(n)$ correspond à un régime établi lorsque $M = M_r$. Le temps mis par le moteur pour atteindre la vitesse n_a correspondant au point *a* est théoriquement très grand, ce qui découle, par exemple, de l'expression (15-17), mais dans la pratique on calcule le temps de démarrage jusqu'à une vitesse égale à 0,95 ou 0,98 de la vitesse établie.

Si les portions de la caractéristique mécanique et celles de la caractéristique $M_r = f(n)$ sont remplacées par des sécantes, comme il est montré sur la fig. 15-13, *b* pour le cas $M_r = \text{const}$, la différence $M - M_r$ variera sur certaines portions de la caractéristique linéairement en fonction de la vitesse. Pour ce dernier cas on peut obtenir

l'expression suivante :

$$\Delta t = \frac{GD^2}{375} \frac{n_2 - n_1}{(M - M_r)_1 - (M - M_r)_2} \ln \frac{(M - M_r)_1}{(M - M_r)_2}, \quad (15-13)$$

où $(M - M_r)_1$ est la différence des couples pour la vitesse minimale n_1 , $(M - M_r)_2$ est la même différence pour la vitesse n_2 .

Les expressions obtenues peuvent être utilisées pour calculer le temps pendant le démarrage lorsque $M_r < 0$, pendant le freinage lorsque $M < 0$ et dans d'autres cas. Il importe seulement de déterminer correctement les signes des couples M et M_r .

Dans la plupart des cas, les moteurs électriques sont accouplés à des organes qu'ils entraînent par des démultiplicateurs réalisés

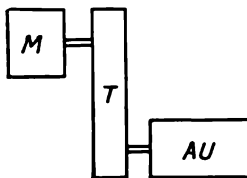


Fig. 15-14. Schéma de l'entraînement d'un appareil d'utilisation

sous forme d'un train d'engrenages ou d'un couple hélicoïdal ou d'un autre type. Déterminons les couples résistants des mécanismes entraînés $M_{r,m}$ ramenés à l'arbre du moteur, c'est-à-dire les valeurs des couples M_r sur l'arbre du moteur équivalents à l'action des couples $M_{r,m}$, en nous limitant par le cas de mouvement rotatif des organes entraînés.

Si l'appareil d'utilisation AU est accouplé au moteur d'entraînement M par une transmission T avec un rapport de transmission i (fig. 15-14), le couple résistant M_r sur l'arbre du moteur sera déterminé par la formule :

$$M_r = \frac{M_{r,m}}{\eta_i}, \quad (15-14)$$

dans laquelle η_i est le rendement de la transmission.

L'énergie cinétique de l'ensemble moteur-organe entraîné à mouvement rotatif peut être déterminée comme étant égale à la moitié du produit du moment d'inertie équivalent ramené à l'arbre du moteur par le carré de la vitesse ω_m du moteur, elle est égale à la somme des énergies cinétiques des maillons 1, 2, . . . , n de transmission et de l'organe entraîné :

$$W_m = \frac{J_m \omega_m^2}{2} = \frac{1}{2} (J_m^2 \omega_m^2 + J_1 \omega_1^2 + \dots + J_n \omega_n^2 + J_{au} \omega_{au}^2).$$

Divisons les deux membres de cette expression par ω_m^2 . Prenons en considération le fait que les rapports des carrés des vitesses sont égaux aux inverses des carrés des rapports de transmission entre

le maillon considéré et le moteur d'entraînement :

$$\left(\frac{\omega_1}{\omega_m}\right)^2 = \frac{1}{i_1^2}; \quad \left(\frac{\omega_2}{\omega_m}\right)^2 = \frac{1}{i_2^2}; \quad \dots; \quad \left(\frac{\omega_{au}}{\omega_m}\right)^2 = \frac{1}{i^2}.$$

Dans ces conditions, la valeur du moment d'inertie J ramené à l'arbre du moteur a pour expression :

$$J = J_m + \frac{J_1}{i_1^2} + \frac{J_2}{i_2^2} + \dots + \frac{J_n}{i_n^2} + \frac{J_{au}}{i^2}. \quad (15-15)$$

En procédant de la même manière, nous pouvons trouver pour le moment d'inertie J' ramené à l'arbre de l'organe entraîné l'expression suivante :

$$J' = J_m i^2 + J_1 \frac{i^2}{i_1^2} + J_2 \frac{i^2}{i_2^2} + \dots + J_n \frac{i^2}{i_n^2} + J_{au}. \quad (15-16)$$

Lors des calculs des phénomènes intervenant dans les ensembles moteur-organe entraîné il convient toujours de prendre en considération le moment d'inertie équivalent ramené.

Etudions le phénomène transitoire qui a lieu lorsqu'un moteur à courant continu à excitation constante, chargé par un couple résistant invariable M_r , est connecté sur une tension d'alimentation constante U . En négligeant l'inductance relativement faible du circuit d'induit, comme cela se fait généralement pour simplifier les calculs, nous pouvons considérer que la tension U est égale à la somme de la F.E.M. du moteur $E = c_e n$ (c_e étant la constante de la F.E.M.) et de la chute de tension dans la résistance r_{ind} du circuit d'induit : $U = c_e n + I_{ind} r_{ind}$. Le courant d'induit est déterminé par la somme des couples M et M_r , divisée par la constante du couple moteur c_m . En tenant compte de ce fait, nous obtenons

$$U = c_e n + \frac{M_r + M_{dyn}}{c_m} r_{ind} = c_e n + \frac{M_r}{c_m} r_{ind} + \frac{GD^2}{375} \frac{r_{ind}}{c_m} \frac{dn}{dt},$$

d'où

$$c_e \left(n + \frac{GD^2}{375} \frac{r_{ind}}{c_e c_m} \frac{dn}{dt} \right) = U - \frac{M_r}{c_m} r_{ind} = U_1.$$

L'expression obtenue constitue l'équation différentielle pour le branchement du moteur sur une tension $U_1 = U - M_r/c_m \cdot r_{ind}$.

La grandeur $\tau_m = \frac{GD^2}{375} \frac{r_{ind}}{c_e c_m}$ a la dimension d'un temps, comme il est facile de le montrer, et s'appelle *constante de temps électromécanique*. Cette constante de temps détermine l'inertie de l'ensemble moteur-organe entraîné. La vitesse de rotation du moteur est donnée par la somme de la solution particulière et de la solution générale de l'équation homogène $n = n_{part} + n_{gén}$.

En utilisant les méthodes développées dans le chap. 8, déterminons la solution particulière et la solution générale de cette équation :

$$n = n_{part} + n_{gén} = \frac{U_1}{c_e} + A e^{at} = n_1 + A e^{at},$$

où n_1 est la vitesse établie pour le couple M_r ; $\alpha = -1/\tau_m$ la racine du binôme caractéristique $1 + \tau_m \alpha = 0$.

Dans le cas de branchement d'un moteur à l'arrêt, on aurait $n(0) = n_1 + A = 0$ d'où $A = -n_1$. En définitive, nous obtenons :

$$n = n_1 (1 - e^{-t/\tau_m}). \quad (15-17)$$

La vitesse du moteur croît suivant une loi exponentielle (fig. 15-15). La vitesse de rotation établie aura lieu pour $t \rightarrow \infty$; pratiquement, la vitesse s'établit pour $t = (3 \text{ à } 4) \tau$.

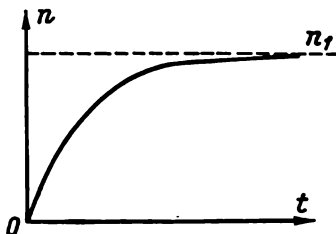


Fig. 15-15. Courbe de croissance de la vitesse d'un moteur à courant continu après sa mise sous une tension constante

Considérons les phénomènes qui se produisent dans le cas où la charge du moteur subit une brusque variation de M_{r1} à $M_{r2} > M_{r1}$. Quel que soit le moteur d'entraînement considéré, à savoir un moteur asynchrone, un moteur à courant continu ou un autre moteur, sa caractéristique mécanique peut être considérée comme étant approximativement linéaire dans une certaine gamme de charges pour des variations relativement lentes du couple M du moteur (fig. 15-16, a).

L'équation fondamentale du mouvement (15-11 a) s'écrit pour ce cas sous la forme :

$$\frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = M - M_{r2}.$$

Exprimons les couples moteurs et la vitesse par les variations relatives de la vitesse $s = (n - n_0)/n_0$ (fig. 15-16, a) :

$$M = \frac{s}{s_n} M_n; \quad M_{r2} = s_{r2} \frac{M_n}{s_n}; \quad n = n_0 (1 - s),$$

où M_n et s_n sont respectivement le couple moteur nominal et la variation relative de vitesse qui lui correspond; s_{r2} est la variation de vitesse correspondant au couple résistant M_{r2} ; n_0 la vitesse de la marche à vide.

Mettons l'équation fondamentale sous la forme :

$$-\frac{GD^2}{375} n_0 \frac{ds}{dt} = \frac{M_n}{s_n} (s - s_{r2})$$

ou encore

$$s + \frac{GD^2}{375} \frac{n_0 s_n}{M_n} \frac{ds}{dt} = s_{r2}.$$

La grandeur $\tau_m = \frac{GD^2}{375} \frac{n_0 s_n}{M_n}$ est la constante de temps électromécanique de l'ensemble moteur-organe entraîné, exprimée sous une autre forme. La solution particulière de cette équation est $s_{part} =$

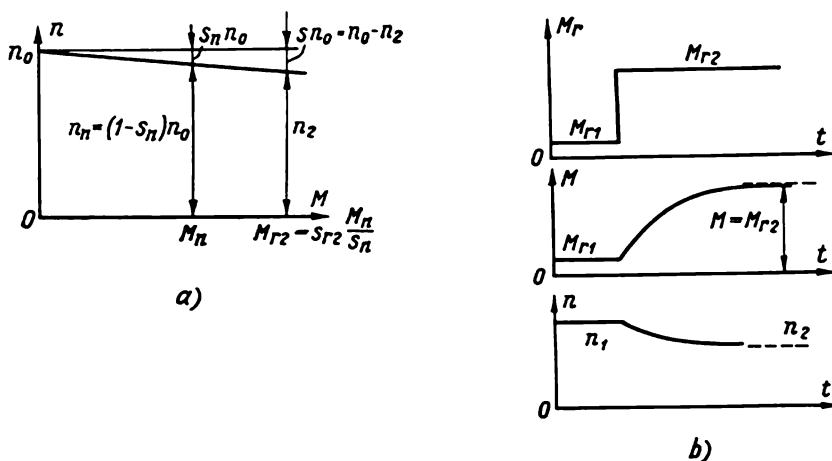


Fig. 15-16. Caractéristique mécanique et graphiques de variation du couple et de la vitesse d'un moteur en cas de brusques variations du couple résistant: a, caractéristique mécanique; b, graphiques de variation du couple moteur et de la vitesse

$= s_{r2}$ et la solution générale: $s_{gén} = Ae^{-t/\tau_m}$. Si au début du processus $s = s_{r1}$, la constante d'intégration A peut être déterminée à partir de la condition

$$s(0) = s_{r1} = s_{part}(0) + s_{gén}(0) = s_{r2} + A,$$

d'où $A = s_{r1} - s_{r2}$.

En définitive, nous obtenons

$$s = s_{part} + s_{gén} = s_{r1}e^{-t/\tau_m} + s_{r2}(1 - e^{-t/\tau_m}). \quad (15-18)$$

La vitesse varie dans ce cas respectivement de n_1 à n_2 ;

$$n = n_1e^{-t/\tau_m} + n_2(1 - e^{-t/\tau_m}). \quad (15-19)$$

Le couple développé par le moteur a pour expression:

$$M = M_{r1}e^{-t/\tau_m} + M_{r2}(1 - e^{-t/\tau_m}). \quad (15-20)$$

Les courbes de variation du couple résistant, de la vitesse et du couple moteur M sont représentés sur la fig. 15-16, b. Comme le montrent les expressions et les courbes, le moteur ne développe pas

le couple nécessaire tout de suite après la variation de la charge puisque le couple moteur et la vitesse varient suivant une loi exponentielle. Lorsque la charge augmente, une partie du couple résistant est compensée au début grâce à la variation de l'énergie cinétique. Des expressions analogues peuvent également être obtenues pour le cas de diminution de la charge.

15-6. Echauffement des machines électriques

Au cours du fonctionnement les machines électriques s'échauffent à cause des pertes d'énergie qui s'y produisent. Pour que les matériaux utilisés pour l'isolation des enroulements conservent leurs qualités diélectriques et mécaniques pendant toute la durée de vie de la machine, la température d'échauffement des isolants et des enroulements eux-mêmes doit être inférieure à une certaine limite. Les échauffements de courte durée et pas trop élevés ne peuvent pas provoquer la mise hors d'état de la machine mais sont capables de réduire sa durée de vie. La charge admissible est généralement déterminée par l'échauffement de l'élément le plus sensible, qui est l'isolation des enroulements, en supposant que l'échauffement de tous les autres organes de la machine : paliers, tôles des circuits magnétiques, collecteur, etc., ne dépasse pas la valeur admissible.

Indiquons les valeurs des températures d'échauffement admissibles ou des températures limites pour les isolants les plus employés.

La classe A : coton, soie naturelle, carton, bois imprégnés avec vernis à base de résines et d'huiles naturelles ; tissus, vernis, papiers vernis ; émaux à base de résines polyamides (température limite : $t_{lim} = 105\text{ }^{\circ}\text{C}$).

La classe B : fibre de verre, amiante, tissu de verre, micanite imprégnés avec bitumes et résines synthétiques et époxydes ($t_{lim} = 130\text{ }^{\circ}\text{C}$).

La classe H : fibre de verre, amiante, tissu de verre, micanite, caoutchouc de silicone, imprégnés avec résines silicones ($t_{lim} = 180\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Une réglementation des températures limites aurait créé des difficultés en exploitation : un seul et même moteur peut développer à une basse température, par exemple, en hiver, une puissance plus élevée qu'à une température plus élevée de l'air. En même temps, il convient de s'orienter au fonctionnement dans des conditions les plus difficiles de refroidissement en été. C'est pourquoi on impose pour les différents organes des moteurs électriques des *échauffements admissibles* Θ au-dessus de la température du milieu ambiant t_{ext} . Ces échauffements admissibles ne doivent pas être dépassés lors du fonctionnement en pleine puissance nominale pendant un temps aussi long que l'on veut (service continu) ou lors du fonctionnement dans les autres services nominaux (voir par. 15-8) :

$$\Theta = t_{lim} - t_{ext} \quad (15-24)$$

En qualité de température standard du milieu ambiant on prend pour les climats tempérés, la température $t_{\text{ext}} = 35^\circ\text{C}$. Pour les moteurs et les générateurs à refroidissement artificiel, la température de calcul peut être prise à un niveau plus bas ($t_{\text{ext}} = 20$ à 25°C). Pour les pays chauds la température t_{ext} est prise supérieure à 35°C et pour les pays froids inférieure à cette valeur. En réglementant les températures admissibles, on spécifie les conditions et les méthodes de mesure employées. C'est ainsi qu'en cas d'une mesure plus précise des températures à l'aide des thermomètres à couple thermo-électrique ou des thermomètres à résistance placés à l'intérieur des enroulements, on tolère des échauffements plus élevés qu'en cas d'une mesure moins précise au moyen d'un thermomètre placé sur la surface.

Les conditions d'échauffement des divers organes de la machine ne sont pas les mêmes: l'échauffement des paliers est essentiellement déterminé par les pertes d'énergie qui s'y produisent et dépend peu de l'échauffement des enroulements; l'échauffement de l'enroulement statorique est déterminé non seulement par des pertes d'énergie dans cet enroulement mais également par des pertes dans l'enroulement rotorique et dans le fer des circuits magnétiques, ce qui est aussi valable pour les autres parties de la machine. Dans son ensemble, l'étude de l'échauffement des divers organes de la machine, occasionné non seulement par les pertes d'énergie dans la partie considérée, mais aussi par les pertes dans d'autres organes est un problème très complexe.

Aussi, pour une étude approchée de l'échauffement utilise-t-on un modèle simple d'échauffement d'un corps homogène dont les pertes d'énergie sont égales aux pertes dans la machine électrique considérée. Un tel modèle peut servir à l'étude pratique des phénomènes d'échauffement.

Supposons que les pertes de puissance dans une machine électrique, quelle que soit leur nature, sont égales à p . Alors, la perte d'énergie pendant un temps élémentaire s'exprime par pdt . Si la capacité thermique de la machine est égale à c , l'énergie dépensée pour l'échauffement du corps en cas d'une élévation élémentaire de température $d\Theta$ sera égale à $cd\Theta$. Une autre partie de cette énergie est transmise au milieu ambiant, par exemple, à l'air extérieur. L'énergie thermique est transmise à l'extérieur par conduction, par rayonnement et par convection. La transmission de chaleur dépend de la différence de températures entre le corps chaud et le milieu ambiant de l'échauffement admissible Θ et de la surface S de refroidissement. La transmission de chaleur par conduction directe est proportionnel à Θ . La quantité de chaleur transmise par rayonnement est proportionnelle pour un corps noir, à la quatrième puissance de la différence de températures entre le corps chaud et le milieu ambiant. Dans une gamme de températures relativement étroite on peut considérer que la transmission de chaleur est approximativement proportionnelle à Θ . Le transfert de chaleur par con-

vection en fonction de Θ obéit à une loi complexe mais dans une gamme de températures étroite on peut considérer qu'il est aussi proportionnel à Θ . Avec toutes ces simplifications, on peut poser que le transfert de chaleur par le corps chaud pendant l'intervalle élémentaire de temps est égal à $kS\Theta dt$, où k est un coefficient de transmission de chaleur égal à la quantité d'énergie en joules transmise par la surface à refroidir d'un mètre carré pendant une seconde pour une différence de températures $\Theta = 1^\circ\text{C}$.

Conformément aux raisonnements qui viennent d'être développés, nous pouvons écrire l'équation d'échauffement d'un corps homogène :

$$p dt = c d\Theta + kS\Theta dt.$$

En divisant les deux membres de cette équation par $kSdt$, il vient :

$$\Theta + \frac{c}{kS} \frac{d\Theta}{dt} = \frac{p}{kS}.$$

Après la fin du processus de variation de température on a $\frac{d\Theta}{dt} = 0$ et $\Theta_{\text{ét}} = p/kS$, ce qui signifie que pour $p = \text{const}$ le deuxième membre de la dernière expression détermine la valeur établie de l'échauffement admissible $\Theta_{\text{ét}}$. La grandeur c/kS qui a la dimension $\frac{\text{J} \cdot \text{degré m}^2 \cdot \text{s}}{\text{degré} \cdot \text{J} \cdot \text{m}^2} = \text{s}$ porte le nom de *constante de temps d'échauffement* $\tau_{\text{éch}}$. Compte tenu de ces définitions, nous obtenons

$$\Theta + \tau_{\text{éch}} \frac{d\Theta}{dt} = \Theta_{\text{ét}}. \quad (15-22)$$

La solution de cette équation est pareille à celle de l'équation (15-18) :

$$\Theta = \Theta_1 e^{-t/\tau_{\text{éch}}} + \Theta_2 (1 - e^{-t/\tau_{\text{éch}}}), \quad (15-23a)$$

où Θ_1 est la différence initiale entre la température d'un organe et le milieu extérieur; Θ_2 la différence finale établie entre la température d'un organe et le milieu extérieur pour des pertes p données.

Si $\Theta_1 = 0$, c'est-à-dire si la température d'une machine électrique au début de son fonctionnement ne différerait pas de la température du milieu ambiant et la machine s'était donc complètement refroidie vers le commencement du travail, l'expression prend la forme

$$\Theta = \Theta_2 (1 - e^{-t/\tau_{\text{éch}}}). \quad (15-23b)$$

Lors du fonctionnement la différence entre la température d'un organe et le milieu extérieur croît suivant une loi exponentielle et la constante de temps d'échauffement $\tau_{\text{éch}}$ peut être déterminée par une construction graphique (fig. 15-7, a). L'échauffement limite au-dessus du milieu ambiant est atteint pour $t \rightarrow \infty$, alors que pratiquement la température limite d'échauffement s'établit au bout d'un temps $t = (3 \text{ à } 4) \tau_{\text{éch}}$. Les constantes de temps d'échauffe-

ment peuvent prendre des valeurs allant de quelques minutes pour les très petits moteurs jusqu'à quelques heures pour les grosses machines.

L'équation (15-23a) décrit non seulement le processus d'échauffement mais aussi le processus de refroidissement d'une machine électrique lorsque sa charge diminue et $\Theta_2 < \Theta_1$. Dans un cas particulier où $\Theta_2 = 0$, c'est-à-dire lorsque la machine électrique est arrêtée et commence à se refroidir jusqu'à la température du milieu ambiant, nous obtenons

$$\Theta = \Theta_1 e^{-t/\tau_{\text{ref}}}, \quad (15-24)$$

où τ_{ref} est la constante de temps de refroidissement qui est, en valeur absolue, plus grande que la constante de temps d'échauffement

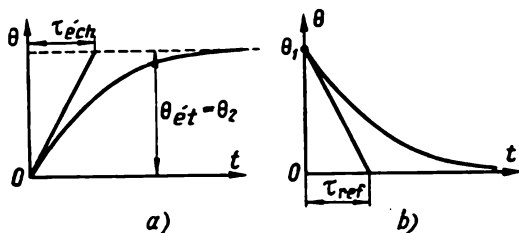


Fig. 15-17. Courbes d'échauffement et de refroidissement d'un moteur électrique: a: courbe d'échauffement lors de la mise en charge d'un moteur complètement refroidi; b, courbe de refroidissement

à cause des conditions de refroidissement moins favorables à l'arrêt de la machine. Cette dernière expression est représentée graphiquement par la courbe de la fig. 15-17, b.

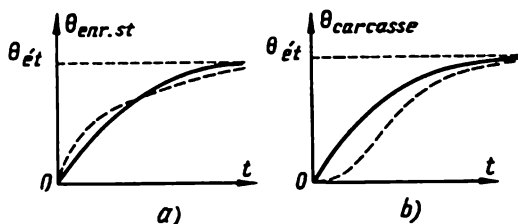


Fig. 15-18. Comparaison des courbes d'échauffement d'un corps homogène et d'un moteur électrique: a, échauffement de l'enroulement statorique; b, échauffement de la surface de la carcasse

Les courbes d'échauffement obtenus expérimentalement montrent, comme il fallait s'y attendre, que par exemple l'enroulement statorique s'échauffe au début plus vite que d'après les expressions (15-23), alors que la température sur la surface de la carcasse de la machine croît au début plus lentement, comme il est montré en traits pointillés sur la fig. 15-18.

15-7. Choix d'un moteur électrique d'entraînement

Le choix d'un moteur électrique pour l'entraînement d'un organe donné commence généralement par la détermination de la puissance nominale nécessaire.

Cette puissance est déterminée à l'aide des diagrammes de charge des machines d'utilisation et des diagrammes de charge des moteurs. On appelle diagramme de charge d'un appareil d'utilisation la variation du couple résistant de cet appareil en fonction du temps: $M_{r, au} = f(t)$. Le couple $M_{r, au}$ est généralement déterminé en tant que couple résistant sur l'arbre de sortie de transmission. Ce couple peut être déterminé à l'aide des mesures sur une installation analogue en marche ou par des calculs. On détermine souvent par le calcul la variation du couple $M_{r, au}$ en fonction du chemin l ou de l'angle de rotation α de la machine, par exemple, $M_{r, au} = f(\alpha)$ pour la commande d'une cisaille destinée à couper les laminés en tronçons de longueur déterminée, en fonction de la vitesse de progression (l'entraînement d'un compresseur réglable) ainsi qu'en fonction de certains autres paramètres. Pour un schéma cinématique donné et un régime de fonctionnement déterminé, on calcule les diagrammes $M_{r, au} = f(t)$ à partir des diagrammes de charge.

A la différence des diagrammes $M_{r, au} = f(t)$ construits pour des appareils d'utilisation, le *diagramme de charge des moteurs* traduit la variation du couple M développé par le moteur, de la puissance P sur l'arbre ou du courant I en fonction du temps. Le plus souvent on a recours au diagramme de couples:

$$M = M_r + M_{dyn} = \frac{M_{r, au}}{\eta_{tri}} + M_{dyn} = f(t), \quad (15-25)$$

où $M_r = \frac{M_{r, au}}{\eta_{tri}}$ est le couple résistant ramené à l'arbre du moteur; η_{tr} le rendement de la transmission; i le rapport de transmission; $M_{dyn} = \frac{GD^2}{375} \frac{dn}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$ le couple résistant dynamique; $J = J_m + J_{tr} + J_{au}/i^2$ sont les moments d'inertie du moteur, de la transmission et de l'appareil d'utilisation ramenés à l'arbre du moteur.

Considérons un diagramme de charge classique d'un appareil de levage chargé par un fardeau G et comportant un tambour dont le diamètre d'enroulement du câble est D (fig. 15-19, a). Supposons que pour une petite variation de la hauteur du fardeau on peut négliger la variation du poids du câble lors de la montée et la descente de la charge. Le couple résistant de cet engin s'exprime alors par $M_{r, au} = GD/2$, m.kgf. Supposons donné un tachygramme (variation de la vitesse en fonction du temps) de forme trapézoïdale. Conformément à ce tachygramme, l'ensemble moteur-organe entraîné est animé d'un mouvement uniformément accéléré et atteint au bout du temps t_d la vitesse $n_{ét}$, puis se déplace durant le temps $t_{ét}$ à vitesse établie constante et pendant le temps t_r ralentit uniformé.

ment, après quoi il y a un temps de repos t_r et la descente dans le sens inverse (fig. 15-19, b). Dans la pratique, le tachygramme diffère toujours un peu de sa forme parfaite: les accélérations et les ralentissements peuvent varier légèrement pendant la mise en vitesse

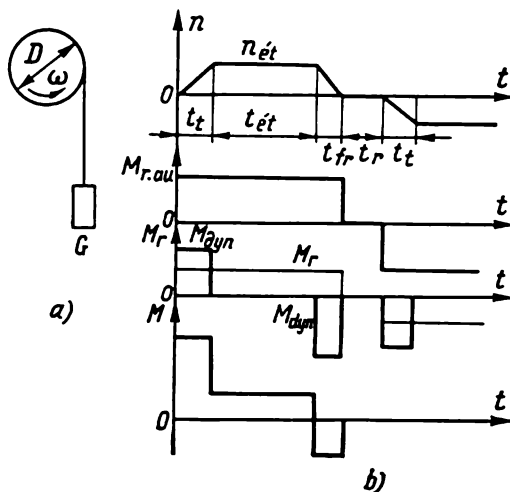


Fig. 15-19. Diagramme de charge d'un appareil de levage: a, schéma du tambour de l'appareil de levage; b, tachygramme et diagrammes de charge

et les freinages, le passage à la vitesse se produit progressivement, etc. Les expressions permettant de calculer le couple M développé par le moteur sont les suivantes:

pour le démarrage

$$M = \frac{M_{r.au}}{\eta_{tr} i} + \frac{GD^2}{375} \frac{n_{ét}}{t_d};$$

pour le mouvement à vitesse établie

$$M = \frac{M_{r.au}}{\eta_{tr} i};$$

pour le freinage

$$M = \frac{M_{r.au}}{\eta_{tr} i} - \frac{GD^2}{375} \frac{n_{ét}}{t_{fr}}.$$

Le tachygramme, le diagramme de charge de l'appareil d'utilisation $M_{r.au} = f(t)$, les variations des couples M_r et M_{dyn} dans le temps et le diagramme de charge du moteur d'entraînement $M = M_r + M_{dyn} = f(t)$ sont représentés sur la fig. 15-19, b.

Dans certains cas, le mouvement d'une commande électrique asservie obéit à une loi sinusoïdale $n = n_m \sin \omega t$, ω étant la pulsation du pompage (fig. 15-20). Le couple résistant M_r , qui est constant par hypothèse en valeur absolue, change de signe lors de l'inversion du sens de rotation. Le couple dynamique $M_{dyn} =$

$= \frac{GD^2}{375} n_m \omega \cos \omega t$ est proportionnel à l'accélération du moteur. La fig. 15-20 montre les diagrammes de n , M_r , M_{dyn} et M en fonction du temps.

Si le moteur électrique fonctionne à vitesse n constante et à couple résistant M_r (m.kgf) constant durant tout le temps de travail, on a $M_{dyn} = 0$ et la puissance du moteur d'entraînement a pour valeur

$$p = \frac{\omega M_r}{102} = \frac{2\pi}{60 \cdot 102} M_r n = 1,025 M_r n \cdot 10^{-3}, \text{ kW.} \quad (15-26)$$

La puissance nominale P_n du moteur doit être choisie avec une certaine marge dont la valeur est fonction de la précision du calcul. Dans ces conditions, l'échauffement des divers organes du moteur ne dépassera la valeur admissible quelle que soit la durée de fonctionnement ininterrompu du moteur.

La détermination de la puissance du moteur pour un couple résistant et une vitesse qui varient dans le temps se ramène au calcul d'une certaine charge invariable pour laquelle l'échauffement du moteur sera le même, à quelques écarts près, que celui en régime de fonctionnement donné.

Pour déterminer la puissance, on utilise différentes méthodes. La méthode la plus simple et commode est celle du couple équivalent. Elle est basée sur les suppositions que le couple développé par le moteur est proportionnel au courant consommé et que les pertes dans le moteur se composent des pertes invariables indépendantes de la charge et des pertes dans les enroulements, dont la valeur est proportionnelle au carré du courant de charge.

Ces suppositions assurent une bonne précision, suffisante dans la pratique pour les moteurs à courant continu à excitation constante fonctionnant à vitesse constante, mais pour les autres types de moteurs elles ne peuvent être appliquées qu'en première approximation. Grâce à sa simplicité, cette méthode est largement utilisée pour le calcul approché de la puissance des moteurs de tous les types.

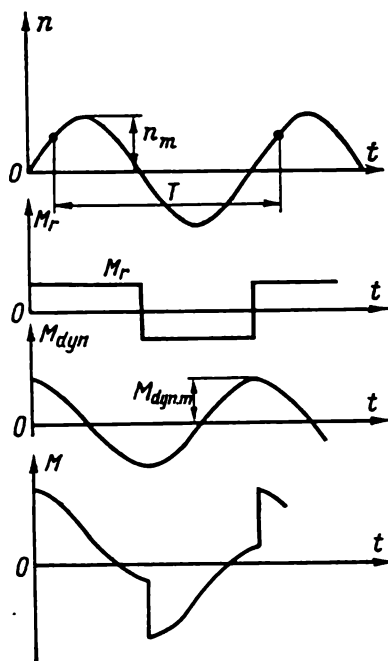


Fig. 15-20. Diagrammes de charge pour le cas de mouvement harmonique de l'appareil d'utilisation

Le couple équivalent M_{eq} correspondant au courant de charge équivalent, qui détermine les pertes dans les enroulements du moteur, est déterminé en tant que couple quadratique moyen :

$$M_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T M dt}, \quad (15-27)$$

où T est le cycle de fonctionnement du moteur.

Cette définition permet d'obtenir pour le diagramme de charge de la fig. 15-19 l'expression suivante :

$$M_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{(M_r + M_{\text{dyn. d}})^2 t_d + M_r^2 t_{\text{ét}} + (M_r - M_{\text{dyn. fr}})^2 t_{\text{fr}}}{t_d + t_{\text{ét}} + t_{\text{fr}} + t_r}}.$$

Compte tenu des conditions de refroidissement difficiles, les durées t_d et t_{fr} sont parfois multipliées par 0,75 et le temps t_r par 0,5, ce qui donne :

$$M_{\text{eq}} = \sqrt{\frac{(M_r + M_{\text{dyn. d}})^2 t_d + M_r^2 t_{\text{ét}} + (M_r - M_{\text{dyn. fr}})^2 t_{\text{fr}}}{t_{\text{ét}} + 0,75(t_d + t_{\text{fr}}) + 0,5t_r}}.$$

Pour le diagramme de charge de la fig. 15-20 nous obtenons :

$$M_{\text{eq}} = \sqrt{M_r^2 + \frac{M_{\text{dyn. fr}}^2}{2}}.$$

La puissance nominale P_n du moteur doit être choisie avec une certaine marge par rapport à la puissance équivalente :

$$P_{\text{eq}} = 1,025 M_{\text{eq}} n_n \times 10^{-3}, \text{ kW}.$$

Si un moteur choisi suivant les conditions d'échauffement a un couple nominal $M_n > M_{\text{eq}}$, on doit s'assurer qu'il ne sera pas surchargé, autrement dit, que le rapport du couple résistant maximal M_{max} , par exemple $M_{\text{max}} = (M_r + M_{\text{dyn}})_{\text{max}}$ (fig. 15-19, b), au couple nominal ne dépasse pas sa capacité de charge γ :

$$(M_r + M_{\text{dyn}})_{\text{max}} / M_n < \gamma.$$

La *nature du courant* du moteur d'entraînement dépend de la source d'alimentation qu'on envisage d'utiliser. On utilise d'ordinaire le courant alternatif triphasé à la fréquence industrielle, le courant continu dans le système génératrice-moteur ou un courant alternatif à la fréquence accrue de 400, 500 ou 1000 Hz.

La *tension nominale* du moteur est, en règle générale, une tension standard déterminée par la source d'alimentation. Pour l'alimentation des moteurs de faible puissance on peut utiliser les tensions de 24, 36 et 60 V. Les tensions supérieures à 11 kV pour les gros moteurs alimentés depuis des transformateurs individuels peuvent avoir des valeurs non normalisées.

La *vitesse nominale* du moteur est déterminée d'après la vitesse de l'appareil à entraîner pour un rapport donné de la transmission

mécanique qui est d'habitude du type démultiplicateur. La transmission mécanique est choisie à partir d'une analyse technique et économique et, pour des moteurs à deux sens de rotation, le plus souvent à partir de la condition permettant d'obtenir un minimum de couples dynamiques.

Réalisation pratique des moteurs. Le plus souvent les moteurs sont réalisés pour la disposition à axe horizontal. On construit cependant des moteurs à axe vertical, par exemple, pour l'entraînement des pompes à arbre vertical.

Suivant le degré de protection requise contre les agents extérieurs, on construit des moteurs semi-protégés, les moteurs fermés et les moteurs antidéflagrants.

Les moteurs semi-protégés comportent des dispositifs qui protègent les enroulements et parfois aussi d'autres parties sous tension contre la pénétration des gouttes de pluie, des copeaux et d'autres objets étrangers. Ils sont destinés à être installés dans des locaux secs à atmosphère non poussiéreuse.

Les moteurs fermés sont installés dans des locaux humides et poussiéreux, dans les ateliers des usines chimiques et dans d'autres locaux où les poussières, l'humidité et d'autres corps peuvent venir en contact avec les pièces sous tension et avec les enroulements. Leur refroidissement est obtenu par l'amenée de l'air froid et l'évacuation de l'air chaud par des conduits à travers des orifices spéciaux pratiqués dans le bâti fermé ainsi que par un soufflage extérieur ou par un refroidissement naturel du bâti.

Les moteurs antidéflagrants sont destinés à être installés dans les moulins et dans les mines contenant des gaz et des poussières explosifs ainsi que dans d'autres locaux comportant des risques d'explosion. Ces moteurs sont pourvus d'une enveloppe extérieure dimensionnée de façon à pouvoir résister à la pression qui peut apparaître à l'intérieur de la machine en cas d'une explosion.

15-8. Régimes de fonctionnement et services nominaux des moteurs électriques

On appelle régime d'un moteur électrique à un instant donné, l'ensemble des valeurs des grandeurs électriques et mécaniques qui à cet instant caractérisent son fonctionnement. Le service d'un moteur est la succession dans le temps des régimes auxquels il est soumis.

On définit trois services nominaux principaux pour les moteurs électriques : *continu*, *intermittent périodique* et *temporaire*. Le plus souvent, les moteurs sont construits pour le service continu. La quantité des moteurs produits pour les deux autres services nominaux est sensiblement moins élevée. Ces derniers moteurs portent sur leur plaque signalétique, en plus de l'indication de la puissance, l'indication du service nominal auquel ils sont destinés pour la puissance donnée.

Les moteurs destinés à assurer un *service continu* peuvent fournir une puissance mécanique non supérieure à la puissance nominale P_n indiquée sur sa plaque signalétique pendant un temps indéfini. Les courbes de puissance constante et d'échauffement admissible en fonction du temps sont représentées pour ces moteurs sur la fig. 15-21.

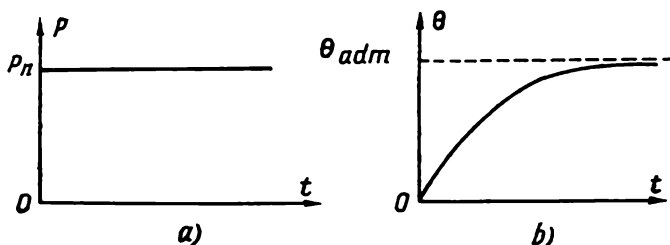


Fig. 15-21. Diagramme de charge (a) et courbe d'échauffement (b) d'un moteur en service continu

Les moteurs à *service intermittent périodique* peuvent fournir une puissance non supérieure à la puissance nominale P_n indiquée sur la plaque signalétique pendant un temps t_t de chacun des cycles de durée T qui se succèdent (fig. 15-22, a) pour un facteur de marche donné

$$FM\% = \frac{t_t}{t_t + t_r} 100,$$

où t_r est le temps de repos. Dans ces conditions, la durée du cycle T est limitée à 10 mn.

Lorsque le moteur électrique fonctionne par intermittence, les périodes d'échauffement t_t alternent avec les périodes de refroidissement t_r . Au bout d'un temps assez long, l'échauffement du moteur évoluera entre deux limites, minimale Θ_{min} et maximale Θ_{max} (fig. 15-22, b).

La puissance d'un moteur à vitesse constante étant proportionnelle au couple moteur, le produit du carré de la puissance admissible P_k par le facteur de marche $FM\%_k$ correspondant doit demeurer constant, comme il en résulte de l'expression donnant le couple équivalent. L'industrie soviétique construit des moteurs pour différentes valeurs de la puissance nominale avec $FM\% = 15, 25$ et 40. La puissance admissible P_1 pour un $FM\%_1$ différent de celui indiqué sur la plaque signalétique peut être déterminée de façon approchée à partir de l'expression :

$$FM\%_n P_n^2 = FM\%_1, P_1^2,$$

d'où l'on tire :

$$P_1 = P_n \sqrt{\frac{FM\%_n}{FM\%_1}}. \quad (15-28)$$

Sur la plaque signalétique d'un moteur destiné à assurer un *service temporaire* on indique la puissance nominale P_n que le moteur est capable de développer pendant le temps indiqué (une heure, une demi-heure). Après le fonctionnement pendant le temps indiqué, le moteur doit être refroidi de manière qu'au début du cycle suivant il soit pratiquement en équilibre thermique avec le milieu

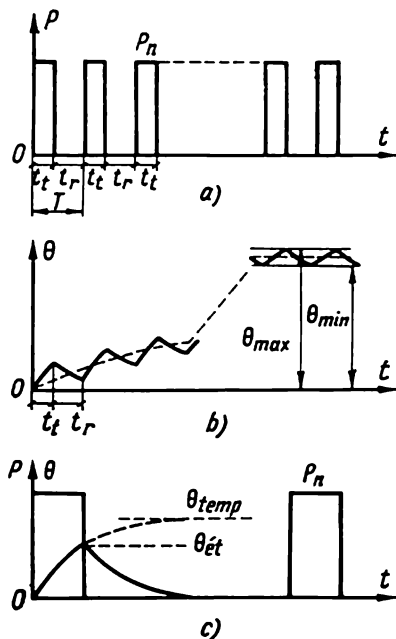


Fig. 15-22. Diagrammes de charge et courbes d'échauffement: *a*, diagramme de charge du service intermittent périodique; *b*, courbe d'échauffement en service intermittent périodique; *c*, diagramme de charge et courbe d'échauffement en service temporaire

extérieur. Les courbes de charge et d'échauffement d'un moteur à service temporaire sont indiqués sur la fig. 15-22, *c*. Les moteurs à service temporaire sont employés pour la commande des ponts mobiles, des vannes d'une écluse et dans certains autres cas.

Cherchons une expression approchée pour le rapport de la puissance du moteur en service continu P_{cont} à la puissance P_{temp} en service temporaire.

Si l'échauffement en service continu avec une puissance prévue pour le service temporaire est égal à Θ_{temp} , l'échauffement admissible Θ_{adm} aura lieu au bout d'un temps t_{temp} (15-23):

$$\Theta_{\text{adm}} = \Theta_{\text{temp}} (1 - e^{-t_{\text{temp}}/\tau_{\text{éch}}}).$$

Si le moteur fournissait une puissance P_{cont} durant un temps suffisamment long, l'échauffement admissible $\Theta_{\text{ét}}$ serait obtenu

pratiquement au bout du temps de (3 à 4) $\tau_{\text{éch}}$ (droite en pointillé sur la fig. 15-22, c). L'échauffement des enroulements étant proportionnel aux carrés des courants ou, approximativement, aux carrés des puissances, nous obtenons

$$P_{\text{cont}}^2 = P_{\text{temp}}^2 (1 - e^{-t_{\text{temp}}/\tau_{\text{éch}}}),$$

d'où

$$\frac{P_{\text{cont}}}{P_{\text{temp}}} = \sqrt{1 - e^{-t_{\text{temp}}/\tau_{\text{éch}}}}. \quad (15-29)$$

APPAREILLAGE ÉLECTRIQUE

16-1. Résistances et potentiomètres

Dans les schémas de commande automatique on emploie largement des résistances électriques fabriquées en matériaux à haute résistivité (nickeline, rhéotan, nickel et autres).

Les *résistances tubulaires* du type ПЭ sont utilisées dans les appareils électriques et les circuits de commande à basse tension en

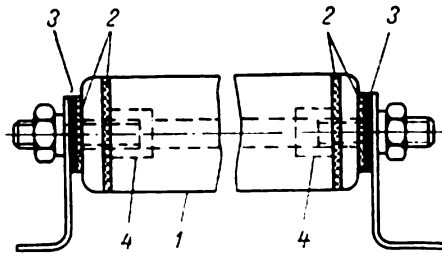


Fig. 16-1. Résistance bobinée émaillée du type ПЭ:

1, résistance tubulaire; 2, rondelle en amiante; 3, rondelle en mica; 4, manchon en porcelaine

tant que résistances de démarrage et résistances de freinage pour des moteurs ayant une puissance jusqu'à 3 ou 4 kW. La résistance de ce type est constituée par un fil de constantan ou de nichrome enroulé sur un bâtonnet en céramique et protégé par une couche d'émail (fig. 16-1). La valeur de la résistance d'un élément est comprise entre 1 ohm et 50 kilohms pour une puissance nominale de 15 à 150 W et un courant nominal allant de 55 mA à 2,9 A.

Dans les circuits statorique et rotorique des moteurs ayant une puissance de 1 à 10 kW et dans les circuits d'excitation des moteurs plus puissants on utilise des résistances tubulaires du type ПЭ et des éléments en cadre du type ЧН. Dans ces derniers, un fil ou un ruban de constantan est enroulé sur des isolateurs en porcelaine, de forme semi-cylindrique, fixés aux nervures latérales d'une plaque en acier servant de support. A partir des éléments de résistance on compose des boîtes de résistances des séries ЯС et ЧН pour une dissipation nominale jusqu'à 5,8 kW.

Pour les moteurs à courant continu et les moteurs à courant alternatif d'une puissance supérieure à trois kilowatts on emploie des

boîtes de résistances constituées par des éléments *en fonte moulée* (fig. 16-2, *a*) ou *en acier estampé* (fig. 16-2, *b*). Les éléments sont serrés au moyen d'écrous sur deux tiges isolées par des manchons résistants à la chaleur. Pour obtenir le contact, les extrémités des éléments sont en forme d'œillets renforcés. A des endroits correspondants entre les œillets on interpose des rondelles en mica et des sabots lamellaires terminés par des cosses, ce qui permet de réaliser le schéma nécessaire de connexions entre les éléments. Pour les mêmes puissances, on utilise aussi des boîtes de résistances du type

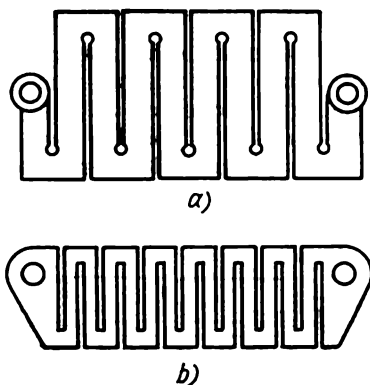


Fig. 16-2. Éléments de résistance: *a*, en fonte moulée; *b*, en acier estampé

$K\Phi$, comportant cinq éléments en fécral ayant la forme d'un cadre. Dans les grosses installations on utilise des éléments bobinés en cadre de grande puissance. Suivant le type et la destination de l'élément, sa résistance peut être comprise entre 0,005 et 525 ohms pour un courant admissible de 0,38 à 215 A et une puissance nominale de 75 à 3500 W.

Dans le cas de faibles puissances, dans les circuits de télécommunications, de télé mécanique et de radiotechnique, on utilise des résistances *bobinées émaillées, résistant à l'humidité*, à ajustement par collier (du type ПЭВ-Х). Dans de tels circuits on utilise aussi largement des résistances fixes et variables non bobinées, *à couche de carbone*.

Les *potentiomètres* (les diviseurs de tension) servent au réglage de tension dans les circuits à courant continu et alternatif. Dans bien des cas, on les emploie également pour une transformation linéaire ou fonctionnelle (suivant une loi déterminée) du déplacement du curseur en tension électrique. Ils sont largement utilisés dans les systèmes de commande automatique et dans les calculateurs électroniques. Le potentiomètre représente une résistance variable à contact glissant. Les potentiomètres à bobinage continu (fig. 16-3, *a*) possèdent un curseur mobile qui glisse directement sur les spires

du fil enroulé sur un support isolant. Dans les potentiomètres à plots (fig. 16-3, b), le curseur se déplace sur des plots auxquels sont

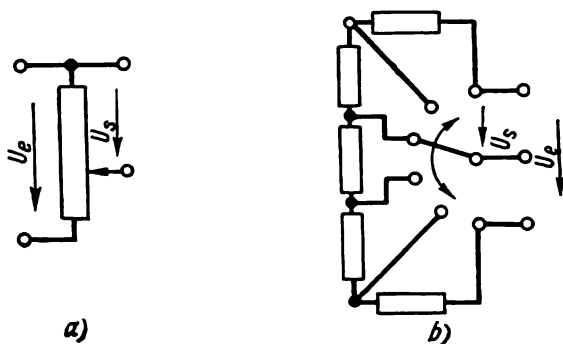


Fig. 16-3. Schémas des potentiomètres: a, à bobinage continu (à curseur); b, à plots

branchées des résistances fixes, non réglables. Dans le cas de faibles puissances, on utilise aussi des potentiomètres non bobinés, au

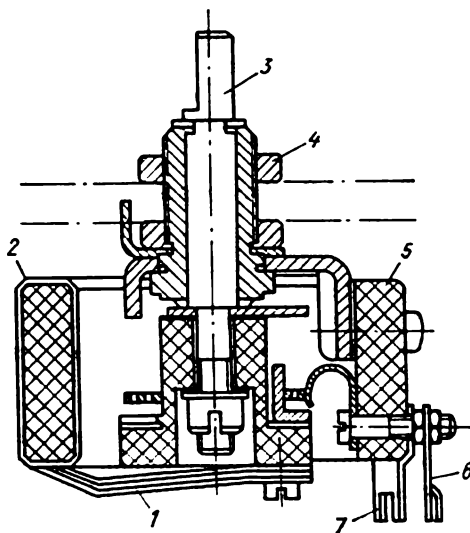


Fig. 16-4. Construction d'un potentiomètre ПП-25:

1, balai; 2, fil; 3, arbre; 4, écrou de fixation; 5, support; 6, connexion du contact mobile; 7, connexions d'entrée et de sortie

carbone. La puissance dissipée P_d dans les potentiomètres va de 0,2 à 80 W. Les potentiomètres peuvent être simples ou doubles et peuvent être munis d'un interrupteur. Les potentiomètres de précision à variation linéaire comportent un cadran pour la lecture

de l'angle de rotation du rotor à contact glissant. La constitution d'un potentiomètre bobiné est montrée sur la fig. 16-4. Dans les potentiomètres fonctionnels, la tension de sortie U_s est une fonction déterminée de l'angle de rotation. On y arrive par un calcul correspondant du profil à donner au support.

Pour un réglage continu de la tension dans les limites de zéro à une certaine valeur on a recours au montage en cascade des potentiomètres (fig. 16-5). Une loi de variation souhaitée de la tension

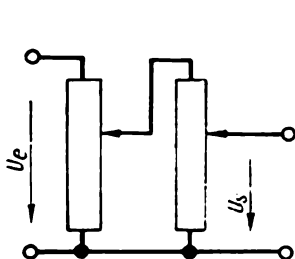


Fig. 16-5. Montage en cascade des potentiomètres

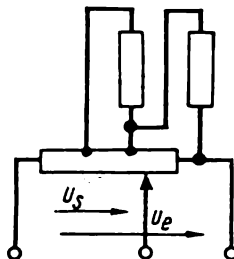


Fig. 16-6. Potentiomètre shunté

de sortie est bien souvent obtenue en shuntant certaines parties d'un potentiomètre par des résistances additionnelles convenablement choisies (fig. 16-6). On donne parfois à cette méthode le nom de profilage électrique des potentiomètres.

16-2. Condensateurs

Les principaux paramètres de chaque condensateur sont la capacité nominale, la valeur et la nature de la tension de service (continue, alternative, impulsionnelle).

Pour améliorer le facteur de puissance dans les circuits de fortes puissances, on utilise des condensateurs dont les électrodes sont constituées par des rubans en feuille d'aluminium séparés par du papier pour condensateurs imprégné d'huile minérale ou d'huile pour transformateurs. Les sections du condensateur sont placées dans un boîtier parallélépipédique, étanche, fait en tôles d'acier et comportant des sorties en porcelaine (fig. 16-7). Certains condensateurs admettent un branchement partiel des étages de capacité et possèdent un système de refroidissement artificiel par l'eau.

Dans les générateurs d'impulsions de courant, les machines à souder fonctionnant en impulsions et les filtres à haute tension des installations de redressement, on utilise des condensateurs à fonctionnement en impulsions. Pour les télécommunications par courants porteurs et la télécommande sur les lignes de transport d'énergie ainsi que pour la mesure des tensions et la prise de puissance, on utilise des condensateurs à haute tension, à boîtier en porcelaine.

Dans les sous-stations de traction les condensateurs sont utilisés pour la sélection de la composante continue d'une tension redressée.

Dans les circuits de commande des systèmes de régulation automatique, on emploie largement des condensateurs de faible encombrement au papier, au mica, à film plastique, à la céramique et au verre.

Les condensateurs électrolytiques sont destinés à être utilisés seulement dans les circuits à courant continu ou ondulé. Le diélec-

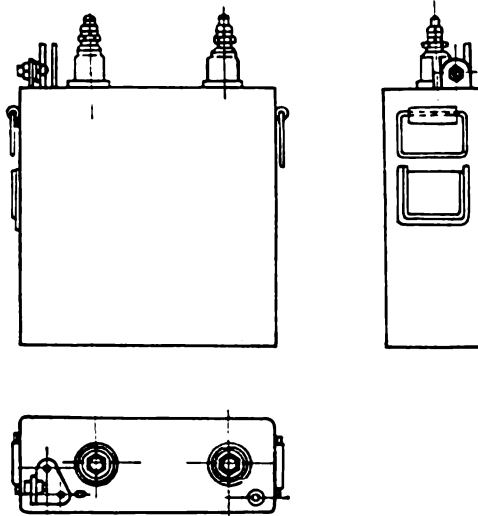


Fig. 16-7. Condensateur étanche de série 3MB

trique est constitué dans ces condensateurs par une mince couche d'oxyde portée par un procédé électrique sur une bande d'aluminium.

Cette bande constitue l'une des électrodes (l'anode) du condensateur. L'autre électrode (la cathode) est constituée par une bande d'aluminium sans oxyde. Les deux électrodes ainsi formées du condensateur électrolytique sont séparées par une bande de papier imprégné d'électrolyte.

La capacité nominale des condensateurs va de quelques picofarads à 2000 μF , alors que la tension de service des condensateurs à haute tension atteint une valeur de 77 kV.

16-3. Interrupteurs et commutateurs à couteau

Des *interrupteurs à couteau* sont des appareils les plus simples, à commande à main, destinés à effectuer l'ouverture et la fermeture des circuits électriques. Un interrupteur unipolaire possède un couteau mobile autour d'un axe qui passe par l'une de ses extrémités et est fixé entre des montants. L'autre extrémité du couteau, munie

d'une manette, s'engage lors de la fermeture du circuit entre les mâchoires, en assurant leur connexion électrique avec les montants. Les montants et les mâchoires sont montés sur un socle fait en matériau isolant (marbre, textolite, guétinax, etc.). Le couteau, les montants et les mâchoires sont le plus souvent faits en cuivre. En plus des interrupteurs unipolaires, on utilise aussi des interrupteurs bipolaires (fig. 16-8) et des interrupteurs tripolaires dont les couteaux sont liés mécaniquement par une plaquette isolante.

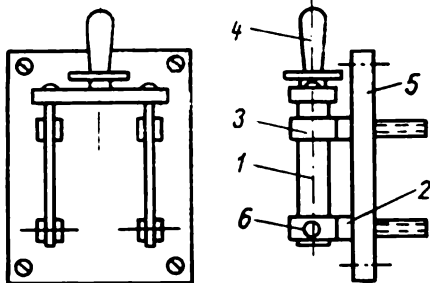


Fig. 16-8. Interrupteur bipolaire:
1, couteau; 2, montants; 3, mâchoires;
4, levier; 5, socle; 6, axe

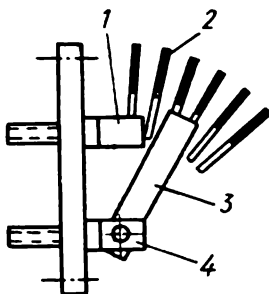


Fig. 16-9. Interrupteur à boîte de soufflage:
1, mâchoires; 2, boîte de soufflage;
3, couteau; 4, montants

Pour obtenir un bon contact électrique, il est nécessaire d'assurer une certaine pression entre les surfaces en contact. Dans les interrupteurs prévus pour de faibles intensités, cette pression de contact est obtenue grâce à l'élasticité du cuivre dont sont faits les couteaux et les mâchoires. Dans les interrupteurs destinés à de fortes intensités, la pression de contact nécessaire est assurée par des ressorts spéciaux en acier qui ne sont pas parcourus par le courant.

Les études effectuées ont montré que dans l'extinction de l'arc électrique, qui se forme dans les interrupteurs, un rôle important revenait à des forces électrodynamiques qui s'exercent sur l'arc, celui-ci représentant une sorte de conducteur souple traversé par un courant. Les conditions d'extinction s'améliorent lorsque ces forces augmentent parce que l'arc se déplace et s'étire plus vite et son refroidissement devient plus intense. On a établi que les forces électrodynamiques croissent non pas avec l'augmentation mais avec la diminution de la longueur du couteau. Les interrupteurs construits actuellement ont des couteaux de faible longueur.

Dans le cas des interrupteurs de basse tension (jusqu'à 220 V) en courant alternatif de petites et moyennes intensités, l'extinction de l'arc est déterminée par la désionisation rapide des gaz dans l'espace près de la cathode, lorsque le courant devient nul. Un moyen efficace pour de tels interrupteurs est l'emploi d'une boîte de soufflage (fig. 16-9) constituée par un jeu de plaques en cuivre ou en acier,

isolées entre elles et des autres pièces de l'appareil. L'arc est dirigé par les forces qui s'y appliquent dans cette boîte de soufflage où il est fractionné en plusieurs arcs de petite longueur et s'éteint rapidement. L'extinction est dans ce cas facilitée grâce à l'absorption de l'énergie thermique dégagée dans l'arc par les plaques de la boîte de soufflage.

La construction des commutateurs est analogue à celle des interrupteurs, mais les commutateurs possèdent un jeu double de mâchoires. En faisant passer les couteaux d'une position à l'autre, on peut relier électriquement les montants à chacun de deux jeux des mâchoires.

16-4. Boutons-poussoirs, commutateurs universels et interrupteurs rotatifs

Les *boutons-poussoirs* sont utilisés pour la commande à distance des appareils électromagnétiques (contacteurs, rupteurs, démarreurs) ainsi que pour la commande de circuits de signalisation et de

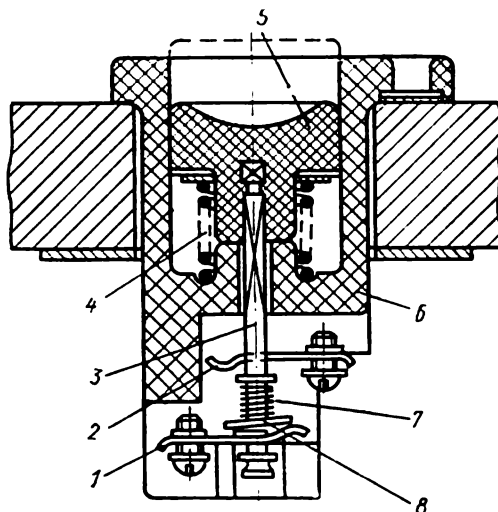


Fig. 16-10. Bouton-poussoir du type KV-1500:

1, contacts à fermeture; 2, contacts à ouverture; 3, tige métallique; 4, ressort de rappel; 5, bouton; 6, boîtier; 7, ressort de contact; 8, pont de contact

circuits de verrouillage électrique. Ils servent à effectuer des fermetures et des ouvertures relativement peu fréquentes dans les circuits à courant continu jusqu'à 440 V et dans les circuits à courant alternatif jusqu'à 500 V. Un bouton-poussoir comporte un ou deux contacts à pont qui, selon leur destination, peuvent être soit à ouverture, soit à fermeture. Les boutons-poussoirs peuvent être réalisés avec ou sans retour automatique à la position de repos.

D'après leur exécution les boutons-poussoirs peuvent être ouverts (en saillie), encastrés, semi-protégés, protégés contre l'humidité,

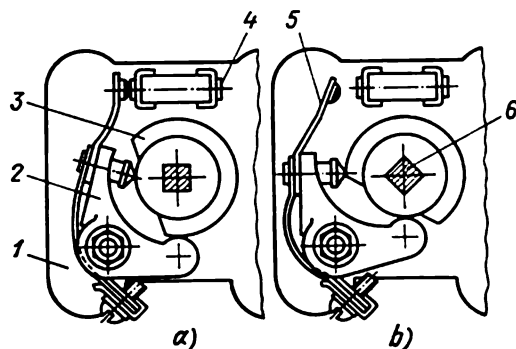


Fig. 16-11. Section d'un commutateur universel:

1, socle isolant; 2, étrier d'enclenchement; 3, rondelle à came; 4, contact fixe; 5, contact mobile; 6, arbre avec manette

antidéflagrants. Plusieurs boutons-poussoirs réunis en un seul boîtier constituent une boîte de commande (par exemple, une boîte à trois boutons-poussoirs: « Avant », « Arrière » et « Arrêt »). La fig. 16-10 montre la constitution d'un bouton-poussoir du type KY-1500 prévu pour montage encastré. Pour une coupure d'urgence des circuits de commande ainsi que pour la mise en et hors circuit des bobines des appareils électromagnétiques, on compose des boîtes à boutons-poussoirs qui peuvent être montés en position suspendue sur un trainard.

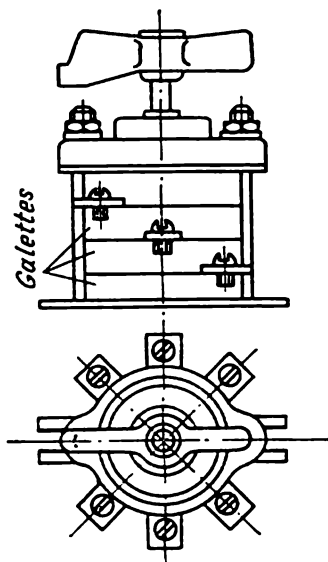


Fig. 16-12. Interrupteur rotatif

La fig. 16-11 montre la constitution d'une section d'un commutateur universel. Lorsque l'arbre 6 est fixé dans une position déterminée (fig. 16-11, a), la rondelle 3 appuie par sa came sur la queue inférieure de l'étrier 2 d'enclenchement, ce qui provoque la fermeture

des contacts. L'ouverture des contacts se produit par suite de la pression que la came exerce sur un tenon vissé dans l'extrémité supérieure de l'étrier 2 (fig. 16-11, b) lorsque l'arbre du commutateur est tourné sur une autre position.

Les *commutateurs et interrupteurs rotatifs* sont largement utilisés pour le démarrage des moteurs à courant continu de petite puissance

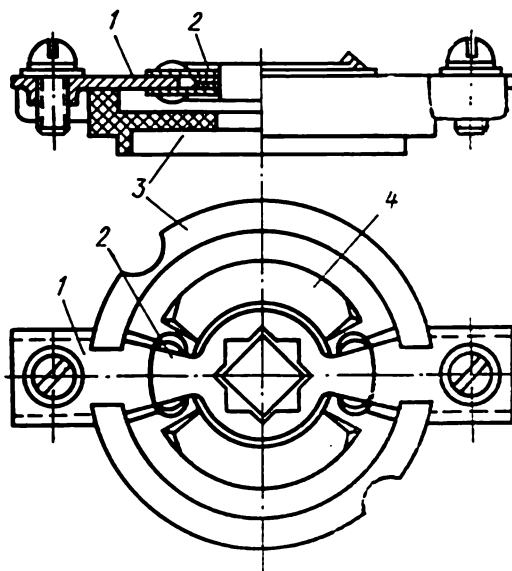


Fig. 16-13. Système de contacts d'un interrupteur rotatif:
1, contact fixe; 2, contact mobile; 3, isolant; 4, rondelle d'extinction

et des moteurs asynchrones à cage d'écureuil ainsi que pour la commutation des circuits de commande (fig. 16-12). Ces appareils peuvent être réalisés avec retour automatique à la position de repos, avec un dispositif de verrouillage ou une lampe témoin et sont munis d'un mécanisme à commutation instantanée, ce qui assure une vitesse constante de la fermeture ou de l'ouverture des contacts. Le nombre de galettes ou éléments d'un tel commutateur peut aller jusqu'à sept.

La constitution d'une galette est montrée sur la fig. 16-13. Pour une position déterminée de la manette (cette position est représentée sur la figure), les contacts mobiles 2 faisant ressort relient les contacts fixes entre eux. La rotation de la manette sur une autre position coupe cette liaison entre les contacts fixes, les contacts mobiles se trouvent entre les rondelles 4 d'extinction en fibre si bien que l'arc électrique qui se forme lors de l'ouverture des contacts s'éteint rapidement.

16-5. Contacteurs électromagnétiques, disjoncteurs à coupure dans l'air et contacteurs temporisés

Les fermetures et les ouvertures fréquentes des circuits électriques de grande puissance sous une tension jusqu'à 500 ou 600 V en régime normal d'exploitation sont généralement effectuées à l'aide de *contacteurs électromagnétiques*. Dans certains cas, les contacteurs associés à des relais appropriés peuvent également assurer, comme fonction secondaire, la protection des installations électriques. Un contacteur électromagnétique comprend une bobine d'attraction,

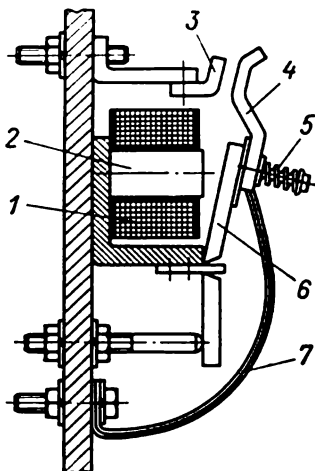


Fig. 16-14. Contacteur à courant continu :

1, bobine d'attraction; 2, noyau; 3, contact fixe; 4, contact mobile; 5, ressort amortisseur; 6, armature; 7, conducteur souple

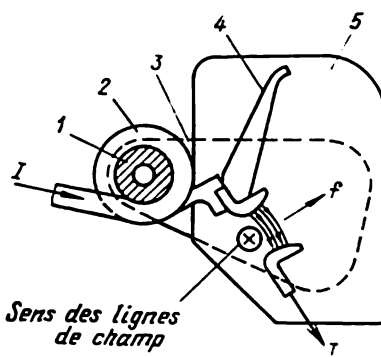


Fig. 16-15. Dispositif de soufflage d'arc d'un contacteur à courant continu :

1, noyau; 2, bobine de soufflage magnétique; 3, pôle du système magnétique; 4, corne de soufflage; 5, boîte de soufflage en fibro-ciment

une armature mobile, un système de contacts principaux, un dispositif de soufflage d'arc et bien souvent un jeu de contacts auxiliaires. Les contacts principaux sont prévus pour l'établissement et l'interruption des intensités relativement élevées, allant jusqu'à 1000 A. Les bobines (électro-aimants) d'attraction alimentées par des courants de travail de faible intensité sont mises sous ou hors tension par commande à distance. Les principales grandeurs caractéristiques d'un contacteur sont, en plus du courant nominal, le temps d'enclenchement (0,06 à 0,32 s), le temps de décollage de l'armature (0,03 à 0,5 s) et la tension de la bobine d'attraction (24 à 380 V).

La fig. 16-14 schématise la constitution d'un contacteur destiné à établir et à interrompre des courants continus. Lorsque la bobine 1 est mise sous tension, son noyau 2 attire l'armature 6, si bien que le contact mobile 4 s'appuie sur le contact fixe 3. Lorsque le courant

dans la bobine est coupé, l'armature revient au repos soit par son propre poids, soit à l'aide d'un ressort de rappel spécialement prévu à cet effet. L'amenée de courant au contact mobile est réalisée à l'aide du conducteur souple 7.

La constitution générale du dispositif de soufflage d'arc utilisé dans un contacteur à courant continu est montrée sur la fig. 16-15. La bobine 2 de soufflage magnétique dont les spires sont enroulées sur le noyau 1 est branchée en série avec les contacts principaux. Deux

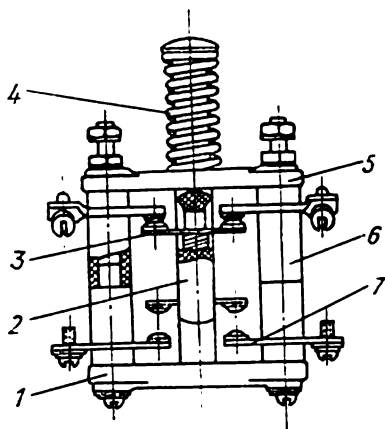


Fig. 16-16. Contacts auxiliaires du type à pont:

1, couvercle; 2, barreau en matière plastique; 3, contacts mobiles; 4, ressort de rappel; 5, socle; 6, montants; 7, contacts fixes

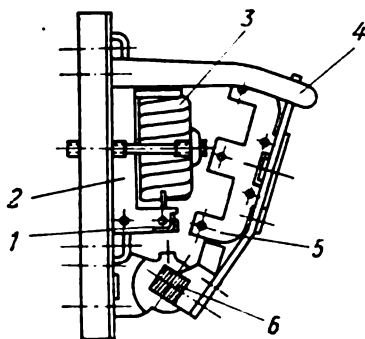


Fig. 16-17. Circuit magnétique d'un contacteur à courant alternatif:

1, bague de décalage; 2, noyau; 3, bobine d'attraction; 4, butée; 5, armature; 6, arbre

joues 3 en acier, fixées aux faces terminales du noyau, font office de pôles magnétiques. L'arc qui prend naissance entre les contacts à l'instant du déclenchement est canalisé, sous l'action de la force électrodynamique f , vers la fente étroite dans la boîte 5 de soufflage en fibro-ciment où il se produit un refroidissement et une désionisation des gaz. Pour prévenir la fusion des contacts, on utilise parfois des cornes 4 de soufflage sur lesquelles l'arc passe en s'étirant. Dans le cas où le contacteur n'est pas destiné à assurer l'interruption d'un courant de charge ainsi que dans le cas où la tension qui agit entre les contacts à l'instant de déclenchement est assez faible, le contacteur peut être réalisé sans dispositif de soufflage d'arc.

Les *contacts auxiliaires* d'un contacteur destinés à assurer les commutations dans les divers circuits auxiliaires peuvent être de deux types: à doigt et à pont. Les plus répandus sont les contacts auxiliaires à pont qui sont bien souvent construits sous forme d'un élément distinct incorporé dans le contacteur (fig. 16-16). La pression sur la tige du barreau 2 provoque l'ouverture des contacts auxiliaires supérieurs et la fermeture des contacts auxiliaires inférieurs 7. Le

retour au repos des contacts 6 à pont est assuré par le ressort de rappel 4.

Les pièces constitutives (l'armature 5 et le noyau 2) du circuit magnétique d'un contacteur à courant alternatif (fig. 16-17) sont faites de tôles magnétiques empilées ayant généralement la forme d'un E. L'armature 5 à suspension flottante, solidaire de l'arbre 6, peut tourner autour de son axe; lorsque la bobine d'attraction 3 est mise hors tension, l'armature décolle et retombe par son propre poids

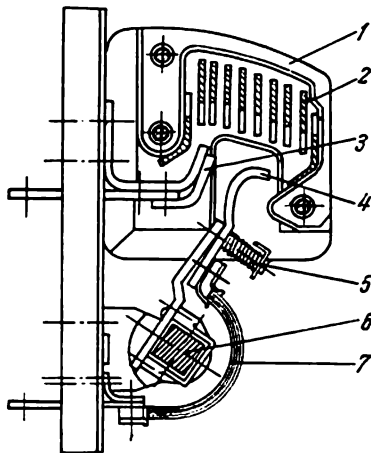


Fig. 16-18. Système de contacts et dispositif de soufflage d'arc d'un contacteur à courant alternatif:

1, boîte de soufflage; 2, grillage de soufflage; 3, contact fixe; 4, contact mobile; 5, ressort de contact; 6, arbre du contacteur; 7, conducteur souple

jusqu'à la butée 4. Sur une partie d'une ou de deux branches du circuit magnétique sont disposées les spires 1 en court-circuit réalisées sous forme d'une bague appelée bague de décalage. A l'instant où le flux magnétique s'annule dans la partie non baguée du circuit magnétique, il est maintenu dans la partie baguée par le courant induit dans la bague de décalage. Il en résulte que la force d'attraction agissant sur l'armature sera toujours différente de zéro. En usant de cet artifice, on diminue considérablement les vibrations du contacteur au travail (en l'absence de spires en court-circuit la force d'attraction s'annulerait deux fois par période).

Le système de contacts et le dispositif de soufflage d'arc d'un contacteur à courant alternatif sont représentés sur la fig. 16-18. Le soufflage d'arc est obtenu dans une boîte en fibro-ciment munie d'un grillage constitué de plaquettes d'acier cuivré, isolées les unes des autres.

Dans les cas où un contacteur à courant alternatif ne doit pas déclencher après la disparition de la tension aux bornes de la bobine d'enclenchement, on a recours à des contacteurs munis d'un disposi-

tif à cliquet qui se libère sous l'action d'un électro-aimant distinct. Parfois, pour multiplier l'impulsion obtenue en vue de l'injecter dans plusieurs circuits, on utilise des contacteurs de verrouillage.

Pour l'ouverture automatique des circuits à courant continu ou alternatif en cas de conditions anormales de fonctionnement, ainsi que pour des fermetures et ouvertures peu fréquentes des mêmes circuits dans des conditions normales de fonctionnement, on utilise des *interrupteurs à ouverture automatique* qu'on appelle couramment disjoncteurs. Ces appareils comportent un dispositif de soufflage d'arc

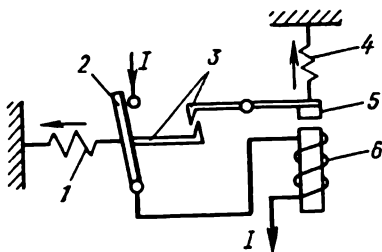


Fig. 16-19. Constitution d'un disjoncteur à maximum de courant : 1, ressort de rappel ; 2, contacts ; 3, cliquet ; 4, ressort antagoniste ; 5, armature ; 6, électro-aimant

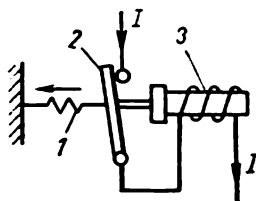


Fig. 16-20. Constitution d'un disjoncteur à minimum de courant : 1, ressort ; 2, contacts ; 3, bobine

très efficace (bobines de soufflage magnétique, cloisons). Pour la protection des contacts principaux contre le grillage, le disjoncteur est muni de contacts intermédiaires et de contacts de coupure (pare-étincelles) facilement changeables. Lors du déclenchement, les contacts principaux s'ouvrent les premiers, ensuite les contacts intermédiaires et ce sont les contacts de coupure qui s'écartent les derniers. La fermeture des contacts lors de l'enclenchement se fait en ordre inverse. L'organe essentiel d'un disjoncteur est constitué par un *mécanisme de déclenchement libre* représentant un système de leviers reliés par articulations. Le mécanisme de déclenchement est actionné soit par un déclencheur thermique à bilame (réagissant à une surcharge), soit par un déclencheur électromagnétique (réagissant à un courant de court-circuit ou à une baisse de tension), qui fait passer le système de leviers par le point mort. Les petits disjoncteurs peuvent être manœuvrés (enclenchés et déclenchés) tant par commande directe à la main que par commande mécanique à distance. Les gros disjoncteurs exigent pour leurs enclenchements et déclenchements d'appliquer des efforts considérables qui sont développés par commande électrique à distance (actionneurs solénoïdes).

La constitution d'un disjoncteur à maximum de courant est représentée schématiquement sur la fig. 16-19. Lorsque le courant dépasse une certaine valeur (appelée courant de fonctionnement), l'électro-aimant 6 attire l'armature 5, en surmontant l'effort du res-

sort antagoniste 4, et libère le cliquet 3. Le ressort de rappel 1 assure une ouverture rapide des contacts 2.

La fig. 16-20 montre la constitution schématique d'un disjoncteur à minimum de courant. Lorsque le courant dans la bobine 3 tombe au-dessous d'une certaine valeur, les contacts 2 s'ouvrent parce que la force d'attraction de l'armature par le noyau devient inférieure à l'effort développé par le ressort 1.

Les *contacteurs temporisés* qu'on appelle parfois commutateurs horaires séquentiels ou chronorelais séquentiels sont des appareils

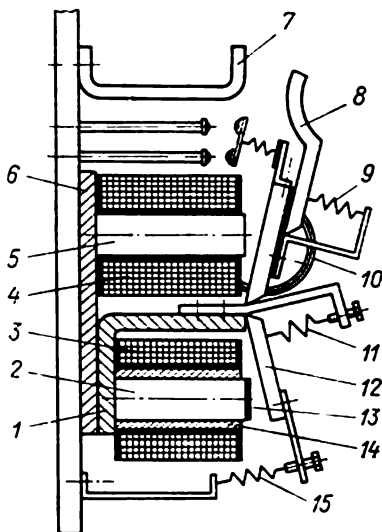


Fig. 16-21. Constitution d'un contacteur temporisé:

1, circuit magnétique de maintien; 2, noyau de la bobine de maintien; 3, bobine de maintien; 4, bobine d'attraction; 5, noyau de la bobine d'attraction; 6, circuit magnétique d'attraction; 7, contact fixe; 8, contact mobile; 9, ressort d'amortissement; 10, conducteur souple (tresse); 11, ressort de rappel; 12, armature; 13, garniture non magnétique pour réglage approché de la temporisation; 14, douille métallique; 15, ressort pour réglage fin de la temporisation.

qui cumulent deux fonctions: la fonction d'un contacteur et celle d'un relais chronométrique (fig. 16-21). Un tel appareil comporte deux circuits magnétiques: un circuit 1 de maintien et un circuit 6 d'attraction utilisant les bobines 3 et 4. A la mise sous tension, c'est la bobine 3 de maintien qui est alimentée la première. Son armature, attirée par le noyau 2, comprime le ressort 15 qui tend à la décoller. L'attraction de l'armature provoque l'ouverture d'un contact de verrouillage propre (non représenté sur la figure) du contacteur. Une fois ouvert, ce contact inséré dans le circuit de la bobine d'attraction ne permet pas la mise sous tension de cette dernière. En même temps s'ouvre un deuxième contact de verrouillage (non représenté sur la figure) inséré lui aussi dans le circuit de la bobine d'attraction. Le flux commence à décroître de façon relativement lente parce que le noyau 2 porte une douille 14 métallique continue d'amortissement. Dans ces conditions, le couple de maintien commencera à diminuer et dès qu'il deviendra inférieur au couple de décollage développé par le ressort 15, l'armature reviendra à sa position de départ. Le contact

de verrouillage propre fermera le circuit de la bobine d'attraction, le contacteur temporisé s'enclenchera et fermera ses contacts principaux. Le soufflage d'arc dans les contacteurs temporisés est obtenu au moyen des boîtes de soufflage magnétique. Le temps d'enclenchement peut être réglé dans les limites allant jusqu'à 5 secondes.

16-6. Combinateurs

Les *combineurs* sont destinés à assurer le démarrage, l'inversion du sens de rotation et le réglage de la vitesse des moteurs électriques à courant continu ou alternatif ayant une puissance jusqu'à 100 kW. Ils sont employés assez fréquemment dans les systèmes de commande des moteurs asynchrones à rotor bobiné.

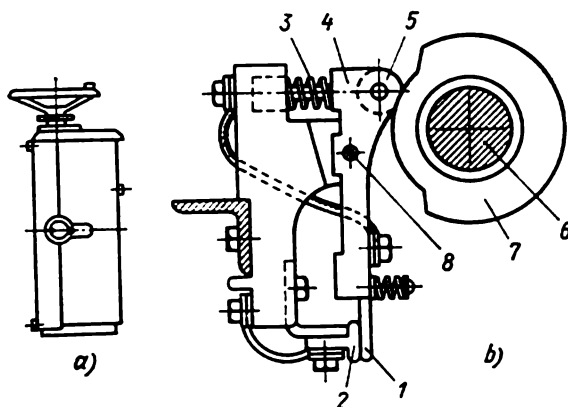


Fig. 16-22. Combinateur du type HT-50: a, aspect extérieur; b, dispositif de commutation

Tous les combineurs sont d'exécution protégée. La fig. 16-22 donne l'aspect extérieur d'un combineur et la constitution de ses contacts dont le nombre peut atteindre plusieurs dizaines. Lorsque l'arbre 6 de l'appareil est tourné à l'aide d'un volant ou d'une manette, le bossage de la rondelle 7 à came appuie sur le galet 5 en faisant tourner le levier 4 autour de son axe 8. Il en résulte l'ouverture des contacts 1 et 2. La fermeture des contacts se produit sous l'effet du ressort 3 lors de la rotation en sens inverse (ou la rotation ultérieure dans le même sens) de la rondelle jusqu'au moment où le galet 5 a quitté le bossage de la rondelle 7. La pression de la came sur le galet assure l'obtention des efforts considérables et une ouverture forcée des contacts même en cas de leur collage. Dans bien des cas, une partie des contacts du combineur est utilisée pour assurer les commutations dans les circuits de commande. Pour le réglage de l'excitation des machines ainsi que pour la mise en marche et le réglage de la vitesse des moteurs de grande puissance, on emploie des combineurs plats à grand nombre de contacts et actionnés par moteurs.

16-7. Combinateurs auxiliaires

Pour la commande à distance des machines et appareils électriques de grande puissance, on utilise dans les circuits à courant continu ou alternatif des *combineurs auxiliaires* destinés à mettre en ou hors circuit les bobines des contacteurs et des autres appareils. La fig. 16-23 montre la constitution du dispositif de commutation d'un combineur auxiliaire à plusieurs circuits. La fermeture des

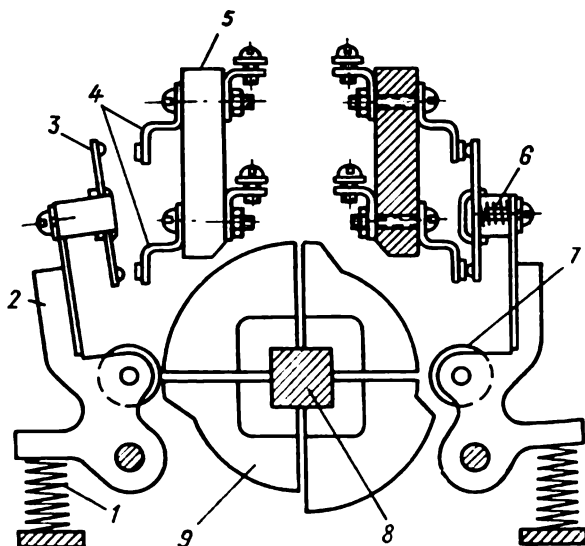


Fig. 16-23. Dispositif de commutation d'un combineur auxiliaire à plusieurs circuits :

1, ressort d'enclenchement ; 2, levier ; 3, pont de contact ; 4, contacts fixes ; 5, plaquettes isolantes ; 6, ressort de contact mobile ; 7, galet ; 8, arbre ; 9, came

contacts 4 par le pont de contact 3 se fait sous l'effet du ressort 1, lorsque le galet 7 tombe dans le creux de la rondelle de contact 9. L'ouverture des contacts est obtenue forcément grâce à la pression que la came exerce sur le galet. Un nombre élevé de divers diagrammes d'enclenchement peut être obtenu par combinaison d'un nombre relativement petit de rondelles à cames standards. Les combineurs auxiliaires se rangent dans la catégorie d'appareils non réglables étant donné que le positionnement des cames ne peut pas être réglé au cours d'utilisation.

16-8. Interrupteurs (contacteurs) de position et de fin de course

Les *interrupteurs (contacteurs) de position* et les *interrupteurs de fin de course* sont des appareils du type réglable qu'on utilise pour la commande des moteurs électriques destinés à l'entraînement des

mécanismes ayant une course de travail bien déterminée. La commande est obtenue en mettant sous ou hors tension les bobines des contacteurs et des relais. Les interrupteurs sont actionnés depuis l'arbre du mécanisme (parfois par l'intermédiaire d'un démultiplicateur) ou viennent au travail grâce à la pression des butées lorsque le mécanisme a parcouru une distance déterminée (fig. 16-24). La came 1 fixée sur l'organe de travail se déplaçant vers le haut agit, après une course déterminée de l'organe de travail, sur l'étrier 2 de

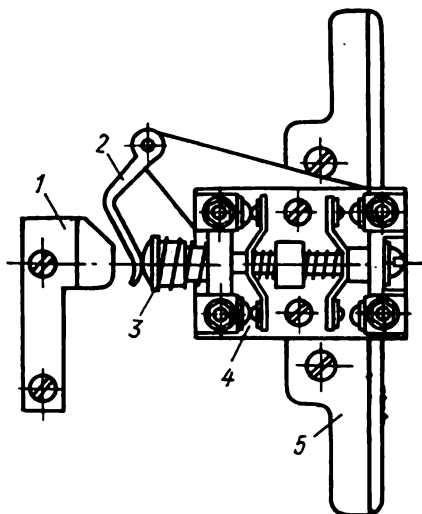


Fig. 16-24. Interrupteur de position du type ПБР-11

l'interrupteur de position qui transmet la pression à la tige 3. Il en résulte l'ouverture des contacts 4 de gauche et la fermeture des contacts de droite. Pour un réglage précis de la course de la partie mobile, on prévoit la glissière 5 qui comporte des rainures longitudinales et permet donc un certain déplacement de l'interrupteur vers le haut ou vers le bas.

Le dispositif de commutation et les contacts des interrupteurs de position sont montrés sur la fig. 16-25, *a*. Les cames 2 et 3 sont disposées dans des plans différents et chacune d'elles n'exerce la pression que sur le galet qui lui est opposé. Lorsque l'arbre 1 est tourné d'un angle déterminé, la came d'enclenchement 3 appuie sur le galet du levier 6. Ce dernier tourne autour de l'axe 7 si bien que les contacts mobiles 5 à pont ferment les contacts fixes 4. Dans cette position, le cliquet 9, qui tourne autour de l'axe 10, entre dans le creux de la queue du levier 6, comme il est montré sur la fig. 16-25, *b*, et maintient les contacts à l'état fermé. Au bout d'un certain temps, la came 2 de déclenchement appuie sur le galet solidaire du cliquet et déplace ce dernier vers le bas, en libérant la queue du levier 6.

Sollicité par le ressort 8, le levier revient à sa position de repos, ce qui provoque l'ouverture des contacts.

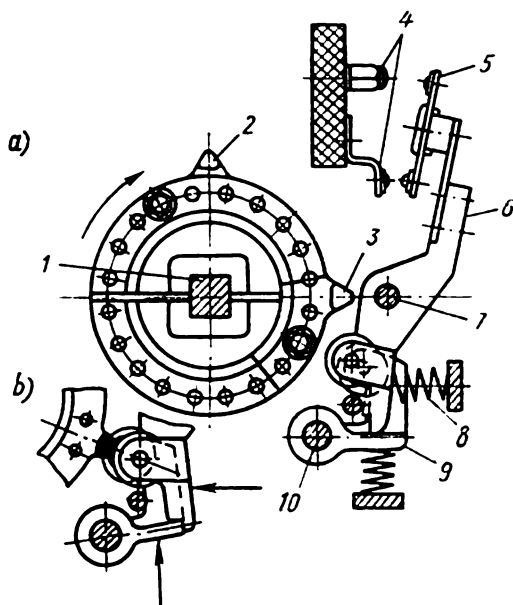


Fig. 16-25. Dispositif de commutation et contacts d'un interrupteur de position à came du type KA-4000

16-9. Relais de protection

Les *relais de protection* servent à contrôler et à commander (en agissant sur les contacteurs, les interrupteurs et les organes, de réglage) le régime de fonctionnement de tous les éléments essentiels d'un système électrique : des dynamos et alternateurs, des transformateurs, des moteurs, des lignes de transport d'énergie électrique. En cas de défaut ou de conditions anormales de fonctionnement, le relais envoie une impulsion qui met en action les appareils de commande automatique destinés à rétablir les conditions normales de fonctionnement ou à isoler la partie en panne. Suivant la grandeur physique qui fait fonctionner le relais, on distingue les types suivants de systèmes de protection : a) système de protection ampèremétrique qui réagit à la variation de l'intensité ou au changement du sens de courant ; b) système de protection voltométrique qui réagit à la variation de la tension ; c) système de protection directionnelle qui réagit à la variation de la valeur ou au changement du sens de transfert de la puissance ; d) système de protection différentielle qui compare les sens et les valeurs des courants ; e) système de protection de distance qui réagit à la variation du rapport entre le courant et la tension, f) système de protection contre les défauts à la

terre ; g) système de protection fréquencesométrique, h) système de protection spéciale.

D'après le principe de fonctionnement on distingue les relais suivants : électromagnétiques, à induction, magnéto-électriques, électrodynamiques et électroniques. Dans les relais dits *primaires*, l'enroulement est branché directement dans le circuit principal de l'organe à protéger, alors que dans les *relais secondaires* il est inséré dans le circuit des transformateurs de mesure d'intensité ou de tension.

Pour améliorer les conditions de fonctionnement des contacts d'un relais principal et augmenter le nombre de circuits commandés par ces contacts, on a recours à des *relais intermédiaires* dont les

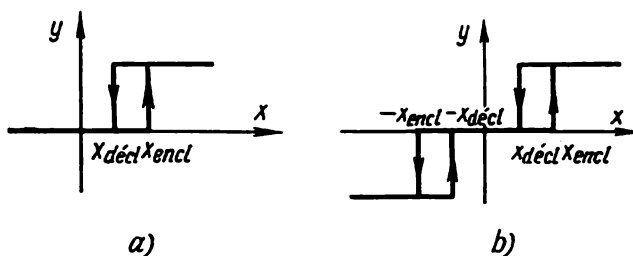


Fig. 16-26. Caractéristiques de relais : a, non polarisé ; b, polarisé

enroulements sont alimentés sous une tension d'une source indépendante à travers les contacts du relais principal. Pour obtenir une valeur constante du retard au fonctionnement on utilise des *relais temporisés* spéciaux (appelés aussi relais de temporisation, relais chronométriques ou relais à temps).

Les relais peuvent réagir à la variation de toute grandeur électromagnétique ainsi qu'à la variation des grandeurs non électriques (température, niveau, pression, etc.). D'après le mode de réaction des relais à la grandeur à mesurer, on distingue les relais suivants : a) relais à maximum ; b) relais à minimum ; c) relais directionnels ; d) relais différentiels qui réagissent à la différence de plusieurs grandeurs ; e) relais balances dans lesquels s'additionnent ou se retranchent des forces développées par plusieurs éléments de mesure.

On appelle *caractéristique d'un relais* la courbe ou l'expression analytique traduisant la variation de la grandeur de sortie y en fonction de la grandeur d'entrée x . Pour un relais ordinaire non polarisé qui ne réagit qu'à la variation de la grandeur d'entrée x , cette caractéristique a l'allure représentée sur la fig. 16-26, a. Le relais fonctionne (attire sa palette ou comme on le dit s'enclenche) pour une valeur déterminée de la grandeur d'entrée x_{encl} et revient à sa position de repos (relâche sa palette ou comme on le dit se déclenche) pour une valeur de la grandeur d'entrée $x_{décl}$ inférieure à x_{encl} . Dans le cas d'un relais polarisé (fig. 16-26, b), l'inversion du signe de la

grandeur d'entrée provoque le changement du signe de la grandeur de sortie.

L'une des caractéristiques principales des relais est le rapport appelé *pourcentage de retour* :

$$K_{\text{ret}} = x_{\text{dél}}/x_{\text{encl}}. \quad (16-1)$$

La valeur de K_{ret} varie pour divers relais dans les limites de 0,4 à 0,95.

Une deuxième caractéristique principale de chaque relais est le *temps de réponse* à l'attraction ou l'enclenchement t_{encl} qui représente l'intervalle de temps s'écoulant entre l'instant d'apparition

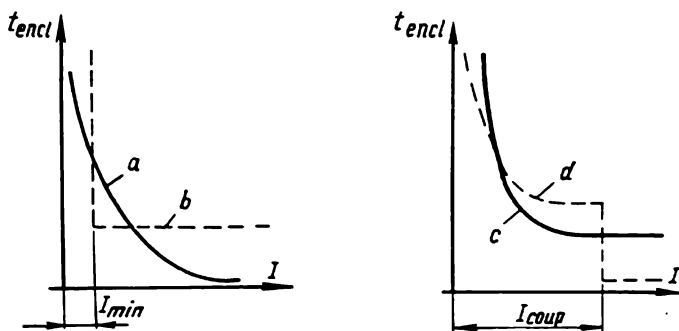


Fig. 16-27. Courbes de temps de réponse d'un relais de courant

de l'impulsion agissant sur l'élément de mesure et l'instant de fermeture des contacts du relais. Suivant le temps de réponse on distingue : les relais à action rapide ou instantanée (jusqu'à 0,05 s), les relais ordinaires (jusqu'à 0,15 s), les relais à action lente ou différés (jusqu'à 1 s) et les relais à retard (supérieur à 1 s). La dépendance du temps de réponse d'un relais vis-à-vis de la grandeur qui provoque son fonctionnement peut être différente. Dans un relais à retard dépendant, le temps de réponse est d'autant plus petit que le courant (la tension, etc.) alimentant son enroulement est plus élevé (courbe *a* de la fig. 16-27) ; dans un relais à retard indépendant il est constant (courbe *b* de la fig. 16-27) pour toutes les valeurs du courant supérieures à une certaine valeur minimale I_{min} . La courbe *c* de la même figure correspond à un relais à retard limité et la courbe *d* à un relais à retard limité avec coupure (les courants supérieurs au courant dit de coupure I_{coup} provoquent pratiquement une action instantanée des relais). Pour obtenir un relais à retard, on augmente la constante de temps du circuit de l'enroulement du relais. On utilise en même temps divers procédés de freinage de l'armature du relais.

Dans ce qui suit nous décrivons à titre d'exemple la constitution de certains relais. La fig. 16-28 représente schématiquement un relais électromagnétique à maximum de courant à action instantanée

du type ЭТ-523. Au repos, le pont mobile ferme les contacts fixes 5 et 7. Lorsque le relais est traversé par un courant dont l'intensité est

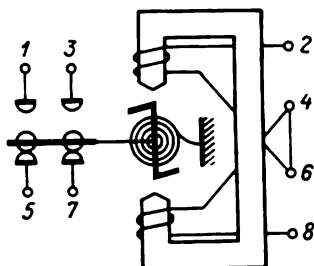


Fig. 16-28. Relais électromagnétique à maximum d'intensité du type ЭТ-523

supérieure à celle d'enclenchement, l'armature en Z tourne, si bien que les contacts 5-7 s'ouvrent et les contacts 1-3 se ferment. La valeur du courant d'enclenchement est réglée en agissant sur la tension du

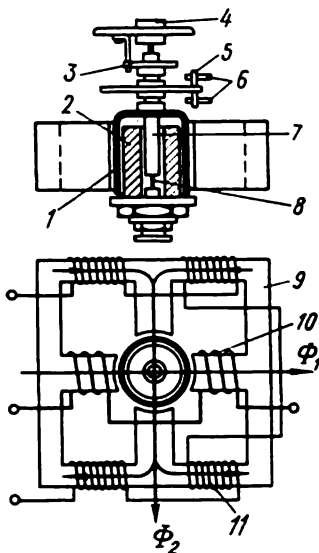


Fig. 16-29. Relais de puissance à action rapide du type ИМБ-171/1 :

1, rotor du relais; 2, noyau d'acier cylindrique; 3, ressort; 4, roulements; 5, pont de contact; 6, contacts fixes; 7, axe; 8, pivots; 9, circuit magnétique; 10, bobines de courant; 11, bobines de tension

ressort antagoniste. Un relais à maximum de courant peut être facilement transformé en un relais de tension par changement des bobines.

La fig. 16-29 montre la constitution d'un relais de puissance ИМБ-171/1 ou ИМБ-178/1 du type à induction à action instantanée. L'interaction des flux magnétiques décalés dans l'espace et dans le temps produit un champ magnétique tournant qui entraîne le cylindre du rotor. Le couple moteur ainsi développé est proportionnel

à la puissance consommée par le récepteur. Lorsque cette puissance atteint une certaine valeur, le couple moteur devient supérieur au couple antagoniste du ressort 3 si bien que le rotor 1 tourne et le pont de contact ferme les contacts 6 fixes.

16-10. Relais de commande automatique

Ces relais sont destinés à assurer la commande automatique des moteurs électriques d'entraînement et d'autres équipements électriques industriels. Ils constituent des relais primaires et peuvent

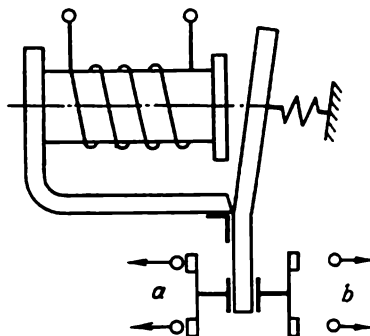


Fig. 16-30. Relais à armature basculante

également être utilisés pour la protection des installations. Les relais de commande peuvent venir au travail aussi bien par l'attraction que par le relâchement de leur armature. Dans le dernier cas, le temps de réponse est déterminé à partir de l'instant de coupure de la tension alimentant la bobine d'attraction jusqu'à l'instant de la première mise en contact des contacts à fermeture ou jusqu'à l'instant d'apparition de la tension entre les contacts à ouverture. Le temps de réponse des relais de commande à action instantanée ne dépasse pas 0,5 s. Dans les relais à retard, le temps de réponse est généralement supérieur à 0,1 s. D'après le mode de retour de l'équipage mobile à sa position de repos on distingue les relais à retour automatique, les relais à retour manuel et les relais à retour électromagnétique sous l'effet d'un électro-aimant.

La plupart des relais de commande sont du type électromagnétique : l'équipage mobile (l'armature) est attiré vers le noyau portant la bobine ou tourne dans un champ magnétique. La fig. 16-30 montre schématiquement la constitution d'un relais à armature basculante. L'attraction de l'armature provoque l'ouverture des contacts *a* et la fermeture des contacts *b*. La fig. 16-31 représente un relais du type à noyau plongeur. Lorsque son armature est attirée par le champ de la bobine à l'intérieur d'une douille faite en un matériau non magnétique, elle provoque le fonctionnement des contacts du relais. La fig. 16-32 schématise la constitution d'un relais électromagnétique

polarisé à armature tournante dont l'enroulement est alimenté sous une tension continue. La rotation de l'armature dans un sens ou dans l'autre, qui provoque la fermeture soit du contact de droite soit du

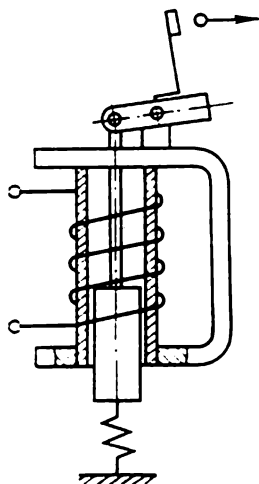


Fig. 16-31. Relais à noyau plongeant

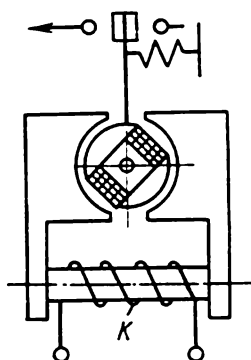


Fig. 16-32. Relais à armature pivotante

contact de gauche, est déterminée par le sens du courant dans le circuit à protéger, qui traverse la bobine K du relais. Dans les relais magnéto-électriques à haute sensibilité, l'armature est constituée par un aimant permanent (sans enroulement).

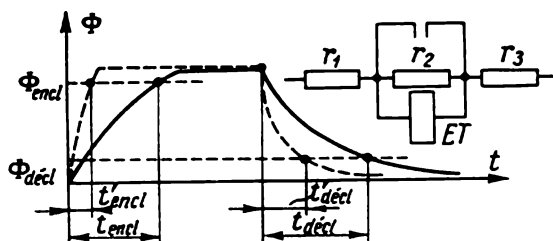


Fig. 16-33. Obtention d'un retard au fonctionnement par freinage magnétique

Le retard au fonctionnement de tout relais électromagnétique peut être obtenu par un freinage magnétique. En plus de l'enroulement de travail, un tel relais retardé possède encore un enroulement en court-circuit ou une bague fermée sur elle-même. Lorsque la bobine de travail est mise sous ou hors tension, l'établissement ou la disparition du flux (représenté en trait continu sur la fig. 16-33) est retardé grâce au courant induit dans l'enroulement r_3 en court-circuit.

Les retards à l'enclenchement t_{encl} et au déclenchement $t_{\text{décl}}$ ainsi obtenus peuvent avoir des valeurs considérables. En l'absence d'en-

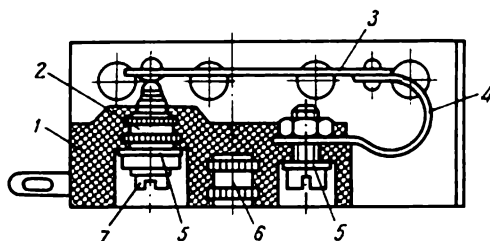


Fig. 16-34. Relais thermique à bilame :

1, socle en matière plastique; 2, manchon de guidage de la vis de réglage; 3, lamelle de contact; 4, bilame; 5, languettes de contact; 6, boîte de fixation du relais; 7, vis de réglage avec contact

roulement en court-circuit, les variations du flux (représentées en pointillé) se produisent plus rapidement de sorte que les intervalles

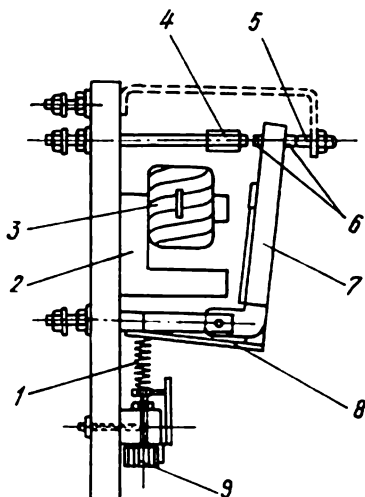


Fig. 16-35. Constitution d'un relais du type PЭ-190 :

1, ressort; 2, culasse; 3, bobine d'attraction; 4, et 5, contacts fixes; 6, contact mobile; 7, armature; 8, levier de l'armature; 9, vis de réglage

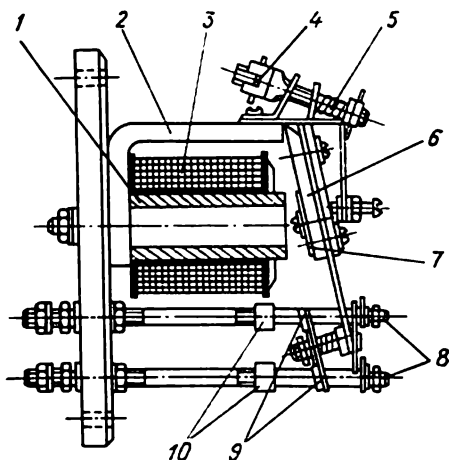


Fig. 16-36. Constitution d'un relais temporisé du type PЭ-180 :

1, bague de freinage magnétique; 2, culasse; 3, bobine; 4, écrou de réglage; 5, ressort; 6, armature; 7, garniture non magnétique; 8, contacts fixes; 9, contacts mobiles; 10, contacts fixes

de temps t_{encl} et $t_{\text{décl}}$ seront considérablement plus faibles. Dans certains cas, le retard à la retombée de l'armature est obtenu par la mise en court-circuit de la bobine de travail (schéma à droite et en haut sur la fig. 16-33).

Ci-après nous décrivons à titre d'exemple certains relais utilisés dans les systèmes de commande automatique. Pour la protection des installations électriques contre les surcharges on utilise des relais thermiques à bilame (fig. 16-34). Lorsque la température s'élève au-dessus d'une valeur donnée, le bilame se courbe; les contacts principaux s'ouvrent alors que les contacts insérés dans le circuit de commande et de signalisation se ferment.

Dans les schémas de commande automatique des moteurs asynchrones à rotor bobiné on utilise des relais qui fonctionnent lorsque le courant atteint une valeur supérieure à la valeur de consigne. Un tel relais comporte trois circuits magnétiques indépendants intercalés dans les trois phases différentes du système triphasé. L'un de tel circuit magnétique est représenté sur la fig. 16-35. Les armatures des circuits magnétiques sont solidaires entre elles. C'est pourquoi, l'effort électromagnétique résultant qui agit sur l'équipage mobile du relais n'est jamais nul. Cela permet de réduire les vibrations de l'armature et le ronflement du système magnétique du relais. Lorsque le courant devient supérieur au courant d'enclenchement, l'armature est attirée, le contact mobile 6 quitte le contact fixe 5 et se ferme avec le contact 4.

Dans les schémas de commande automatique des moteurs électriques à courant continu, si l'on veut avoir un retard au fonctionnement dans les limites de 1 à 5 s, on emploie des relais temporisés du type P9-180 (fig. 16-36). Lorsque le relais est excité, son armature est attirée. Le retard nécessaire au déclenchement est obtenu au moyen d'un freinage magnétique.

16-11. Convertisseurs, capteurs, transducteurs

Dans la technique des mesures on utilise largement des éléments connus sous les noms de convertisseurs, capteurs (traducteurs) et transducteurs. Il en existe des types divers. Un convertisseur est destiné à faire correspondre à la grandeur caractérisant l'évolution d'un processus à régler une grandeur facile à amplifier et à transmettre à distance (télétransmission). L'une des caractéristiques fondamentales des convertisseurs est leur caractéristique statique qui représente la variation de la grandeur de sortie y en fonction de la grandeur d'entrée x :

$$y = f(x) \quad (16-2)$$

La sensibilité S d'un convertisseur est déterminée par la pente de sa courbe caractéristique statique:

$$S = \Delta y / \Delta x. \quad (16-3)$$

Le comportement d'un convertisseur en cas des variations rapides de la grandeur d'entrée est déterminé par sa *caractéristique dynamique* qui peut être représentée sous des formes différentes. On considère souvent une courbe de processus transitoire qui traduit la

variation de la grandeur de sortie y en fonction du temps en cas d'une application brusque d'une grandeur d'entrée $x = a$:

$$y = f(t) \quad (16-4)$$

pour le cas $x = 0$ lorsque $t < 0$, et $x = a$ lorsque $t \geq 0$.

Les conditions d'utilisation des convertisseurs déterminent leurs qualités indispensables, à savoir : une variation univoque et, autant que possible linéaire, de la grandeur de sortie en fonction de la grandeur d'entrée, une haute sensibilité, une haute stabilité des caractéristiques d'emploi dans le temps, une caractéristique dynamique déterminée, une haute capacité de surcharge, une bonne protection contre l'action perturbatrice des agents extérieurs.

A l'heure actuelle, la classification des convertisseurs ne s'est pas encore établie et n'est pas communément admise. La classification la plus générale qui englobe la plus grande majorité des convertisseurs est une classification (fig. 16-37) faite suivant le principe utilisé pour la transformation d'une grandeur non électrique d'entrée en une grandeur électrique de sortie. C'est ainsi que le principe de fonctionnement des convertisseurs paramétriques repose sur la variation des paramètres électriques (résistance, inductance, capacité, etc.), alors que les convertisseurs énergétiques empruntent leur énergie de transformation à l'objet à mesurer. On convient de ranger dans cette dernière catégorie les convertisseurs radio-actifs et les convertisseurs basés sur l'effet Hall. Les convertisseurs indirects sont plus complexes que les convertisseurs directs et peuvent se répartir en plusieurs classes. Dans les convertisseurs indirects, la grandeur d'entrée est transformée en une variation de son, de lumière ou de chaleur et ensuite en une grandeur électrique de sortie. Dans les convertisseurs bolométriques, la variation de chaleur a pour effet une variation de résistance électrique à la sortie et dans les convertisseurs calorimétriques, la variation de chaleur a pour effet une modification d'une grandeur électrique quelconque autre que la résistance.

Considérons quelques types de convertisseurs directs. La fig. 16-38 montre la constitution d'un convertisseur piézo-électrique des efforts mécaniques. Lorsqu'un effort F est appliqué au poinçon 4, une charge électrique, proportionnelle à cet effort apparaît sur la surface des plaquettes 1 de quartz :

$$q = kF. \quad (16-5)$$

Les électrodes de cet élément piézo-électrique sont constituées par la feuille 3 d'aluminium, interposée entre les lames de quartz, et le corps (le poinçon). Les convertisseurs piézo-électriques se caractérisent par une haute sensibilité et trouvent des applications pour la mesure des processus rapidement variables.

Dans les convertisseurs magnéto-électriques comportant une bobine mobile placée entre les pôles d'un aimant permanent (fig. 16-39, a), une F.E.M. proportionnelle à la vitesse de déplace-

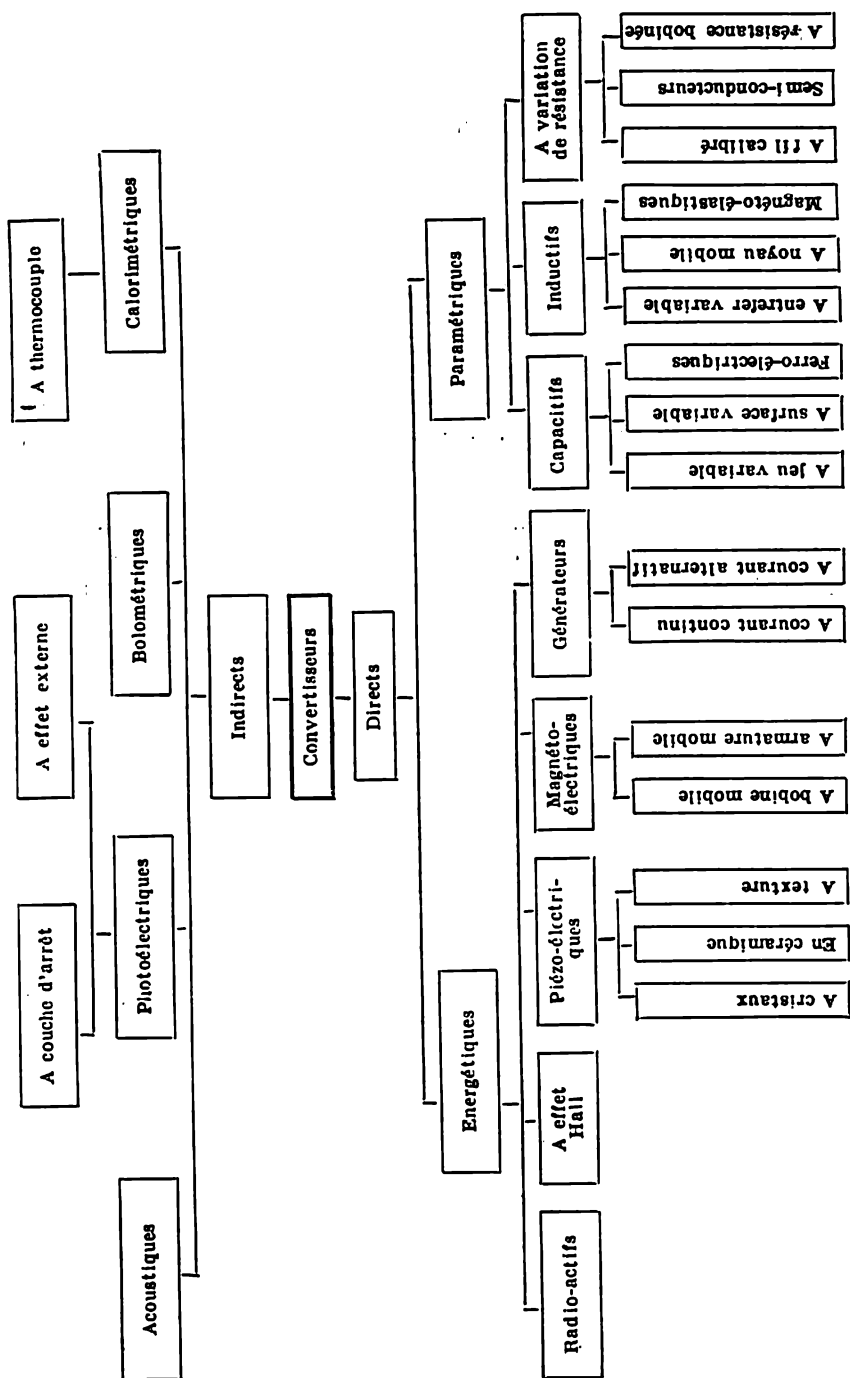


Fig. 16-37. Classification des convertisseurs

ment v de la bobine apparaît aux bornes de celle-ci :

$$e = Blv, \quad (16-6)$$

où B est l'induction du champ magnétique développé par l'aimant permanent, l la longueur active du fil de bobine.

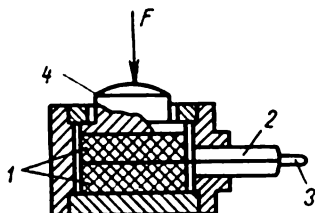


Fig. 16-38. Capteur piézo-électrique: 1, quartz; 2, isolateur; 3, connexion de sortie; 4, poinçon

Dans les convertisseurs magnéto-électriques à armature mobile (fig. 16-39, *b* et *c*), cette dernière se déplace entre les pôles des aimants permanents en effectuant des oscillations linéaires ou angulaires.

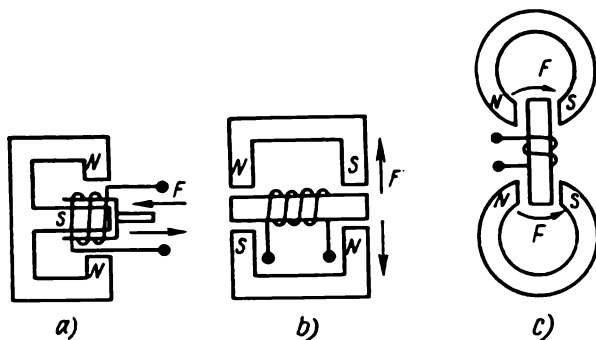


Fig. 16-39. Capteurs magnéto-électriques: *a*, à bobine mobile; *b* et *c*, à noyau mobile

Il en résulte une variation du flux qui traverse la section de l'armature si bien que dans l'enroulement comportant w spires est induite une F.E.M. proportionnelle à la vitesse de variation du flux :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} w. \quad (16-7)$$

La fig. 16-40 donne une idée du principe de fonctionnement des convertisseurs capacitifs. Lorsque la position de l'armature mobile est modifiée, l'interstice d ou la surface s des armatures d'un condensateur plat ou cylindrique subit une variation. La capacité des condensateurs varie en conséquence.

Le principe de fonctionnement des convertisseurs inductifs est illustré par la fig. 16-41. Le déplacement du noyau mobile (fig. 16-41, a) a pour résultat une variation des intervalles δ_1 , δ_2 et

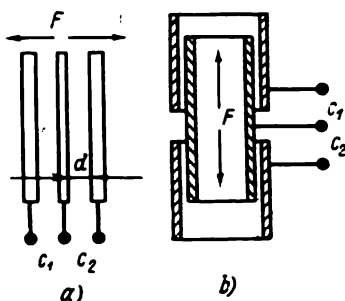


Fig. 16-40. Capteurs capacitifs: a, à distance variable entre les armatures; b, à surface variable

des inductances L_1 et L_2 des bobines montées dans le circuit en pont. Dans le convertisseur schématisé par la fig. 16-41, b, la bobine 1 est alimentée en courant alternatif et produit donc un flux variable.

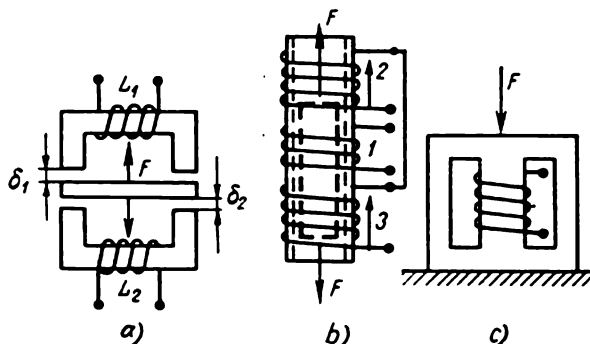


Fig. 16-41. Capteurs inductifs: a, à entrefer variable; b, à noyau mobile; c magnéto-élastique

Lorsque le noyau de la bobine s'écarte de sa position médiane, une tension apparaît à la sortie du circuit parce que les F.E.M. des bobines 2 et 3, qui sont en opposition, ne seront pas égales l'une à l'autre.

Dans les convertisseurs magnéto-élastiques (fig. 16-41, c), on utilise la variation de perméabilité magnétique des alliages fer-nickel (par exemple du permalloy) en cas de déformation du noyau. Il en résulte une variation de sa réluctance et, donc, du coefficient de self-induction de la bobine.

Dans les convertisseurs à variation de résistance ohmique comportant des rondelles de carbone 4 (fig. 16-42, a), ces dernières, étant

placées à l'intérieur d'un cylindre isolant 3, sont comprimées entre les électrodes 2 appliquées au boîtier 1 et au poinçon 5. La variation de la pression P a pour résultat de modifier la résistance de la pile de carbone. La fig. 16-42, *b* représente une thermistance réalisée sous forme d'une perle constituée par un mélange de bioxyde de titane

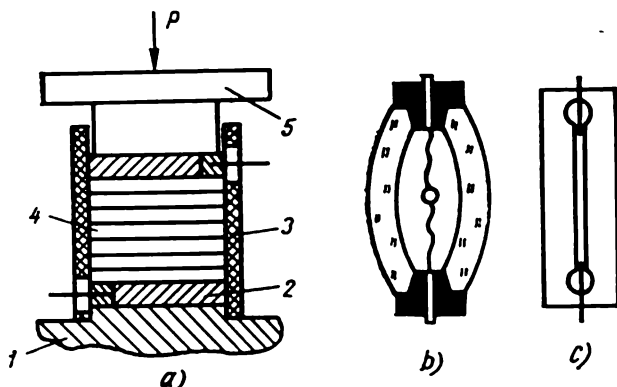


Fig. 16-42. Capteurs semi-conducteurs à variation de résistance: *a*, à pile de carbone; *b*, à thermistance; *c*, extensométrique

et d'oxydes de magnésium, de cobalt et de vanadium, enfermée dans une enceinte de protection. La résistance ohmique de la thermistance varie lorsque sa température augmente. La fig. 16-42, *c* représente un convertisseur extensométrique semi-conducteur. Un fil résistant

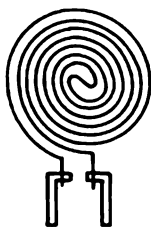


Fig. 16-43. Sonde bismuthique

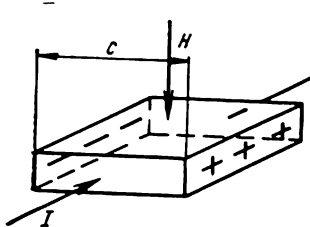


Fig. 16-44. Cellule de Hall

fait en mélange de graphite et de gomme-laque (colophane) ou en mélange de suie et de bakélite, thermiquement traité, est collé soit à même, soit par l'intermédiaire d'un support, généralement en papier, sur l'objet à contrôler. La déformation de l'objet à contrôler provoque une variation de la longueur, de la section ou de la structure du matériau de fil, ce qui se traduit par une modification de sa résistance ohmique.

La fig. 16-43 représente une spirale connue sous le nom de sonde bismuthique dont la résistance ohmique croît avec l'augmentation de l'intensité de champ magnétique H . Lorsque les champs magné-

tiques sont suffisamment intenses, la résistance r varie linéairement en fonction de H .

Dans le convertisseur basé sur l'effet Hall (fig. 16-44) l'action d'un champ magnétique sur une plaquette en indium antimonieux parcourue par un courant fait naître entre ses faces latérales une différence de potentiel dite « tension de Hall », proportionnelle à l'intensité de champ :

$$u = R\delta cH, \quad (16-8)$$

où R est une constante caractéristique de la substance conductrice, dite constante de Hall, δ la densité de courant dans la plaquette, c la largeur de la plaquette.

16-12. Sélecteurs pas à pas et compteurs d'impulsions

Dans les systèmes de commande automatique, certaines opérations sont souvent exécutées seulement après la réception d'un nombre déterminé d'impulsions. Dans de tels cas, on utilise des sélecteurs pas à pas et des relais compteurs d'impulsions. Les sélecteurs pas

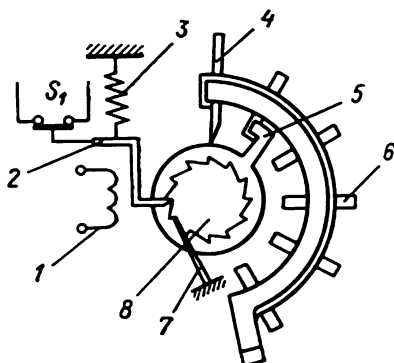


Fig. 16-45. Constitution d'un sélecteur pas à pas

à pas sont très répandus dans les centraux téléphoniques automatiques permettant de réaliser des communications automatiques entre les abonnés grâce à l'envoi d'une combinaison donnée d'impulsions de courant. Les relais compteurs d'impulsions trouvent de très nombreuses applications dans les installations industrielles pour le contrôle des processus de fabrication (le comptage du nombre de pièces, etc.).

La fig. 16-45 montre la constitution d'un sélecteur pas à pas rotatif. Lorsqu'une impulsion de courant de courte durée est injectée dans l'enroulement 1 de l'électro-aimant, celui-ci attire son armature de sorte que le cliquet 2 passe sur la dent suivante de la roue 8 à rochet. Après la fin de l'impulsion de courant, la roue tourne d'une dent sous l'effet du ressort 3. Les balais 5 solidaires de la roue à rochet

se déplacent d'un contact fixe 6 sur un autre. Le courant est amené aux balais tournants à l'aide des prises 4 qui glissent sur la bague

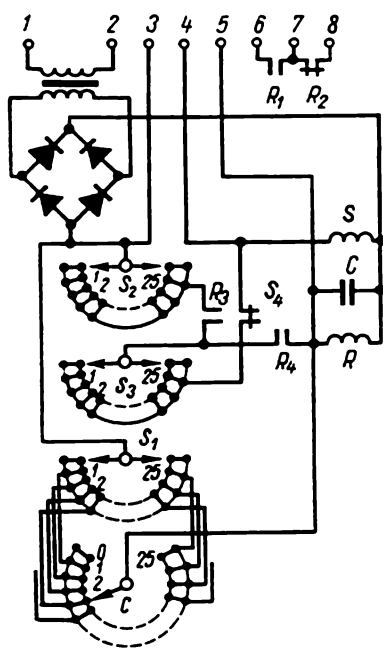


Fig. 16-46. Schéma électrique d'un relais compteur d'impulsions du type PCN-1

l'instant où les balais prennent la même position que celle occupée par le balai du commutateur de consignes C qui est positionné au préalable sur un nombre d'impulsions déterminé. Dans ces conditions, l'enroulement R du relais exécutif est alimenté depuis le redresseur à travers les balais S_1 et le commutateur C alors que ses contacts R_1 et R_2 commutent les circuits à commander.

près de l'embase des balais. Les sélecteurs peuvent comporter jusqu'à 15 contacts et même plus. Pour empêcher la rotation des balais en sens inverse, on prévoit la butée 7. Le déplacement de l'armature provoque l'ouverture ou la fermeture du contact auxiliaire S_1 (ou de plusieurs contacts auxiliaires). L'équipage mobile du sélecteur pas à pas peut effectuer un mouvement de translation si le cliquet agit sur une crémaillère.

L'un des organes essentiels des relais compteurs d'impulsions (fig. 16-46) est constitué par un sélecteur pas à pas comportant un ou deux électro-aimants de travail. L'injection des impulsions de courant dans l'enroulement S de l'électro-aimant du sélecteur depuis le redresseur est obtenue par la fermeture ou l'ouverture des contacts 3-4. Le rotor du sélecteur compte, l'un après l'autre, les ordres en palpant par ses balais S_1 , S_2 , et S_3 les lamelles du stator jusqu'à

16-13. Ensembles groupés de commande et de contrôle, blocs de commande, démarreurs

La réalisation d'un programme déterminé de commande automatique des moteurs électriques s'effectue par l'intermédiaire de divers équipements de commande et de contrôle, tels que les *ensembles groupés*, les *blocs d'appareils de démarrage et de réglage* et les *démarreurs individuels*. Les opérations les plus simples (démarrage, arrêt, inversion du sens de rotation des moteurs, etc.) sont exécutées au moyen de blocs d'appareils et de démarreurs individuels. La fig. 16-47, *a* montre un *bloc* d'inversion du sens de rotation des moteurs asynchrones, constitué par trois contacteurs bipolaires. La

rotation du moteur dans un sens est obtenue par l'enclenchement des contacteurs CL_1 et CL_2 . L'inversion du sens de rotation est obtenue par l'ouverture du contacteur CL_2 et la fermeture du contacteur

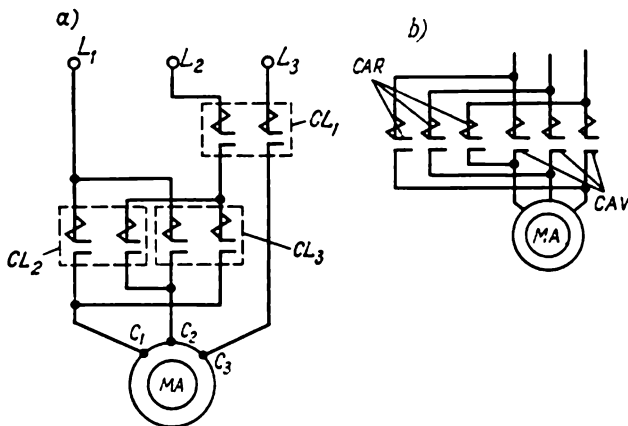


Fig. 16-47. Constitution d'un bloc d'inversion du sens de rotation des moteurs asynchrones

CL_3 . Lorsqu'on utilise un bloc comportant deux contacteurs tripolaires (fig. 16-47, b), l'inversion du sens de rotation est réalisée par le déclenchement du contacteur en service et par l'enclenchement de

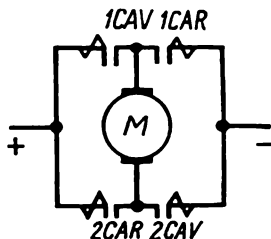


Fig. 16-48. Constitution d'un bloc d'inversion du sens de rotation des moteurs à courant continu

l'autre contacteur. En courant continu, on emploie un bloc comportant quatre contacteurs unipolaires ou deux contacteurs bipolaires (fig. 16-48). La polarité indispensable des balais du collecteur est obtenue par l'enclenchement des contacteurs $1CAB$, $2CAB$ ou $1CAR$, $2CAR$.

Pour la commande à distance des moteurs électriques de petite et moyenne puissance (de 2,5 à 75 kW) on utilise des démarreurs appelés également *contacteurs-disjoncteurs* dont la partie essentielle est constituée par un ou deux contacteurs. La commande est réalisée à l'aide d'un poste à boutons-poussoirs qui est incorporé dans le dé-

marreur ou est réalisé sous forme d'un coffret distinct. La plupart des démarreurs possèdent des relais thermiques incorporés qui assurent la protection des moteurs contre les surcharges. La protection

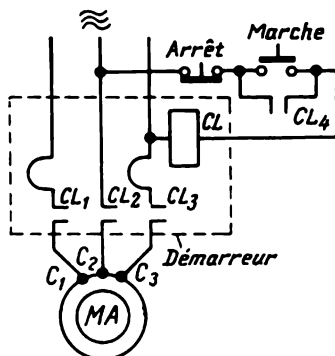


Fig. 16-49. Schéma de commande d'un moteur asynchrone triphasé au moyen d'un démarreur direct

des moteurs contre les courants de court-circuit est réalisée par des coupe-circuit à fusibles prévus dans le circuit principal du démarreur.

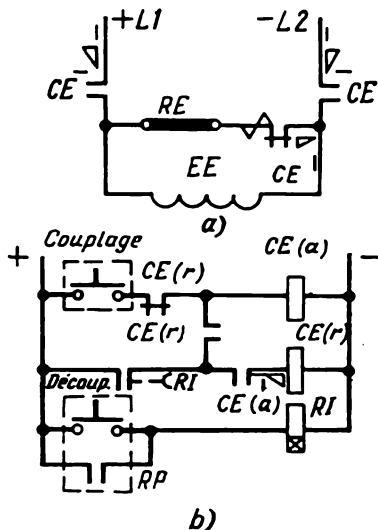


Fig. 16-50. Schéma électrique d'un bloc B-3306: a, circuit de puissance; b, circuit de commande

Chaque démarreur possède un ou plusieurs contacts auxiliaires qui sont utilisés pour l'auto-verrouillage, pour la signalisation (et à d'autres fins). Tous les démarreurs assurent également la protection à manque (ou minimum) de tension des moteurs électriques. Lorsque la tension d'alimentation subit une baisse de 30 % ou plus, de sa valeur nominale, la bobine d'enclenchement n'est plus capable de maintenir l'armature, de sorte que le moteur se trouve débranché du réseau. La fig. 16-49 montre le schéma de commande d'un moteur asynchrone à l'aide d'un démarreur direct. La pression sur le bouton-poussoir « Marche » amène le fonctionnement du contacteur CL si bien que la tension d'alimentation se trouve appliquée aux bornes C_1 , C_2 et C_3 du stator du moteur. Le contact auxiliaire CL_4 , qui se

ferme, shunte le bouton-poussoir « Marche » qui peut donc être relâché. Pour arrêter le moteur, il suffit d'appuyer sur le bouton-poussoir « Arrêt ».

La fig. 16-50 représente le schéma électrique d'un bloc de type B-3306 servant à la commande d'excitation et d'extinction de champ des alternateurs synchrones. Lorsqu'on appuie sur le bouton-poussoir « Couplage », la tension d'alimentation est appliquée à la bobine

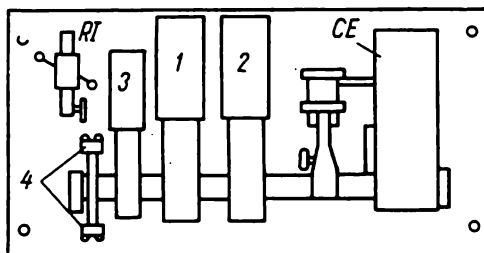


Fig. 16-51. Panneau de commande du bloc E-3306:

1, 2, contacts principaux de ligne du contacteur d'extinction CE; 3, contact principal du contacteur CE dans le circuit de la résistance d'extinction de champ; 4, contacts auxiliaires

d'attraction CE (a) du contacteur d'extinction de champ. L'armature attirée du contacteur ferme ses contacts principaux et la tension est appliquée à l'enroulement d'excitation EE. En même temps,

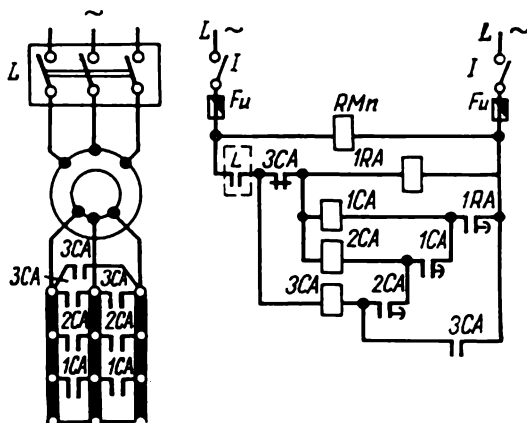


Fig. 16-52. Schéma électrique de l'ensemble de commande II-1803

un contact principal s'ouvre dans le circuit de la résistance d'extinction RE et un contact auxiliaire se ferme dans le circuit de la bobine de déclenchement CE (r). Le contacteur CE est maintenu dans la position enclenchée par un dispositif de verrouillage spécial. L'extinction de champ est obtenu par la pression sur le bouton « Découplage » ou par la fermeture du contact RP du relais de protection. Dans les deux cas, la tension est appliquée à l'enroulement du relais intermédiaire RI qui tire et amène ainsi la tension à l'enroulement de la bobine de déclenchement du contacteur d'extinction CE (r).

Ce dernier met en action le mécanisme déclencheur et le contacteur *CE* revient à sa position de repos, en fermant tout d'abord le contact qui met en circuit la résistance d'extinction *RE* et en ouvrant ensuite les contacts principaux dans le circuit de l'enroulement d'excitation. Le relais intermédiaire *RI* temporisé ouvre son contact placé dans le circuit de la bobine de déclenchement après quoi tous les éléments du montage reviennent à leur position de repos. La disposition des éléments du bloc sur son panneau de commande est montrée à la fig. 16-51.

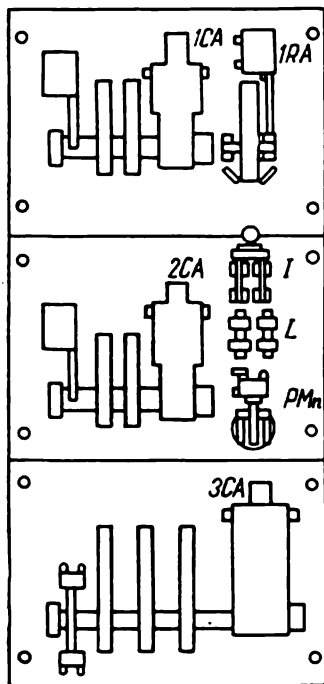


Fig. 16-53. Panneau de l'ensemble II-1803

Les opérations plus complexes que comporte la commande des moteurs d'entraînement sont exécutées à l'aide des équipements de contrôle et de commande complets réalisés sous forme d'*ensembles groupés*. Il existe des équipements qui sont destinés, par exemple, à assurer une commutation automatique de secours des utilisateurs ainsi que la commande des moteurs d'entraînement principaux et des mécanismes auxiliaires des laminoirs, la commande des moteurs d'entraînement des engins de levage dans les mines, la commande des moteurs d'entraînement des treuils de forage, etc. Les ensembles groupés réunissent dans une enceinte unique divers appareils électriques: contacteurs, relais, coupe-circuit, interrupteurs, résistances, commutateurs, etc. Le nombre d'appareils et leurs liaisons mutuelles sont déterminés par le schéma de commande. Tous les appareils sont mon-

tés sur une plaque commune en fibro-ciment ou en textolite mais peuvent également être disposés dans des logements distincts.

La fig. 16-52 montre le schéma du démarrage à trois temps d'un moteur asynchrone de grande puissance à rotor bobiné (ensemble de contrôle II-1803). L'enroulement statorique du moteur est branché sur le réseau à l'aide d'un disjoncteur à huile *L*. Le rotor est mis en rotation jusqu'à une petite vitesse étant donné que son circuit comporte une grande résistance de démarrage. En même temps il se produit la fermeture du contact auxiliaire *L* du disjoncteur à huile si bien que la tension est appliquée à l'enroulement du relais d'accélération *RA* qui ferme son contact en alimentant la bobine *ICA* du premier contacteur d'accélération. Ce dernier shunte la première section de la résistance de démarrage et ferme, avec un retard, son

contact auxiliaire en mettant sous tension l'enroulement du contacteur *2CA*. Le contacteur *2CA* shunte la deuxième section de la résistance de démarrage et met sous tension, par son contact temporisé, l'enroulement du troisième contacteur *3CA* qui shunte la dernière section de la résistance de démarrage. En même temps le contacteur *3CA* assure par son contact auxiliaire à fermeture l'auto-verrouillage et coupe, grâce à l'ouverture d'un autre contact auxiliaire, l'alimentation des bobines des contacteurs *1RA*, *1CA* et *2CA*. Le panneau de commande de l'ensemble II-1803 est montré sur la fig. 16-53.

16-14. Éléments logiques sans contacts

Actuellement, dans les divers automatismes, asservissements, calculateurs, etc., on utilise largement des éléments logiques sans

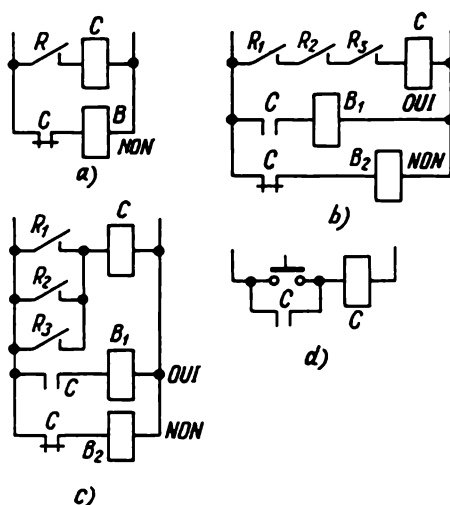


Fig. 16-54. Principales fonctions logiques réalisées par des appareils à relais et à contacteurs

contacts qui peuvent réaliser des fonctions analogues à celles remplies par les appareils à relais et à contacteurs. L'emploi de tels éléments permet de réduire au minimum la durée d'exécution de toutes les opérations et d'augmenter la durée de vie, étant donné que ces éléments ne comportent pas de parties frottantes, qui peuvent s'user, et possèdent une grande inertie. Ces éléments sont utilisés en association avec divers amplificateurs parce que leur puissance propre est petite.

La fig. 16-54 illustre les principales fonctions logiques qui sont réalisées par les appareils à relais et à contacteurs dans les systèmes de commande. L'opération « NON » (schéma de la fig. 16-54, a) correspond à un signal négatif à la sortie (la désexcitation de la

bobine B) pour un signal positif à l'entrée (la fermeture du contact du relais R) et, inversement, à un signal positif à la sortie pour un signal négatif à l'entrée. Le circuit « NON » est aussi appelé inverseur puisqu'un signal de signe donné appliqué à son entrée se transforme à sa sortie en un signal de signe contraire. L'opération « ET » (schéma de la fig. 16-54, b) correspond à l'apparition d'un signal à la sortie lorsqu'un signal est appliqué à toutes les entrées (les contacts des relais R_1 , R_2 , R_3 doivent être fermés simultanément). Dans ce cas, le signal de sortie peut être aussi bien positif (la mise sous

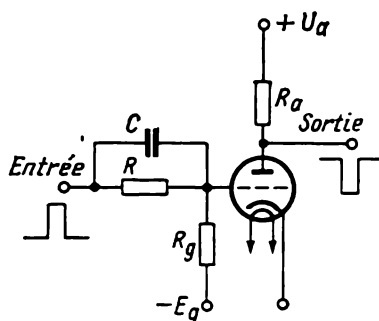


Fig. 16-55. Circuit logique « NON » à tube triode

tension de la bobine B_1) que négatif (la mise hors tension de la bobine B_2). L'opération « OU » (schéma de la fig. 16-54, c) correspond à l'apparition d'un signal de sortie (positif ou négatif), lorsqu'un signal est appliqué à l'une quelconque des entrées. L'opération « mémoire » (schéma de la fig. 16-54, d) correspond à l'établissement d'un circuit d'alimentation indépendante de la bobine du contacteur. Tout se passe comme si ce dernier mettait en mémoire qu'après la pression sur le bouton-poussoir il doit être en position enclenchée.

Les éléments logiques sans contacts qui réalisent des opérations pareilles et des opérations plus complexes peuvent être équipés de tubes électroniques, de diodes semi-conductrices, de transistors, de noyaux en ferrites, de couches magnétiques et d'autres éléments (capacités, ferro-électriques, par exemple). Dans les éléments réalisés avec des tubes électroniques ou avec des transistors, l'exécution d'une opération logique s'accompagne d'une amplification des signaux d'où le nom d'éléments actifs qu'on donne à de tels dispositifs. Dans bien des cas, une amplification peut également être obtenue avec des éléments magnétiques et ferro-électriques. Dans les éléments réalisés avec des diodes, capacités et transformateurs, il se produit un affaiblissement des signaux d'où l'appellation d'éléments passifs. Considérons quelques exemples de réalisation des éléments logiques sans contacts.

La fig. 16-55 montre le schéma d'un circuit « NON » à tube triode. En l'absence de signal à l'entrée le tube est bloqué parce que sa

grille est attaquée par un potentiel négatif ($-E_g$). A la sortie du montage on obtient un potentiel positif élevé (U_a). Lorsqu'un signal positif est injecté à l'entrée, il assure le déblocage du tube de sorte que le potentiel à sa sortie diminue. La fig. 16-56 représente un circuit « ET » à diodes semi-conductrices possédant trois entrées. Un potentiel élevé n'est obtenu à la sortie de ce circuit que dans le cas où toutes les entrées seront attaquées par des signaux positifs de haut niveau (supérieur à $+E$) et les diodes D_1 à D_3 seront bloquées.

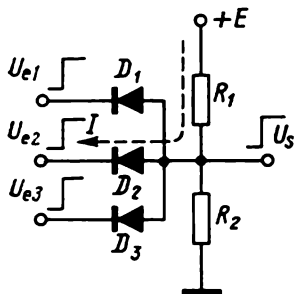


Fig. 16-56. Circuit logique « ET » à diodes semi-conductrices

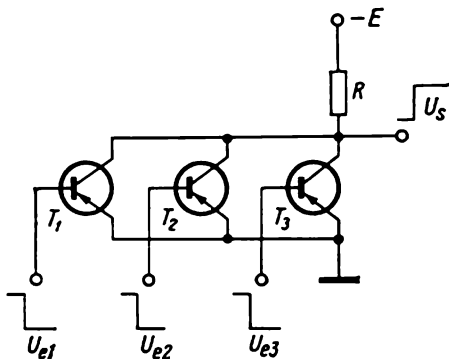


Fig. 16-57. Circuit logique « OU » à transistors

Si l'une au moins des entrées, par exemple, la deuxième, est attaquée par une basse tension, un courant circulera à travers la résistance R_1 et la diode D_2 , comme il est montré en pointillé sur la figure. Ce courant développera une chute de tension dans la résistance R_1 de sorte que la sortie sera portée à un bas potentiel. La fig. 16-57 donne un circuit « OU » à transistors à trois entrées. L'application d'un potentiel négatif sur une entrée quelconque produit le déblocage du transistor correspondant, de sorte que la résistance R commence à être parcourue par un courant et le potentiel délivré à la sortie devient positif.

Le schéma de principe d'une cellule de mémoire à ferrite est représenté sur la fig. 16-53 (la partie de gauche est figurée sans transistor). Le tore en ferrite caractérisé par un cycle d'hystérésis rectangulaire et ayant un diamètre extérieur de 1,4 à 10 mm, porte trois enroulements : un enroulement de commande w_{com} , un enroulement de lecture w_1 et un enroulement de sortie w_3 . Nous allons considérer que le courant dans les enroulements w_{com} et w_1 est positif lorsqu'il circule de l'entrée de l'enroulement (marquée par un point) vers sa sortie. L'induction dans le tore sera considérée comme positive si les lignes de force magnétique y sont dirigées en sens inverse des aiguilles d'une montre. Supposons qu'à l'état initial l'induction rémanente dans le tore est négative ($-B_r$). Lorsqu'une impulsion de courant positif i_{com} traverse l'enroulement, elle fait basculer le tore de $-B_r$ à

$+B_r$, (le tore « mémorise » le passage de l'impulsion $+i_{com}$). Pour identifier l'impulsion mémorisée par le tore, il suffit d'injecter une impulsion $+i_l$ dans l'enroulement de lecture. Cette impulsion provoquera le basculement de l'état magnétique du noyau qui passera de $+B_r$ à $-B_r$, si bien qu'une impulsion de F.E.M. sera induite dans l'enroulement de sortie, l'entrée de l'enroulement étant porté à un potentiel négatif. Si l'enroulement de commande w_{com} a été traversée par une impulsion négative $-i_{com}$, l'induction magné-

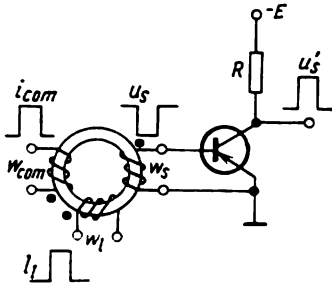


Fig. 16-58. Circuit de mémoire à tore en ferrite

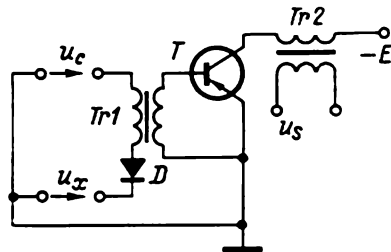


Fig. 16-59. Schéma d'un organe de comparaison

que dans le noyau avant la lecture sera égale à $-B_r$. L'application ultérieure de l'impulsion de lecture ne changera pas l'état du tore et aucune impulsion de F.E.M. ne sera délivrée à la sortie. En reliant les bornes de l'enroulement de sortie w_s aux bornes d'entrée d'un étage à transistor, comme il est montré en pointillé sur la fig. 16-58, on obtient une cellule ferrite-transistor. Lorsque l'impulsion de lecture est appliquée, la tension u_s assure le déblocage du transistor qui délivre à sa sortie une tension positive amplifiée u_s' si l'enroulement w_{com} a été traversée au préalable par une impulsion de commande positive $+i_{com}$. En combinant les divers éléments de différentes façons, on peut obtenir des éléments logiques à diode-transistor, à ferrite-diode et autres.

Dans les appareils de mesure électriques numériques on utilise largement des organes de comparaison appelés détecteurs de zéro, ou différentiels, et réalisant une opération « plus ou moins ». Dans ces organes, la tension à mesurer u_x est comparée avec une tension de compensation u_c (fig. 16-59) de valeur connue, qui varie linéairement dans le temps. Tant que $u_c < u_x$, la diode D est bloquée et la F.E.M. à la sortie du différentiel est nulle. A l'instant où u_c devient supérieure à u_x , la diode D devient conductrice, si bien qu'une impulsion induite au secondaire du transformateur $Tr1$ assure le déblocage du transistor T . Le différentiel fournit à sa sortie une impulsion amplifiée u_c qui est envoyée dans le dispositif de lecture.

Les exemples qui viennent d'être examinés montrent que les éléments logiques peuvent fonctionner aussi bien en tensions continues qu'en impulsions.

16-15. Représentation graphique des installations

Les machines et les appareils électriques ainsi que les autres dispositifs utilisés dans les systèmes de commande automatique possèdent certains composants communs qui ont une grande importance pour l'opération que doit exécuter la machine ou l'appareil donné. Cela permet de n'utiliser pour schémas et dessins qu'un nombre relativement peu élevé de symboles graphiques et littéraux.

Les symboles littéraux les plus employés en U.R.S.S. pour divers appareils électriques sont les suivants :

Contacteurs

Л: contacteur de ligne (CL)
В: contacteur « Avant » (CAV)
Н: contacteur « Arrière » (CAR)
Т: contacteur de freinage (CF)
У: contacteur d'accélération (CA)
П: contacteur de freinage à contre-courant (CCC)
Б: contacteur de blocage (CB)
1В, 2В: premier contacteur « Avant » (1CAV) et deuxième contacteur « Avant » (2CAV)
1Н, 2Н: premier contacteur « Arrière » (1CAR) et deuxième contacteur « Arrière » (2CAR)

Relais

РМ: relais à maximum (RMx)
РН: relais à manque (RMn)
РУ: relais d'accélération (RA)
РУП: relais de commande de champ (RCh)
РВ: relais de temporisation (RT)
РГ: relais de glissement (RG)
РПВ: relais de freinage à contre-courant « Avant » (RCCAV)
1П, 2П: premier et deuxième relais intermédiaires (1RI et 2 RI).

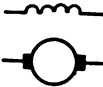
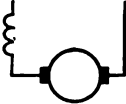
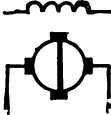
Appareils de commande auxiliaires

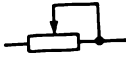
ПВ: interrupteur (contacteur, rupteur) de position (IP)
КВ: interrupteur (contacteur, rupteur) de fin de course (IFC)
КК: combinateur auxiliaire (CAx)
КУ: bouton-poussoir de commande (BP)

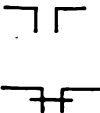
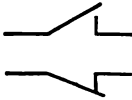
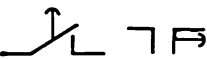
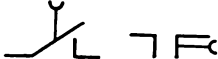
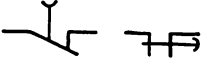
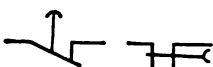
Les symboles servant à la représentation graphique des composants, appareils et machines électriques les plus répandus sont donnés dans le tableau 16-1, les tensions dans tous les circuits étant coupées et les appareils ne subissant aucune action mécanique extérieure. C'est dans cette position « normale » que les composants, appareils et machines doivent être représentés sur les schémas des systèmes de commande automatique.

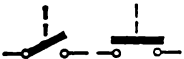
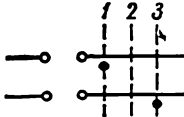
Tableau 16-1

Symboles graphiques

Composant, appareil, machine	Symbole d'après les Normes soviétique
Machine asynchrone triphasée à cage d'écureuil	
Machine asynchrone triphasée à rotor bobiné dont les enroulements sont montés en étoile	
Machine synchrone triphasée à pôles lisses et à enroulements statoriques montés en triangle	
Machine à courant continu à excitation indépendante	
Machine à courant continu à excitation en série	
Amplificateur tournant à flux transversal et à un enroulement de commande	
Selsyn-transmetteur et selsyn-récepteur: mono-phasés à contact, avec un enroulement d'excitation sur le stator et un enroulement de synchronisation sur le rotor monté en étoile	

Composant, appareil, machine	Symbole d'après les Normes soviétiques
Machine asynchrone diphasée à cage d'écureuil	
Transformateur monophasé à noyau de fer	
Diode à cristal semi-conducteur	
Transistor du type <i>p-n-p</i>	
Amplificateur magnétique avec deux enroulements de travail et un enroulement commun de commande	
Résistance à prises	
Résistance réglable sans interruption du circuit	
Condensateur fixe	
Inductance à noyau de fer	

Composant, appareil, machine	Symbole d'après les Normes soviétiques
Enroulement d'un contacteur, d'un démarreur direct ou d'un relais	
Enroulement de tension d'un relais	
Contact d'un contacteur, d'un démarreur ou d'un combinateur : à fermeture à ouverture	
Contacts d'un relais : à fermeture (contact de travail) à ouverture (contact de repos)	
Contact de travail d'un relais ou d'un contacteur retardé à la fermeture	
Contact de travail d'un relais ou d'un contacteur retardé à l'ouverture	
Contact de repos d'un relais ou d'un contacteur retardé à la fermeture	
Contact de repos d'un relais ou d'un contacteur retardé à l'ouverture	

Composant, appareil, machine	Symbole d'après les Normes soviétiques
Coupe-circuit à fusible à action retardée	
Bouton-poussoir à fermeture à retour automatique	
Contacteur de position ou de fin de course	
Combinateur auxiliaire, commutateur de commande à trois positions et deux directions	
Disjoncteur	

MACHINES ÉLECTRIQUES SPÉCIALES

17-1. Moteurs diphasés à phase de commande

Dans les systèmes de commande automatique et dans les servo-mécanismes à courant alternatif on emploie souvent des moteurs asynchrones diphasés à phase de commande dont la vitesse de rotation varie en fonction de la valeur ou de la phase d'une tension alternative de commande.

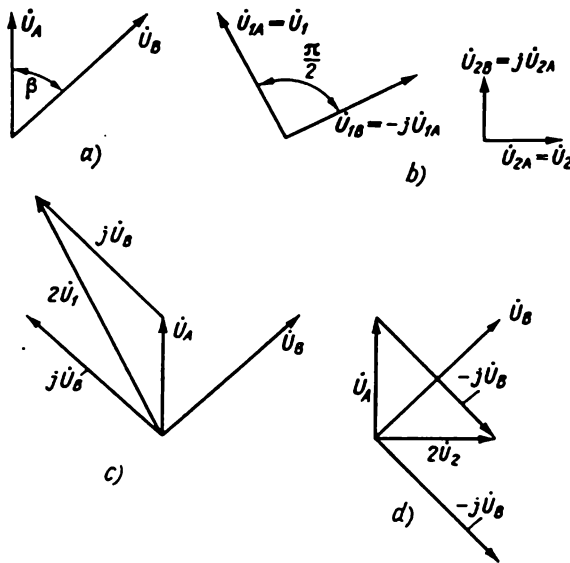


Fig. 17-1. Décomposition d'un système diphasé asymétrique de tensions en deux systèmes symétriques: a, système asymétrique donné; b, systèmes d'ordres direct et inverse de succession des phases; c, détermination d'un système symétrique direct; d, détermination d'un système symétrique inverse

Dans le cas d'un moteur asynchrone comportant deux enroulements identiques disposés sous un angle électrique de 90° l'un par rapport à l'autre et alimentés par des tensions $\dot{U}_A$ et $\dot{U}_B$ égales en grandeur, mais en quadrature, il se produit un champ magnétique tournant circulaire. Ce champ tourne dans le sens d'alternance des

courants dans les phases du stator et l'amplitude de l'induction magnétique du champ tournant est égale à l'amplitude de l'induction du champ pulsatoire dû à une seule phase. Ce champ tournant engendre un couple moteur qui entraîne le rotor en rotation dans le sens de rotation du champ.

Si le système de tensions U_A et U_B n'est pas symétrique (fig. 17-1, a), c'est-à-dire si $\beta \neq \pi/2$ et $U_A \neq U_B$, il peut être formellement remplacé par deux systèmes symétriques : un *système symétrique direct* de tensions comprenant les tensions symétriques U_{1A} et U_{1B} qui présentent le même ordre de succession des phases que celui du système initial U_A et U_B , et un *système symétrique inverse* de tensions U_{2A} et U_{2B} comportant un ordre inverse de succession des phases (fig. 17-1, b).

Les tensions symétriques U_{1A} et U_{1B} , U_{2A} et U_{2B} peuvent être déterminées lorsque les tensions U_A et U_B sont données.

En notation symbolique, les tensions $\dot{U}_{1B}$ et $\dot{U}_{2B}$ ont pour expression :

$$\dot{U}_{1B} = -j\dot{U}_{1A} = -j\dot{U}_1 \text{ et } \dot{U}_{2B} = j\dot{U}_{2A} = j\dot{U}_2.$$

Pour simplifier l'écriture, nous supposons que $\dot{U}_{1A} = \dot{U}_1$ et $\dot{U}_{2A} = \dot{U}_2$. Pour le cas de deux phases nous avons les équations :

$$\begin{aligned}\dot{U}_A &= \dot{U}_{1A} + \dot{U}_{2A} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2; \\ \dot{U}_B &= \dot{U}_{1B} + \dot{U}_{2B} = -j\dot{U}_1 + j\dot{U}_2.\end{aligned}$$

En résolvant ces équations par rapport à $\dot{U}_1$ et $\dot{U}_2$, nous obtenons :

$$\dot{U}_{1A} = \dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_A + j\dot{U}_B}{2}; \quad (17-1)$$

$$\dot{U}_{2A} = \dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_A - j\dot{U}_B}{2}.$$

Comme il en résulte de ces expressions, pour déterminer graphiquement la tension $\dot{U}_1$, par exemple, il convient de tourner le vecteur de la tension $\dot{U}_B$ d'un angle de $\pi/2$ dans le sens de rotation des vecteurs, de composer les deux vecteurs $\dot{U}_A$ et $j\dot{U}_B$ et de diviser la somme géométrique par deux (fig. 17-1, c). Les expressions (17-1) permettent de déterminer également la tension $\dot{U}_2$ (fig. 17-1, d).

Si le système de tensions $\dot{U}_A$ et $\dot{U}_B$ est symétrique, on a $\dot{U}_B = -j\dot{U}_A$ et le système de tensions inverses est absent, il n'existe que le système symétrique direct. A ce dernier correspond le champ circulaire qui tourne dans le sens de succession des courants dans les phases. Ce champ produit un couple moteur qui s'exerce dans le sens de rotation du rotor. Au système symétrique inverse de tensions

correspond un champ circulaire inverse qui tourne en sens contraire, à la même vitesse $n_0 = 60f/p$ que le champ direct. Le champ inverse engendre un couple moteur qui s'exerce contre la rotation du rotor et assure donc son freinage. Si l'asymétrie des tensions augmente, l'action antagoniste sera plus prononcée et, pour une résistance considérable du rotor, la vitesse de rotation s'abaisse pour un couple résistant donné. Si l'une des tensions est nulle, le rotor sera immobile alors que l'inversion de phase de l'une des tensions provoque une inversion du sens de rotation.

La commande de ce moteur peut être réalisée tant par *action sur l'amplitude* que par *action sur la phase*. En cas de commande par

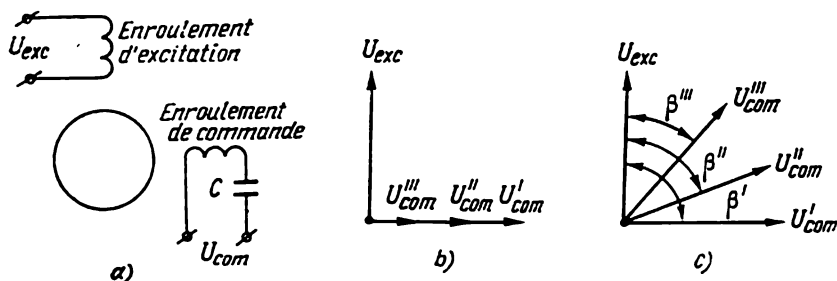


Fig. 17-2. Commande d'un moteur diphasé: a, schéma du moteur; b, diagramme vectoriel pour le cas de commande par action sur l'amplitude; c, diagramme vectoriel pour le cas de commande par action sur la phase

action sur l'amplitude, la tension d'excitation U_{exc} (qu'on appelle aussi tension de référence) d'une phase reste constante alors que la tension de commande U_{com} alimentant l'autre phase est réglée. L'angle de décalage entre les tensions demeure égal à $\pi/2$ (fig. 17-2, b). Lors de la commande par action sur la phase, la tension de commande reste constante en grandeur et, en cas des enroulements identiques, elle est généralement égale à la tension d'excitation, la régulation étant obtenue par variation de l'angle β (fig. 17-2, c).

Si la tension appliquée aux bornes du circuit d'excitation et la tension de commande sont en phase, alors, en cas de commande par action sur l'amplitude, pour obtenir entre ces tensions un angle de déphasage voisin de $\pi/2$, on introduit d'ordinaire une capacité dans le circuit d'excitation ou dans celui de commande (fig. 17-2, a). Lorsque les enroulements statoriques du moteur sont identiques, la tension de commande ne dépasse généralement pas la tension d'excitation. On utilise également une commande combinée par action simultanée sur l'amplitude et sur la phase, en faisant varier la grandeur et le déphasage β de la tension de commande.

L'enroulement de référence et l'enroulement de commande comportent souvent des nombres de spires différents. Les flux magnétiques pulsatoires agissant le long des axes des deux enroulements ne

seront dans ce cas égaux l'un à l'autre qu'à condition que

$$k = \frac{U_{\text{exc}}}{U_{\text{com}}} = \frac{k_{\text{exc}} w_{\text{exc}}}{k_{\text{com}} w_{\text{com}}}, \quad (17-2)$$

où U_{exc} et U_{com} sont les valeurs efficaces des tensions d'excitation et de commande; k_{exc} , w_{exc} , k_{com} , w_{com} les facteurs de bobinage et les nombres de spires de l'enroulement d'excitation et de l'enroulement de commande.

Cherchons une expression approchée pour le couple du moteur en cas de commande par action sur l'amplitude pour $U_{\text{exc}} = \text{const.}$ Appelons coefficient réel de signal α_e le rapport de la tension de commande U_{com} , ramenée à l'enroulement d'excitation, à la tension d'excitation

$$\alpha_e = k \frac{U_{\text{com}}}{U_{\text{exc}}}$$

ou encore

$$U_{\text{com}} = \frac{\alpha_e}{k} U_{\text{exc}}, \text{ où } k = k_{\text{exc}} w_{\text{exc}} / k_{\text{com}} w_{\text{com}}. \quad (17-3)$$

En vertu des expressions (17-1) et (17-3) les tensions agissant dans l'ordre direct et dans l'ordre inverse de succession des phases, ramenées à l'enroulement d'excitation, ont pour valeurs:

$$U_1 = \frac{1 + \alpha_e}{2} U_{\text{exc}};$$

$$U_2 = \frac{1 - \alpha_e}{2} U_{\text{exc}}.$$

Le glissement du champ direct s'exprime par

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0},$$

où n_0 est la vitesse synchrone de rotation du champ, n la vitesse de rotation du rotor.

Le champ inverse tourne dans le sens opposé à celui de la rotation du rotor et son glissement a pour expression

$$s_2 = \frac{n_0 + n}{n_0} = 2 - s.$$

Lorsque la résistance ohmique du rotor est grande, les couples moteurs sont proportionnels aux carrés des tensions symétriques du stator et au glissement (voir chap. 12). Déterminons avec ces simplifications le couple développé par le moteur comme étant égal à la différence des couples moteurs produits par le champ direct et par le champ inverse:

$$\begin{aligned} M &= M_1 - M_2 = c' (U_1^2 s - U_2^2 s_2) = \\ &= c' U_{\text{exc}}^2 \left[\left(\frac{1 + \alpha_e}{2} \right)^2 s - \left(\frac{1 - \alpha_e}{2} \right)^2 (2 - s) \right] = \\ &= \frac{c'}{2} U_{\text{exc}}^2 [s(1 + \alpha_e^2) - (1 - \alpha_e)^2]. \end{aligned}$$

En définitive, nous obtenons

$$M = cU_{\text{exc}}^2 [s(1 + \alpha_e^2) - (1 - \alpha_e)^2]. \quad (17-4)$$

Comme il résulte de cette expression, les caractéristiques mécaniques $n = f(M)$ du moteur sont, pour les différentes valeurs de α_e , des lignes droites (fig. 17-3, a).

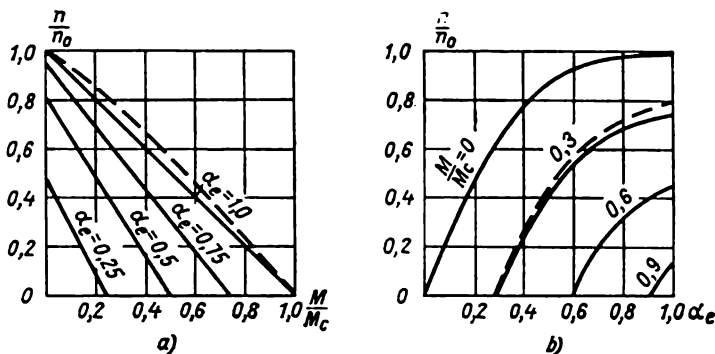


Fig. 17-3. Caractéristiques mécaniques (a) et caractéristiques de réglage (b) d'un moteur diphasé

En partant de l'expression (17-4), on peut également construire des caractéristiques de réglage $n = f(\alpha_e)$ pour différents couples résistants (fig. 17-3, b). Les valeurs du couple moteur correspondant aux caractéristiques sont ramenées à la valeur du couple moteur M_c pour le rotor à l'arrêt ($s = 1$) et le champ circulaire ($\alpha_e = 1$). Les caractéristiques des moteurs réels diffèrent de celles du moteur parfait, comme il est indiqué en pointillé pour l'une des caractéristiques.

Les caractéristiques représentées sur cette figure montrent que la vitesse d'un moteur diphasé est relativement facile à régler bien que les pertes de puissance dans le moteur sont grandes et le facteur de puissance est médiocre. Les moteurs diphasés destinés à être utilisés dans les systèmes de commande automatique sont généralement construits pour de petites puissances allant de quelques watts jusqu'à plusieurs dizaines de watts. L'emploi de moteurs d'une plus grande puissance n'est pas économiquement justifiable.

Les stators des moteurs diphasés sont d'ordinaire constitués par un empilage de tôles magnétiques isolées. Dans les encoches demi-ouvertes du stator est logé l'enroulement statorique qui est généralement réalisé en fil de section ronde isolé à l'émail. Le moteur peut comporter deux enroulements statoriques séparés ou un seul enroulement statorique avec des prises pour l'enroulement d'excitation et l'enroulement de commande, placés sous un angle de 90° (fig. 17-4).

Les moteurs diphasés possèdent un rotor de forte résistance ou un rotor plein en acier. On utilise également des moteurs de petite

puissance comportant des rotors réalisés sous forme d'un cylindre creux en métal léger qui tourne entre le stator et un noyau magnétique fixes.

Les moteurs asynchrones diphasés sont généralement utilisés en qualité d'organes d'exécution dans les systèmes de commande automatique. La tension d'excitation étant constante, la tension de commande varie en fonction de l'écart que la grandeur à régler présente par rapport à la valeur de consigne, c'est-à-dire en fonction de la

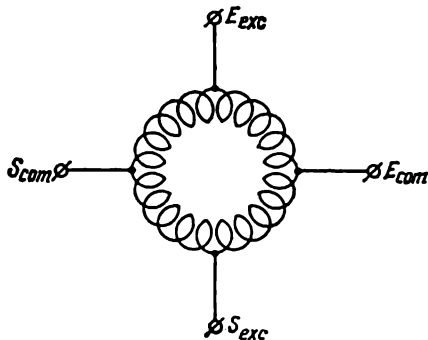


Fig. 17-4. Enroulement statorique fermé d'un moteur diphasé

tension d'erreur. En cas d'un écart ou d'un désaccord, le moteur exécutif assure le déplacement du mécanisme dans le sens de diminution de l'écart ou du désaccord. Lorsque le désaccord ou l'écart change de signe, la phase de la tension de commande s'inverse elle aussi de sorte que le moteur commence à tourner en sens opposé.

17-2. Selsyns

Ces machines qu'on désigne aussi sous le nom de synchro-machines sont largement utilisées dans les systèmes de transmission à distance de l'angle de rotation d'un appareil ou d'un organe, dans le domaine des servomécanismes ainsi que dans les ensembles de calcul électromécanique.

Le selsyn est une machine de petite puissance réalisée comme une machine asynchrone. Dans la réalisation la plus courante le selsyn possède un rotor monophasé à pôles saillants, avec bagues de prise de courant et un stator triphasé. L'enroulement monophasé du rotor est alimenté depuis le réseau à courant alternatif par l'intermédiaire des bagues de prise de courant. Les circuits magnétiques du stator et du rotor sont constitués par des empilages de tôles magnétiques isolées.

Les selsyns sont également construits avec un stator à pôles saillants à enroulement monophasé et un rotor comportant un enroulement triphasé réparti. On utilise aussi des selsyns sans contacts qui seront examinés à la fin du présent paragraphe.

En règle générale, les selsyns sont destinés au fonctionnement en rotation continue, ce qui a lieu en régime de poursuite continue des systèmes d'asservissement. Toutefois ils peuvent fonctionner lors des rotations périodiques dans les limites d'un certain angle.

Proposons-nous d'obtenir l'expression pour les F.E.M. induites dans l'enroulement statorique lorsque l'enroulement monophasé du rotor est alimenté par une source de courant alternatif (fig. 17-5). Dans le stator, il se produit un flux magnétique alternatif pulsatoire

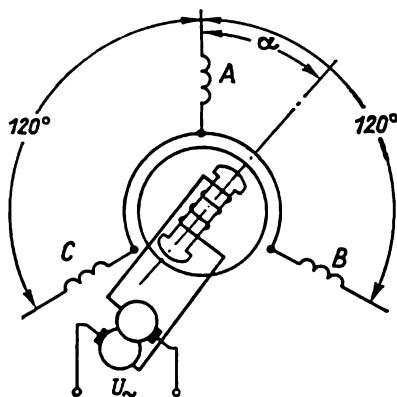


Fig. 17-5. Schéma d'un selsyn à rotor monophasé

d'amplitude constante. Ce flux induit dans les enroulements triphasés du stator des F.E.M. de la même fréquence qui sont en phase l'une avec l'autre mais en retard de $\pi/2$ par rapport au flux alternatif.

Si les axes de l'enroulement rotorique et de l'un des enroulements du stator se trouvent en coïncidence pour une certaine position angulaire du rotor, l'enroulement statorique donné est le siège de la F.E.M. alternative maximale; si les axes des enroulements font un angle α , et la distribution du flux magnétique dans l'entrefer obéit à une loi sinusoïdale, alors la valeur maximale et la valeur efficace des F.E.M. induites seront proportionnelles à $\cos \alpha$.

Quant à la valeur instantanée de la F.E.M. induite, par exemple, dans l'enroulement A en cas de variation sinusoïdale du flux magnétique elle aura pour expression :

$$e_A = E_m \cos \alpha \sin \omega t,$$

où $E_m \cos \alpha$ est la valeur maximale de la F.E.M. et ω la pulsation du flux alternatif.

Etant donné que les bobinages du stator sont décalés dans l'espace de 120° électriques l'un par rapport à l'autre, on peut écrire les expressions pour les valeurs efficaces des F.E.M. dans les enroule-

ments du stator se trouvant en phase :

$$E_A = E \cos \alpha; E_B = E \cos (\alpha - 120^\circ);$$

$$E_C = E \cos (\alpha - 240^\circ),$$
(17-5)

où E est la valeur efficace de la F.E.M. induite dans une phase de l'enroulement statorique lorsque les axes des enroulements statorique et rotorique sont en coïncidence ($\alpha = 0$).

En vertu de l'expression (17-5), la F.E.M. de l'enroulement A , par exemple, varie suivant une loi cosinusoidale. Dans les limites

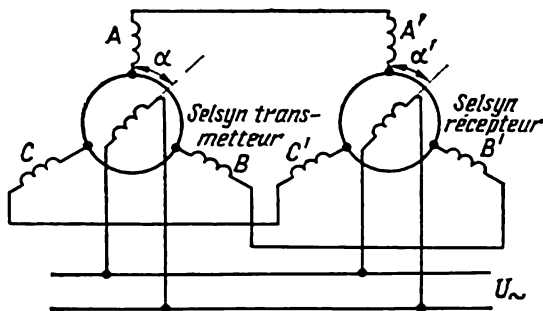


Fig. 17-6. Schéma de la transmission à distance des angles à l'aide de selsyns

de l'angle $90^\circ < \alpha < 270^\circ$, la F.E.M. $E_A < 0$. Ceci correspond à l'inversion de phase de la F.E.M. par rapport à la phase pour $\alpha < 90^\circ$ et $\alpha > 270^\circ$.

En régime d'indication à distance lorsqu'on veut transmettre à distance l'angle de rotation d'un appareil de mesure, on utilise un selsyn transmetteur (appelé aussi synchro-transmetteur), qui impose l'angle de rotation α , et un selsyn récepteur (synchro-récepteur), dont le rotor tourne d'un angle α' approximativement égal à l'angle de rotation du rotor transmetteur (fig. 17-6). La position angulaire du rotor transmetteur peut être transmise à plusieurs selsyns récepteurs. Dans ces conditions, les tensions rotoriques sont les mêmes, comme il en résulte de la fig. 17-6, et les rapports de transformation rotor-stator doivent également être les mêmes pour les deux selsyns, ce qui assure l'égalité des F.E.M. dans les phases du stator pour la position d'accord des rotors. Si le rotor du selsyn récepteur occupe une position faisant un angle α' par rapport à la position de départ, et le rotor du selsyn transmetteur fait un angle α par rapport à la position de départ dans laquelle l'axe de la phase A était en coïncidence avec l'axe de l'enroulement rotorique, les F.E.M. des enroulements statoriques du transmetteur et du récepteur ne se compensent pas mutuellement de sorte que les enroulements statoriques sont parcourus par des courants dont la valeur est déter-

minée par la différence des F.E.M. correspondant à l'écart angulaire $\theta = \alpha - \alpha'$.

Les rotors transmetteur et récepteur sont soumis à des couples moteurs dus à l'interaction entre les champs magnétiques et les courants circulant dans les conducteurs des enroulements rotoriques. Le couple moteur qui s'exerce sur le rotor du selsyn transmetteur se trouve compensé par le couple résistant de l'appareil qui impose sa position angulaire alors que le couple moteur appliqué au rotor du selsyn récepteur cherche à le faire tourner d'un angle égal à l'angle de rotation du rotor transmetteur. Lorsque l'angle $\theta = \alpha - \alpha'$ devient nul, les F.E.M. des enroulements statoriques se compensent mutuellement. La F.E.M. agissant dans les circuits des enroulements statoriques reliés entre eux est égale à la différence des F.E.M. induites dans les enroulements. C'est ainsi que pour les enroulements A et A' , par exemple, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\Delta E_A &= E'_A - E_A = E \cos \alpha' - E \cos \alpha = \\ &= -2E \sin \frac{\alpha + \alpha'}{2} \sin \frac{\alpha' - \alpha}{2} = 2E \sin \left(\alpha - \frac{\theta}{2} \right) \sin \frac{\theta}{2}.\end{aligned}$$

De même, pour les phases B et C on obtient :

$$\Delta E_B = 2E \sin \left(\alpha - \frac{\theta}{2} - 120^\circ \right) \sin \frac{\theta}{2};$$

$$\Delta E_C = 2E \sin \left(\alpha - \frac{\theta}{2} - 240^\circ \right) \sin \frac{\theta}{2}.$$

Cela signifie que les F.E.M. et les courants sont proportionnels à $\sin \frac{\theta}{2}$ et que les courants sont en retard d'un angle φ par rapport aux F.E.M., alors que la F.M.M. du stator est décalée d'un angle $\frac{\theta}{2}$ sur le rotor.

Le couple moteur M des selsyns est proportionnel au produit du flux magnétique Φ émanant des pôles du rotor qui reste inchangé si la tension du réseau d'alimentation est constante, par les courants statoriques proportionnels à $\sin \frac{\theta}{2}$ et par le cosinus de l'angle de décalage angulaire dans l'espace $\cos \frac{\theta}{2}$ entre les F.M.M. dues aux courants statoriques et le flux magnétique du rotor (voir chap. 12) :

$$M = c\Phi \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = M_{\max} \sin \theta, \quad (17-6)$$

où $M_{\max} = c\Phi/2$ est le couple moteur maximal pour $\theta = 90^\circ$ et la valeur donnée de l'angle de décalage φ .

Cette expression du couple moteur est obtenue pour une machine à pôles lisses. Si l'on tient compte de la réaction magnétique due à l'emploi des pôles saillants, la courbe traduisant la fonction $M = f(\theta)$ s'écarte de la sinusoïde (fig. 17-7). Sous l'effet du couple

moteur, le rotor du selsyn récepteur prend une position angulaire bien déterminée. Une certaine erreur dans le positionnement s'explique par l'action du couple résistant du selsyn récepteur et par une diminution que le couple M subit lorsque l'écart angulaire θ entre les deux rotors diminue.

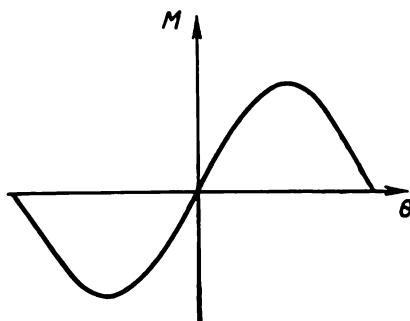


Fig. 17-7. Variation du couple moteur d'un selsyn à pôles saillants en fonction de l'écart angulaire

La classe de précision des selsyns est déterminée par leur erreur angulaire en l'absence de couple résistant. Pour les selsyns de première classe de précision, cette erreur ne doit pas dépasser $\pm 0,25^\circ$.

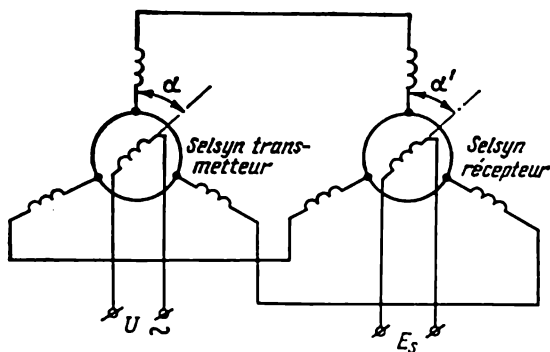


Fig. 17-8. Montage en transformateur des selsyns

Les selsyns peuvent également être employés pour la transformation en tension électrique d'un écart angulaire. Un tel montage s'appelle *montage en transformateur* des selsyns (fig. 17-8). Dans ce système, l'angle de rotation est aussi imposé par un selsyn transmetteur. Le rotor du selsyn récepteur (qu'on appelle aussi dans ce cas synchro-comparateur) est d'ordinaire lié par l'intermédiaire d'un démultiplicateur à l'arbre d'un mécanisme extérieur d'utilisation auquel on impose l'angle de rotation. La F.E.M. E_s obtenue à la sortie de l'enroulement rotorique monophasé du selsyn récepteur

sert à commander le moteur d'entraînement du mécanisme d'utilisation.

La F.M.M. due à l'enroulement statorique du transmetteur est opposée, de même que la F.M.M. de l'enroulement secondaire d'un transformateur, à la F.M.M. de l'enroulement monophasé. C'est pourquoi la position de l'onde de F.M.M. du stator est déterminée par la position du rotor. Les enroulements statoriques du selsyn transmetteur et du selsyn récepteur étant parcourus par les mêmes courants, l'onde de F.M.M. de l'enroulement triphasé du stator récepteur prendra dans l'espace la même position que celle de la F.M.M. du selsyn transmetteur. En négligeant la réaction du courant rotorique en cas d'une faible charge, on peut conclure que la distribution du flux magnétique suivant la circonférence du stator du récepteur sera la même que la distribution de la F.M.M. Si l'angle $\alpha - \alpha' = \theta = 0$, la F.E.M. induite dans l'enroulement monophasé du récepteur aura la valeur maximale.

Pour une induction magnétique à répartition sinusoïdale suivant la circonférence dans l'entrefer du stator du selsyn, la F.E.M. induite dans l'enroulement monophasé variera selon une loi sinusoïdale en fonction de l'angle θ :

$$E_s = E \cos \theta, \quad (17-7)$$

où E est la F.E.M. de sortie pour $\theta = 0$.

Si les angles sont comptés depuis un axe perpendiculaire à la position initiale de l'axe du rotor du transmetteur ($\alpha = 0$, c'est-à-dire $\theta' = 90^\circ + \alpha - \alpha' = 90^\circ + \theta$), on a $\theta = \theta' - 90^\circ$ et alors

$$E_s = E \sin \theta'. \quad (17-7)$$

La F.E.M. obtenue à la sortie de l'enroulement monophasé du selsyn récepteur est donc déterminée par l'écart angulaire entre le rotor du selsyn transmetteur et l'arbre du mécanisme d'utilisation. Lorsque cette F.E.M. est appliquée à l'entrée d'un système de commande, celui-ci assure automatiquement l'élimination de cet écart angulaire.

En branchant l'enroulement triphasé du selsyn sur une tension alternative triphasée, nous obtenons un régulateur de phase. L'amplitude et la valeur efficace de la F.E.M. induite dans l'enroulement monophasé seront pratiquement constantes, alors que sa phase sera déterminée par la rotation du rotor d'un angle électrique α :

$$e_2 = E_m \sin (\omega t + \alpha).$$

Dans les systèmes de commande automatique on emploie des selsyns différentiels (synchro-récepteurs différentiels). Ces appareils comportent un stator et un rotor triphasés et sont destinés à une variation intermédiaire de l'angle à transmettre.

L'industrie soviétique construit les selsyns de divers types. C'est ainsi par exemple que les selsyns des types CC et ДИ sont générale-

ment prévus pour une tension alternative de 60 ou 110 V et leur puissance est comprise entre 7 et 20 W.

Pour éliminer le couple moteur qui agit sur le transmetteur, les selsyns transmetteurs peuvent être doublés et placés dans un même boîtier.

D'après les dispositions constructives, les selsyns sont analogues aux moteurs asynchrones de petite puissance. La fig. 17-9 montre le stator d'un selsyn à pôles saillants, le rotor à encoches inclinées et le flasque avec les sorties des enroulements statorique et rotorique.

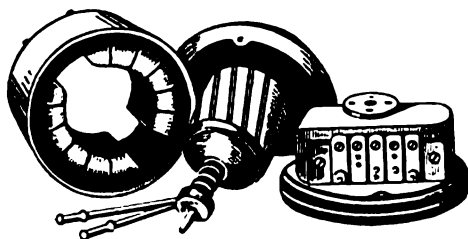


Fig. 17-9. Selsyn comportant un stator à pôles saillants et un rotor à bagues

Pour éliminer le frottement des balais sur les bagues collectrices et rendre plus sûr le fonctionnement des selsyns, les ingénieurs soviétiques A. Iosifian et D. Svetcharnik ont proposé une construction des selsyns sans contacts. Dans cette construction, les encoches du stator renferment un enroulement triphasé et un enroulement monophasé, coaxial à celui-ci, qui est alimenté par un courant alternatif. L'orientation du champ magnétique est déterminée par le rotor qui présente une conductivité magnétique asymétrique.

17-3. Transformateurs rotatifs

Les transformateurs rotatifs (qu'on désigne aussi sous le nom de synchro-trigonmètres) servent de même que les selsyns, à obtenir des tensions alternatives de sortie proportionnelles aux fonctions harmoniques de l'angle de rotation du rotor ainsi qu'à construire les vecteurs d'après leurs composants.

La réalisation constructive des transformateurs rotatifs est analogue à celle des machines asynchrones à rotor bobiné de petite puissance. Le stator et le rotor sont constitués par des empilages de tôles magnétiques isolées l'une de l'autre. Dans les encoches du stator et du rotor sont logés deux enroulements de phase identiques disposés sous un angle électrique de 90° l'un par rapport à l'autre. Les extrémités des enroulements du rotor sont reliées aux bagues collectrices. Dans le cas d'un enroulement rotorique diphasé, le nombre de bagues est égal à trois : l'une des bagues est reliée au point commun de deux enroulements. Dans le cas où d'après les conditions de fonctionnement, l'angle de rotation du rotor est inférieur à 360° , les

sorties de l'enroulement rotorique sont réalisées sous forme de conducteurs souples à faible rigidité en vue de réduire le couple résistant qui se manifeste lors de la rotation.

Déterminons la F.E.M. de l'enroulement rotorique lorsque l'enroulement du stator est alimenté sous une tension alternative U_s

et le rotor, ainsi que le stator, ne comporte qu'un seul enroulement (fig. 17-10). L'angle de rotation α de rotor sera compté à partir d'un axe perpendiculaire à l'axe de l'enroulement statorique.

La F.E.M. E_r induite dans l'enroulement rotorique par le flux magnétique alternatif, distribué suivant une loi sinusoïdale le long de la circonférence dans l'entrefer uniforme du stator est déterminée par une expression analogue à (17-7) :

$$E_r = k U_s \sin \alpha, \quad (17-8)$$

où $k = w_r/w_s$ est le rapport de transformation entre l'enroulement statorique et l'enroulement rotorique, w_r et w_s sont les nombres de spires du rotor et du stator réparties uniformément le long de la circonférence du stator, U_s est la tension alimentant l'enroulement statorique.

Cette expression détermine d'une façon assez précise la F.E.M. du rotor en l'absence de charge, lorsqu'on peut négliger la chute de tension dans l'enroulement statorique.

Cette expression détermine d'une façon assez précise la F.E.M. du rotor en l'absence de charge, lorsqu'on peut négliger la chute de tension dans l'enroulement statorique.

Si une charge z_{ch} est mise en circuit, l'enroulement rotorique est parcouru par un courant alternatif I_r qui produit une F.M.M. pulsatoire F_r dirigée suivant l'axe de l'enroulement du rotor. Cette F.M.M. peut être décomposée en deux composantes : une composante agissant suivant l'axe longitudinal (F_l) et une composante agissant suivant l'axe transversale (F_t). La F.M.M. pulsatoire F_l de l'axe longitudinal est compensée par la F.M.M. de l'enroulement statorique de même que dans un transformateur la F.M.M. de l'enroulement secondaire est annulée par la F.M.M. de l'enroulement primaire. La F.M.M. F_t de l'axe transversal reste non compensée et produit donc un flux magnétique pulsatoire Φ_t orienté le long de l'axe transversal. Ce flux alternatif est suffisamment élevé de sorte qu'il induit dans l'enroulement du rotor une F.E.M. considérable dont la valeur dépend de l'angle α . Cette F.E.M. est proportionnelle à $\cos^2 \alpha$ puisque $F_t = F_r \cos \alpha$, alors que la F.M.M. agissant suivant l'axe de l'enroulement rotorique est égale à $F_t \cos \alpha = c I_r \cos^2 \alpha$. Lorsque le transformateur fonctionne en charge, cette F.E.M. provoque un écart considérable de la variation de la tension de sortie en fonction

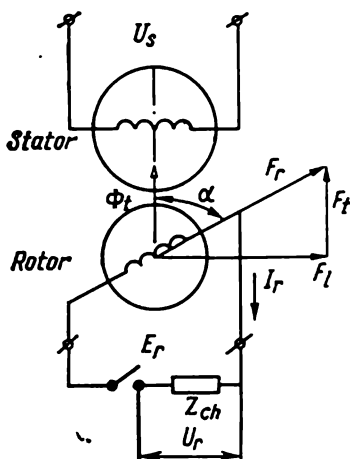


Fig. 17-10. Schéma d'un transformateur rotatif le plus simple

de l'angle de rotation par rapport à la loi sinusoïdale de sorte que le transformateur rotatif devient alors impropre pour la reproduction des fonctions sinusoïdales. Remarquons que les F.E.M. induites dans les enroulements par les flux de fuite le long de l'axe longitudinal sont peu élevées, de même que les flux eux-mêmes.

Pour que la tension de sortie varie en fonction de l'angle de rotation suivant une loi sinusoïdale avec assez de précision, il est nécessaire de compenser la F.M.M. transversale F_t . Cette compensation est obtenue en introduisant un enroulement complémentaire

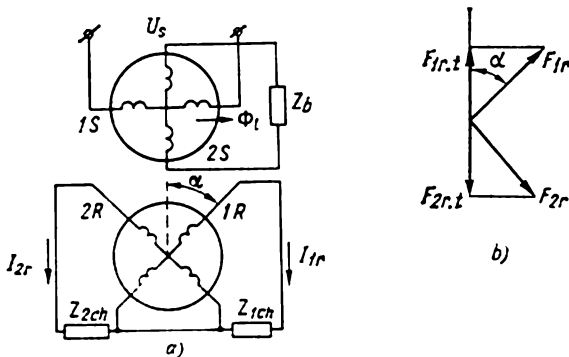


Fig. 17-11. Schéma d'un transformateur rotatif à deux enroulements statoriques et deux enroulements rotoriques

suivant l'axe transversal ou en produisant une F.M.M. supplémentaire capable d'annuler la F.M.M. transversale de l'enroulement rotorique de travail. A cet effet, le stator et le rotor sont généralement réalisés avec deux enroulements disposés sous un angle électrique de 90° l'un par rapport à l'autre (fig. 17-11, a).

L'enroulement complémentaire du stator $2S$ est réalisé d'une façon analogue à l'enroulement de travail $1S$ alimenté sous une tension U_s . Si l'enroulement $2S$ est mis en court-circuit, il sera le siège d'un courant alternatif induit. La F.M.M. due à ce courant annulera presque complètement la F.M.M. F_t de l'axe transversal de l'enroulement rotorique. Dans ce cas, le flux Φ_t de l'axe transversal sera pratiquement nul si l'on néglige les flux de fuite de petite valeur. Parfois, en vue d'améliorer la compensation, on insère dans le circuit de l'enroulement une résistance ballast z_b de faible valeur.

Les F.M.M. de l'axe transversal de deux enroulements identiques du rotor $1R$ et $2R$ se compensent mutuellement aussi dans le cas où des résistances d'utilisation identiques $z_{1ch} = z_{2ch}$ sont montées dans les circuits des enroulements (fig. 17-11, a).

La F.M.M. F_{1r} due à l'enroulement $1R$ est proportionnelle au courant I_{1r} dans l'enroulement et, lorsque la résistance de charge z_{1ch} et la tension du réseau U_s sont constantes, cette F.M.M. est proportionnelle aussi à la F.E.M. F_{1r} qui était donnée par l'expres-

sion (17-8), on a donc :

$$F_{1r} = cU_s \sin \alpha.$$

La F.M.M. développée par l'enroulement rotorique identique 2R, en quadrature dans l'espace avec l'enroulement 1R, est proportionnelle à $\cos \alpha$:

$$F_{2r} = cU_s \cos \alpha.$$

Les composantes suivant l'axe transversal $F_{1r.t}$ et $F_{2r.t}$ sont en opposition de phase (fig. 17-11, b) et donc s'annulent :

$$\begin{aligned} F_{1r.t} - F_{2r.t} &= F_{1r} \cos \alpha - F_{2r} \sin \alpha = \\ &= cU_s (\sin \alpha \cos \alpha - \cos \alpha \sin \alpha) = 0. \end{aligned}$$

Pour compenser le flux Φ_t de l'axe transversal, il aurait suffi d'avoir recours à l'un des procédés de compensation. Or, dans le cas des transformateurs rotatifs, on emploie d'ordinaire les deux procédés de compensation à la fois étant donné que lorsque le transformateur fonctionne en charge, il est difficile d'assurer l'égalité des valeurs complexes des impédances d'utilisation $Z_{1ch} = Z_{2ch}$.

Le transformateur réalisé suivant le schéma de la fig. 17-11, a est un *transformateur rotatif dit à sinus-cosinus*.

Si l'on néglige la perte de tension relativement faible dans l'enroulement statorique 1S, il vient que les F.E.M. E_{1r} et E_{2r} induites dans les enroulements rotoriques 1R et 2R et par conséquent les courants dans ces enroulements et les tensions obtenues aux bornes des impédances constantes z_{1ch} et z_{2ch} sont proportionnelles respectivement à $\sin \alpha$ et à $\cos \alpha$:

$$E_{1r} = kU_s \sin \alpha, \quad E_{2r} = kU_s \cos \alpha, \quad (17-9)$$

où $k = w_r/w_s$ est le rapport de transformation entre le stator et le rotor.

Comme il a été indiqué plus haut, les deux enroulements du rotor, de même que les deux enroulements du stator, sont rendus identiques : $w_{1s} = w_{2s} = w_s$; $w_{1r} = w_{2r} = w_r$; en outre, $Z_{1ch} = Z_{2ch}$.

Les tensions obtenues aux bornes des impédances de charge Z_{1ch} et Z_{2ch} sont inférieures aux F.E.M. correspondantes d'une valeur de la chute de tension dans les enroulements du rotor.

Les transformateurs rotatifs sinus-cosinus reproduisent les valeurs du sinus et du cosinus de l'angle de rotation sous forme de tensions alternatives à quelques fractions de p. cent près.

Si les transformateurs rotatifs sont réalisés suivant les schémas de la fig. 17-12, on obtient un *transformateur rotatif linéaire* qui assure l'obtention d'une tension alternative qui est approximativement proportionnelle à l'angle de rotation du rotor dans les limites de $\pm 30^\circ$ et, avec une précision moindre, dans les limites de $\pm 60^\circ$. On y arrive grâce à l'introduction des F.E.M. complémentaires dans la tension de sortie du transformateur (par exemple, dans le schéma

de la fig. 17-12 grâce à l'introduction de la F.E.M de l'enroulement rotorique $1R$).

Pour la F.E.M. de sortie d'un transformateur rotatif linéaire (fig. 17-12, a) on peut obtenir l'expression suivante

$$E_r = kU_s \frac{\alpha}{1+k} cU_s \alpha. \quad (17-10)$$

La tension U aux bornes de l'impédance de charge est proportionnelle à la F.E.M. E_r tout en restant légèrement inférieure à sa valeur. La tension de sortie est proportionnelle dans certaines limites à l'angle de rotation α également pour le schéma de la fig. 17-12, b).

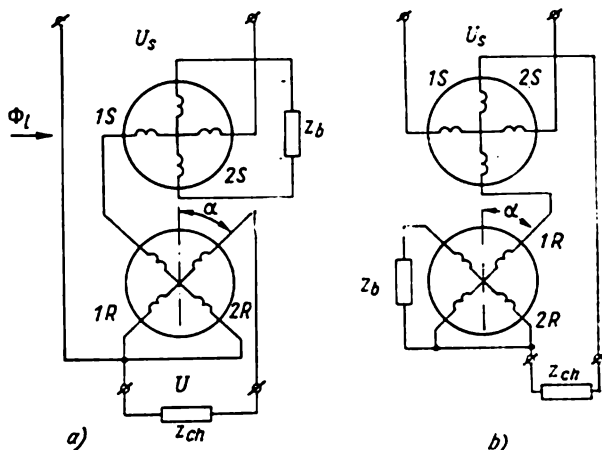


Fig. 17-12. Schémas de montage des transformateurs rotatifs linéaires

Dans ce dernier montage, les valeurs complexes des impédances intercalées dans les circuits des enroulements $1R$ et $2R$ doivent être égales entre elles :

$$Z_r + Z_b = Z_s + Z_r + Z_{ch},$$

où Z_s et Z_r sont les valeurs complexes des impédances des enroulements statorique et rotorique. En règle générale, les transformateurs rotatifs sont prévus pour une petite puissance de l'ordre de quelques watts. Comparés aux selsyns, les transformateurs rotatifs sont caractérisés par une plus grande précision et trouvent de nombreuses applications dans les systèmes de calcul à action continue ainsi que dans le domaine des servomécanismes.

17-4. Machines amplificatrices

Les machines génératrices électriques possèdent une propriété amplificatrice : la puissance fournie par une génératrice est considérablement supérieure à la puissance absorbée par le circuit d'excitation.

Les machines amplificatrices que l'on appelle aussi les amplificateurs tournants sont des génératrices à courant continu à excitation séparée qui comportent parfois des enroulements d'auto-excitation complémentaires prévus pour obtenir un plus grand gain en puissance. Les dynamos amplificatrices sont utilisées dans le système de commande de grande puissance lorsqu'il est nécessaire d'amplifier la puissance provenant des appareils de réglage et de commande. La

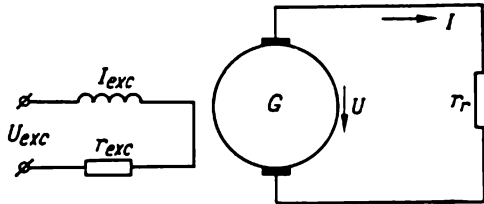


Fig. 17-13. Schéma d'une dynamo à excitation séparée

réalisation pratique de certains types de dynamos amplificatrices diffère légèrement de celle des machines à courant continu ordinaires. Les machines amplificatrices sont d'ordinaire des amplificateurs de puissance de sorte que leur caractéristique principal est la valeur du gain en puissance.

Le *gain d'amplification en puissance* k_p d'une dynamo (fig. 17-13) est défini par le rapport entre la puissance P obtenue à ses bornes et la puissance P_{exc} absorbée dans le circuit d'excitation

$$k_p = \frac{P}{P_{exc}} = \frac{UI}{I_{exc}^2 r_{exc}}, \quad (17-11)$$

où U est la tension aux bornes de la génératrice; I le courant de charge, I_{exc} le courant d'excitation, r_{exc} la résistance du circuit d'excitation.

La puissance de sortie et le gain en puissance augmentent en même temps que le courant de charge. La puissance du circuit d'excitation décroît lorsque le nombre de spires de l'enroulement d'excitation augmente. Le gain en puissance croît avec la charge jusqu'à une valeur pour laquelle la chute de tension dans la génératrice devient égale à la tension aux bornes de la charge d'utilisation, ce qui a lieu pour des charges considérablement supérieures à la valeur nominale. En règle générale, le gain en puissance est déterminé pour la puissance nominale de la dynamo amplificatrice.

De la relation (17-11) on peut obtenir une autre expression du gain en puissance

$$k_p = 4 \frac{r_r}{r_r + r_{ind}} f \frac{F_{ind}}{F_{exc}} \frac{\tau_{exc}}{1 + \sigma}, \quad (17-12)$$

où $r_r + r_{ind}$ est la résistance du récepteur et du circuit d'induit; F_{ind}/F_{exc} le rapport de la F.M.M. de la réaction d'induit à la F.M.M.

d'excitation par une paire de pôles ; f la fréquence de la F.E.M. dans l'induit ; $\tau_{\text{exc}} = L_{\text{exc}}/r_{\text{exc}}$ la constante de temps du circuit d'excitation, $1 + \sigma$ le coefficient de dispersion de l'enroulement d'excitation qui est égal au rapport du flux magnétique émanant des pôles au flux entrant dans l'induit.

Le gain des dynamos à excitation séparée atteint une valeur de l'ordre de quelques dizaines et en cas d'un calcul spécial une valeur maximale de 200 à 250.

En étudiant les caractéristiques des machines amplificatrices, nous supposons qu'elles sont commandées par des moteurs à vitesse pratiquement constante.

Considérons le processus d'excitation d'une génératrice à courant continu non saturée fonctionnant à vide. L'équation (8-1) permet d'écrire

$$I_{\text{exc}} + \tau_{\text{exc}} \frac{dI_{\text{exc}}}{dt} = \frac{U_{\text{exc}}}{r_{\text{exc}}}, \quad (17-13)$$

où $L_{\text{ind}} = \psi/I_{\text{ind}}$ est le coefficient de self-induction du circuit d'excitation d'une machine non saturée.

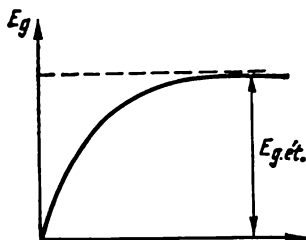


Fig. 17-14. Courbe de F.E.M. d'une dynamo après l'application de la tension d'excitation

Lorsque la vitesse de rotation est constante, la F.E.M. d'une machine électrique non saturée est proportionnelle au courant d'excitation :

$$E_g = k_{\text{exc}} I_{\text{exc}}.$$

En multipliant les deux membres de l'expression (17-13) par le coefficient k_{exc} nous obtenons :

$$E_g + \tau_{\text{exc}} \frac{dE_g}{dt} = k U_{\text{exc}}, \quad (17-14)$$

où $k = k_{\text{exc}}/r_{\text{exc}}$ est le gain d'amplification entre l'entrée d'excitation et la sortie de la génératrice.

Lorsque l'enroulement d'excitation de la génératrice est connecté sur une tension d'excitation constante, la F.E.M. de sortie croît suivant une loi exponentielle (fig. 17-14).

Dans bien des cas l'inductance du circuit de charge est peu élevée, de sorte que le courant de charge peut être considéré comme étant proportionnel à la F.E.M. de la génératrice. Si cette inductance est considérable, la variation du courant de charge au cours de l'excitation est décrite par une équation du second ordre.

Les constantes de temps des circuits d'excitation dans les génératrices à courant continu sont comprises dans les limites de quelques centièmes de seconde à quelques secondes pour de grandes puissances. Les inductances des circuits d'induit L_{ind} des génératrices sont faibles: quelques centaines et même quelques milliers de fois inférieures aux inductances des circuits d'excitation.

Les génératrices à courant continu de faible puissance utilisées en qualité de dynamos amplificatrices possèdent généralement jusqu'à quatre enroulements d'excitation destinés à assurer une commande plus souple de la tension de la génératrice. Ces enroulements sont souvent appelés *enroulements de commande*.

On peut démontrer que dans le cas d'une dynamo amplificatrice comportant n enroulements différents liés entre eux sans fuite de flux, la constante de temps τ_{Σ} du système d'excitation est égale à la somme des constantes de temps des enroulements de commande

$$\tau_{\Sigma} = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_s + \dots + \tau_n, \quad (17-15)$$

où $\tau_s = L_s/r_s$ est la constante de temps du s -ième circuit de commande.

Le flux magnétique émanant des pôles et la F.E.M. de la dynamo amplificatrice, qui lui est proportionnelle, sont déterminés par le courant résultant I_{Σ} dans les enroulements de commande, ce courant étant égal à la somme algébrique des courants dans les enroulements ramenés à un seul enroulement, par exemple, au premier enroulement adopté pour enroulement de départ:

$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2 \frac{w_2}{w_1} + I_3 \frac{w_3}{w_1} + \dots + I_s \frac{w_s}{w_1} + \dots + I_n \frac{w_n}{w_1}, \quad (17-16)$$

où I_s est le courant dans le s -ième enroulement, w_s/w_1 le rapport du nombre de spires du s -ième enroulement au nombre de spires de l'enroulement de départ.

Lorsque les circuits d'excitation sont alimentés sous des tensions $U_1, U_2, \dots, U_n$, on peut écrire l'équation suivante d'une dynamo amplificatrice:

$$E_a + \tau_{\Sigma} \frac{dE_a}{dt} = k \sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} U_s, \quad (17-17)$$

où $k = k'/r_1$ est le gain en tension entre l'entrée du premier enroulement et la sortie de l'amplificateur; $k' = E_a/I_1$ un facteur de proportionnalité entre la F.E.M. E_a et le courant dans l'enroulement 1; r_1, r_s sont les résistances des circuits respectivement du 1-er et du s -ième enroulement.

L'équation (17-17) est une des équations fondamentales servant à l'étude des systèmes de commande automatique utilisant des machines amplificatrices. La tension U_a aux bornes de l'amplificateur est inférieure à la F.E.M. d'une quantité égale à la chute de tension dans l'induit de l'amplificateur.

Dans les systèmes de commande on utilise des amplificateurs tournants à un seul étage à excitation en dérivation et à excitation

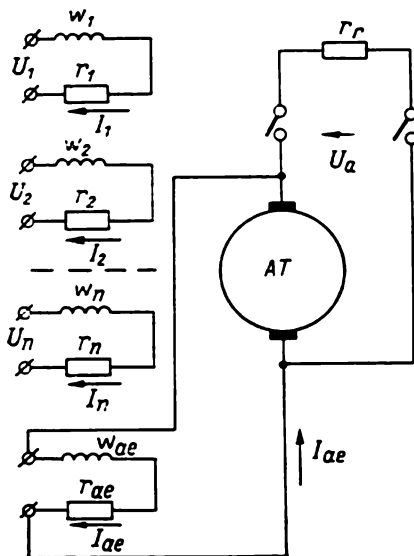


Fig. 17-15. Schéma d'une dynamo amplificatrice à excitation en dérivation

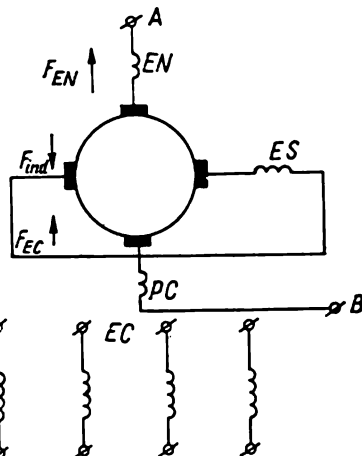


Fig. 17-16. Schéma d'une dynamo amplificatrice à flux transversal

en série, des amplificateurs à plusieurs étages et des amplificateurs à flux transversal.

Les dynamos amplificatrices à auto-excitation présentent par rapport aux dynamos à excitation séparée un gain plus élevé parce que la partie de puissance d'excitation est injectée dans l'enroulement d'excitation depuis l'amplificateur lui-même.

La fig. 17-15 donne à titre d'exemple le schéma d'une dynamo amplificatrice à *excitation en dérivation*. En plus des enroulements de commande, cette machine possède un enroulement d'auto-excitation branché entre les bornes de l'induit. On peut démontrer que le gain en tension d'un tel amplificateur tournant s'exprime par

$$k = \frac{k_1}{1 + k_1 \beta}, \quad (17-18)$$

où k_1 est le gain d'amplification depuis l'entrée de l'enroulement I en l'absence d'auto-excitation; $\beta = \frac{r_1 w_{ae}}{r_{ae} w_1}$ un taux de réaction à par-

tir de la sortie de l'amplificateur, r_1 , r_{ae} , w_1 , w_{ae} sont respectivement les résistances et les nombres de spires de l'enroulement 1 et de l'enroulement d'auto-excitation.

La constante de temps d'une dynamo amplificatrice à auto-excitation sera $\frac{1}{1-k_1\beta}$ fois celle de la machine sans auto-excitation.

Les dynamos amplificatrices à auto-excitation trouvent des applications limitées parce que leur inertie électromagnétique est relativement forte. Le gain procuré par de tels amplificateurs tournants peut atteindre une valeur de plusieurs milliers. Les amplificateurs à plusieurs étages sont eux aussi relativement peu utilisés. Les plus employés dans les systèmes de commande automatique sont des machines amplificatrices à flux transversal qui permettent de tirer un gain élevé et se caractérisent par une bonne rapidité de fonctionnement.

Les *amplificateurs tournants à flux transversal* peuvent être réalisés suivant divers schémas et par exemple, dans le domaine des petites et moyennes puissances, d'après le schéma de la fig. 17-16. Les balais sont disposés sur le collecteur de la machine amplificatrice sous un angle de 90° électriques les uns par rapport aux autres, ce qui signifie que le nombre total de balais est deux fois plus grand que dans une machine à courant continu ordinaire. Dans une machine bipolaire il y a donc quatre lignes de balais.

Les enroulements de commande *EC* produisent un flux magnétique de faible valeur dirigé suivant l'axe longitudinal de la machine. Le nombre d'enroulements de commande ne dépasse pas généralement quatre. L'induit qui tourne dans ce champ magnétique à une vitesse constante est le siège d'une F.E.M. induite qui agit entre les balais de l'axe transversal (les balais horizontaux sur la fig. 17-16) dont le circuit comporte l'enroulement série *ES* monté de façon que son flux s'ajoute.

Le courant qui parcourt le circuit transversal de l'induit et l'enroulement série (cet enroulement peut en principe être absent), engendre une F.M.M. et un flux magnétique transversal de valeur considérable. Lorsque l'induit tourne dans ce champ, une F.E.M. est produite dans l'enroulement d'induit, c'est la F.E.M. du circuit de travail agissant entre les balais (disposés suivant la verticale). Le circuit d'induit compris entre les bornes *A* et *B* est le circuit de travail si bien que la charge d'utilisation est branchée entre ces bornes.

La F.M.M. produite par les enroulements de commande n'est pas grande, alors que la F.M.M. engendrée par le courant de charge de l'induit suivant l'axe longitudinal présente une valeur élevée. Pour réduire lors du fonctionnement en charge la chute de tension due à une forte action démagnétisante de la F.M.M. longitudinale produite par le courant d'induit, on prévoit un enroulement compensateur série, appelé enroulement de neutralisation *EN*, qui est disposé suivant l'axe longitudinal de sorte que la F.M.M. qu'il engendre est en opposition avec la F.M.M. longitudinale de l'induit et la com-

pense à 2 ou 3 % près. Les machines à flux transversal ne comportent généralement des pôles de commutation que suivant l'axe longitudinal. Dans les dynamos amplificatrices de grande puissance on prévoit parfois aussi des pôles auxiliaires suivant l'axe transversal. Pour augmenter le pouvoir d'amplification on peut placer dans le circuit transversal de l'induit un enroulement série monté en coïncidence et disposé suivant l'axe longitudinal. A cette même fin on peut utiliser un enroulement parallèle en le branchant entre les bornes de l'induit.

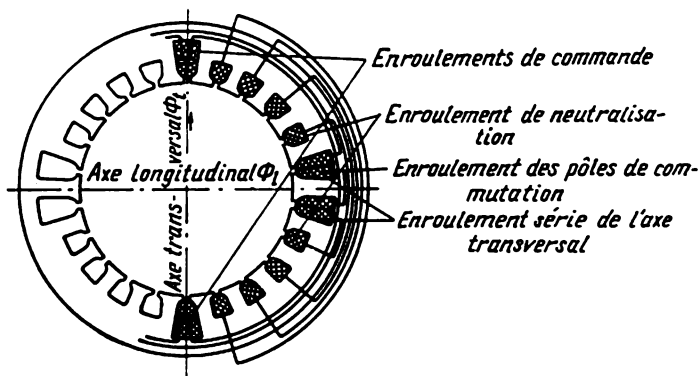


Fig. 17-17. Croquis des circuits magnétiques d'une machine amplificatrice à flux transversal

La fig. 17-17 donne une idée de la réalisation pratique des circuits magnétiques d'une dynamo amplificatrice bipolaire. L'amplificateur possède généralement des pôles lisses. Le circuit magnétique de l'inducteur est constitué par un empilage de tôles magnétiques isolées.

Le flux magnétique Φ suivant l'axe longitudinal est produit par les enroulements de commande logés dans les grandes encoches. L'enroulement de neutralisation réparti est placé dans les encoches suivant la circonférence (sur la fig. 17-17 une moitié des encoches est occupée par l'enroulement). Les pôles auxiliaires disposés suivant l'axe longitudinal (axe de travail) sont réalisés sous forme de dents.

Dans les grandes encoches qui comportent l'enroulement des pôles auxiliaires est également logé l'enroulement série de l'axe transversal qui excite, en association avec l'enroulement d'induit, le flux magnétique suivant l'axe transversal Φ_t . Les têtes des bobines sont indiquées sur toutes les figures conventionnellement en traits continus.

L'amplificateur considéré est à deux étages. La puissance relativement faible, fournie aux enroulements de commande, est amplifiée et transformée en puissance du circuit transversal qui sert à l'excitation du flux transversal. Le rapport de la puissance obtenue

aux bornes de l'amplificateur à la puissance du circuit transversal donne le gain en puissance du deuxième étage.

On pourrait admettre en première approximation que le gain en puissance de l'amplificateur est égal au carré du coefficient d'amplification d'une génératrice à courant continu ayant la même puissance et qu'il atteint donc une valeur de 10 000 à 20 000. Or, en réalité, la valeur du gain est sensiblement moins élevée par suite de l'action démagnétisante de la réaction d'induit, des courants de commutation de l'axe transversal en cas de commutation ralentie due à l'absence de pôles auxiliaires, ainsi que par suite de l'hystérésis et des courants de Foucault dans le fer de l'induit. L'étude de ce problème montre que la F.M.M. démagnétisante équivalente F_d dépend d'une façon non linéaire de la F.E.M. de sortie E_a de l'amplificateur. Par suite de l'influence due à la F.M.M. démagnétisante F_d , le gain en puissance est inférieur à sa valeur maximale qu'il atteint en l'absence de démagnétisation et a une valeur de l'ordre de quelques milliers.

Considérons l'équation exprimant la F.E.M. de l'amplificateur lors du régime transitoire en l'absence de l'action démagnétisante. En vertu de l'expression (17-17), l'équation de la F.E.M. E_t qui agit suivant l'axe transversal lorsqu'une tension U_1 est appliquée entre les bornes de l'enroulement I , les autres enroulements étant fermés sur les résistances $r_2, r_3, \dots, r_n$, s'écrit sous la forme :

$$E_t + \tau_\Sigma \frac{dF_t}{dt} = k_1 U_1,$$

où $k_1 = k_t/r_t$ est le gain en tension entre l'entrée de l'enroulement I et les balais du circuit transversal; $\tau_\Sigma = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$ la constante de temps résultante des enroulements de commande.

Les variations du courant I_t dans le circuit transversal sont régies par l'équation suivante

$$I_t + \tau_t \frac{dI_t}{dt} = \frac{E_t}{r_t},$$

où $\tau_t = L_t/r_t$ est la constante de temps du circuit transversal; r_t et L_t sont respectivement la résistance et le coefficient de self-induction du circuit transversal.

La F.E.M. d'un amplificateur non saturé est proportionnelle au courant du circuit transversal :

$$E_a = k_1 I_t.$$

En utilisant les première et seconde équations et en tenant compte de l'expression donnant la F.E.M. E_a nous obtenons pour la F.E.M. de l'amplificateur l'expression suivante :

$$\tau_\Sigma \tau_t \frac{d^2 E_a}{dt^2} + (\tau_\Sigma + \tau_t) \frac{dE_a}{dt} + E_a = \frac{k_t k_1}{r_1 r_t} U_1. \quad (17-19)$$

L'action de la F.M.M. démagnétisante F_d peut être prise en considération par la contre-réaction en F.E.M. βE_a dans le deuxième

membre de l'équation. En désignant le gain d'amplification par $k = \frac{k_t}{r_1} \cdot \frac{k_l}{r_t}$, nous obtenons pour la F.E.M. avec contre-réaction une expression pareille à l'expression (17-17) :

$$\tau_\Sigma \tau_t \frac{d^2 E_a}{dt^2} + (\tau_\Sigma + \tau_t) \frac{dE_a}{dt} + E_a = k \left(\sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} u_s - \beta E_a \right).$$

En transformant cette équation, nous déduisons finalement :

$$\frac{\tau_\Sigma \tau_t}{1 + k\beta} \frac{d^2 E_a}{dt^2} + \frac{\tau_\Sigma + \tau_t}{1 + k\beta} \frac{dE_a}{dt} + E_a = \frac{k}{1 + k\beta} \sum_{s=1}^n \frac{r_1}{r_s} \frac{w_s}{w_1} U_s. \quad (17-20)$$

Les équations obtenues pour la F.E.M. E_a en marche à vide montrent que les variations de la F.E.M. sont décrites par une équation

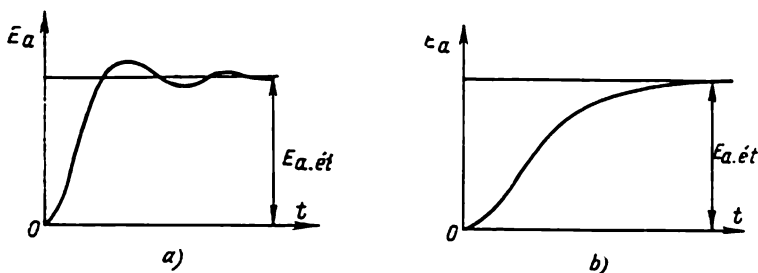


Fig. 17-18. Courbes de F.E.M. d'une machine amplificatrice à flux transversal: a, régime d'oscillations; b, régime apériodique

différentielle du second ordre. Une expression pareille à (17-20) peut être obtenue également pour un amplificateur en charge lorsque les F.M.M. des courants de travail entrent en action.

Remarquons que l'action démagnétisante F_d peut être assez grande et la quantité $1 + k\beta$ peut atteindre plusieurs unités. Lorsque l'action de F_d est forte au cours de l'excitation de l'amplificateur, la mise sous tension de l'un des enroulements peut provoquer des oscillations de la F.E.M. E_a , comme il est montré sur la fig. 17-18, a. Si cette action est peu prononcée, on est en présence d'un processus apériodique (fig. 17-18, b).

Les machines amplificatrices à flux transversal sont construites pour des tensions allant de quelques dizaines jusqu'à quelques centaines de volts et pour des puissances comprises entre quelques watts et plusieurs dizaines de kilowatts. C'est ainsi par exemple que les machines amplificatrices du type ЭМВ sont fabriquées pour des puissances de 200 W jusqu'à 11 kW.

17-5. Moteurs synchrones à fer tournant

A la différence des moteurs synchrones ordinaires, les *moteurs synchrones à fer tournant* possèdent un rotor à pôles saillants sans

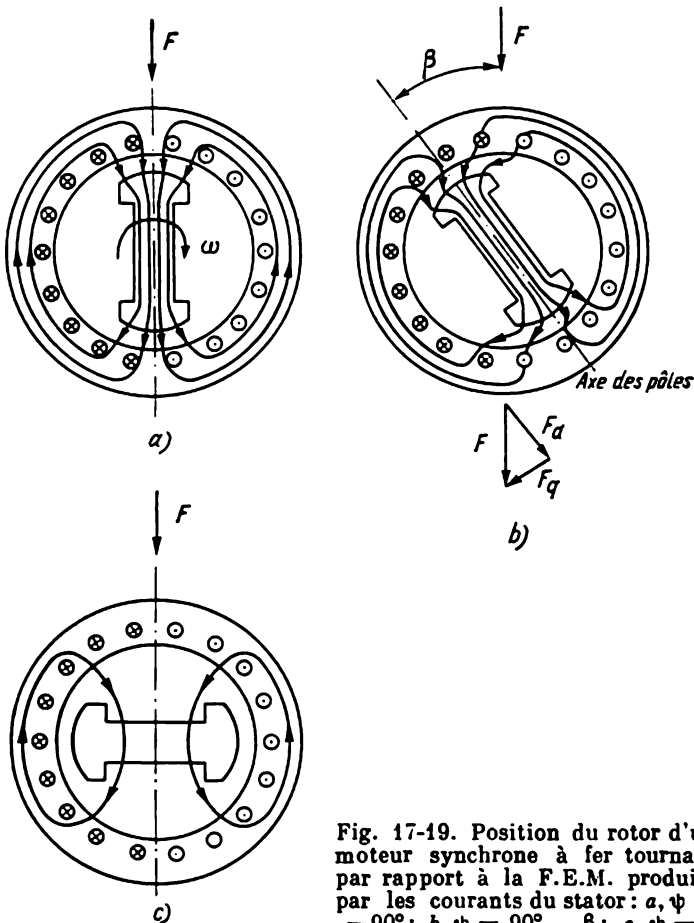


Fig. 17-19. Position du rotor d'un moteur synchrone à fer tournant par rapport à la F.E.M. produite par les courants du stator: $a, \psi = 90^\circ$; $b, \psi = 90^\circ - \beta$; $c, \psi = 0$

enroulement d'excitation. Un moteur synchrone d'exécution habituelle peut fonctionner comme un moteur à fer tournant si son enroulement d'excitation est mis hors circuit. Dans ce dernier cas, le facteur de puissance $\cos \varphi$ et le rendement d'un tel moteur seront notablement plus faibles que lors du fonctionnement normal.

Soit un moteur bipolaire dont l'enroulement statorique triphasé est parcouru par des courants qui engendrent une F.M.M. F orientée comme il est montré sur la fig. 17-19, a . Le rotor à pôles saillants cherche à prendre une position angulaire telle que le flux magnéti-

que du stator soit maximal et l'axe des pôles du rotor soit en coïncidence avec le sens de la F.M.M. développée par l'enroulement statorique. En marche à vide, le champ tournant du stator entraîne le rotor qui tourne en synchronisme tout en restant dans la même position par rapport à la F.M.M. F du stator représentée sur la figure. Remarquons que pour cette position du rotor le flux magnétique et la réactance des phases du stator x_d qui lui correspond auront la valeur maximale puisque la réluctance que le flux rencontre dans le rotor d'acier est minimale.

Si le moteur est chargé par un couple résistant M , son rotor présentera un retard d'un certain angle β par rapport à la F.M.M. tournante du stator de sorte que les lignes de champ magnétique tendront à tirer le rotor dans le sens de rotation (fig. 17-19, b).

La réluctance offerte au flux statorique aura la valeur maximale et la réactance x_q de l'enroulement statorique aura la valeur minimale dans le cas où le rotor prendra une position perpendiculaire à la direction de la F.M.M. F du stator.

Désignons par ψ le déphasage entre la F.E.M., qui est induite par le champ du rotor orienté suivant l'axe des pôles, et le courant du stator. Pour la fig. 17-19, c où le courant du stator est en phase avec la F.E.M. induite par le flux rotorique on a l'angle $\psi = 0$. A la position du rotor représentée sur la fig. 17-19, a correspond $\psi = \pi/2$ et à la position de la fig. 17-19, b l'angle $\psi = \pi/2 - \beta$.

Décomposons la F.M.M. du stator en deux composantes : une composante longitudinale F_d dirigée suivant l'axe du rotor et une composante transversale F_q perpendiculaire à cet axe (fig. 17-19, b). A cette décomposition de la F.M.M. correspond une décomposition formelle du courant statorique en deux systèmes de courants : un système longitudinal I_d et un système transversal I_q :

$$\left. \begin{aligned} I_d &= I \cos \beta = I \cos \left(\frac{\pi}{2} - \psi \right) = I \sin \psi; \\ I_q &= I \sin \beta = I \cos \psi. \end{aligned} \right\} \quad (17-21)$$

La composante du courant I_d engendre la F.M.M. F_q et la composante du courant I_q produit la F.M.M. F_d .

La réactance x_d pour la composante I_d est constituée par la réactance x_{ad} due au flux de la réaction d'induit suivant l'axe longitudinal et par la réactance x_l due au flux de fuite. D'une manière analogue, la réactance x_q pour la composante I_q est la somme des réactances x_{aq} et x_l :

$$\left. \begin{aligned} x_d &= x_{ad} + x_l; \\ x_q &= x_{aq} + x_l. \end{aligned} \right\} \quad (17-22)$$

Généralement les résistances ohmiques des enroulements sont négligeables par rapport aux réactances ; dès lors le vecteur de la tension U aux bornes de chacun des enroulements de phase du stator

sera égal à la somme géométrique des tensions $I_d x_d$ et $I_q x_q$:

$$\dot{U} = j x_d \dot{I}_d + j x_q \dot{I}_q.$$

En partant des considérations qui précèdent, nous avons construit sur la fig. 17-20 un diagramme vectoriel simplifié d'un moteur synchrone à fer tournant.

En supposant que les pertes dans le stator sont nulles, la puissance électromagnétique active dans une phase est égale au produit

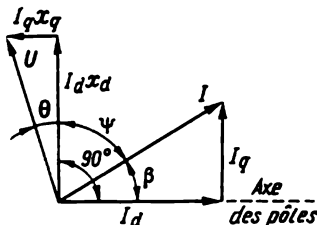


Fig. 17-20. Diagramme vectoriel d'un moteur synchrone à fer tournant

de la tension U par le courant I et par $\cos(\psi + \theta)$. Cette puissance peut également être déterminée par une somme géométrique des puissances égales au produit de la tension de l'axe longitudinal $I_d x_d$ par le courant de l'axe transversal I_q au produit de $I_q x_q$ par I_d .

L'examen du diagramme vectoriel montre que la puissance électromagnétique transmise du stator au rotor d'un moteur triphasé a pour expression :

$$\begin{aligned} P_{em} &= 3 (I_d I_q x_d - I_d I_q x_q) = 3 \left(\frac{U \sin \theta}{x_q} U \cos \theta - \frac{U \cos \theta}{x_d} U \sin \theta \right) = \\ &= \frac{3}{2} U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta. \end{aligned} \quad (17-23)$$

Si les pertes dans le moteur sont négligeables, le couple qu'il développe a pour valeur :

$$\begin{aligned} M &= \frac{p}{\omega} \frac{3}{2 \cdot 9,81} U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta = \\ &= 0,153 \frac{p}{\omega} U^2 \left(\frac{1}{x_q} - \frac{1}{x_d} \right) \sin 2\theta, \text{ m} \cdot \text{kgf} \end{aligned} \quad (17-24)$$

où ω/p est la vitesse angulaire synchrone de rotation du rotor.

Le couple moteur et la puissance d'un moteur synchrone à fer tournant sont proportionnels à $\sin 2\theta$ et possèdent les valeurs maximales pour $\theta = 49^\circ$ à la différence d'un moteur à pôles lisses (fig. 17-21, a). Le couple maximal d'un moteur à fer tournant est de l'ordre de quelques dizaines de p. cent du couple maximal développé par un moteur synchrone ordinaire.

Le couple moteur M de toute machine synchrone à pôles saillants, de même que sa puissance électromagnétique est constitué par le

couple M dans la supposition que le rotor est à pôles lisses et du couple de réaction M_r (fig. 17-21, *b*). La présence de couple de réaction fait que la courbe $M = f(\theta)$ d'une machine à pôles saillants s'écarte d'une sinusoïde.

Comme il en résulte du diagramme vectoriel de la fig. 17-20 les moteurs synchrones à fer tournant fonctionnent avec une faible valeur

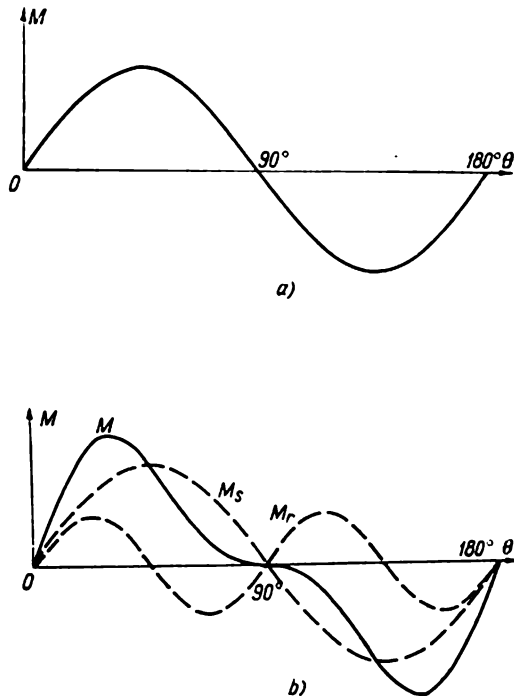


Fig. 17-21. Variation du couple moteur d'un moteur synchrone en fonction de l'angle θ : *a*, moteur à rotor lisse; *b*, moteur à rotor à pôles saillants

du $\cos \varphi$ et avec un rendement médiocre. Pour ces raisons, les moteurs synchrones à fer tournant ne sont employés que pour de petites puissances, lorsque leur simplicité (l'absence d'excitation du rotor) les fait préférer à d'autres moteurs ayant des indices d'exploitation plus élevés. Les machines à fer tournant dans lesquelles le flux magnétique est produit sous l'effet de la F.M.M. de la réaction du stator peuvent également fonctionner en générateur. Plus fréquemment que les moteurs triphasés, on emploie des moteurs synchrones à fer tournant monophasés dont le principe de fonctionnement est le même que celui des machines triphasées.

Une variété des moteurs synchrones à fer tournant est constituée par des moteurs à réduction qui permettent d'obtenir de faibles vitesses de rotation sans emploi de démultiplicateurs mécaniques. On

utilise également d'autres types de moteurs synchrones à fer tournant. par exemple, des moteurs pas à pas dans lesquels chaque impulsion appliquée à l'enroulement du stator fait tourner le rotor d'une dent.

17-6. Commutatrices

Dans certaines installations industrielles, il est nécessaire de convertir le courant alternatif de fréquence industrielle en courant continu et inversement. Cette conversion peut être réalisée à l'aide des convertisseurs équipés de soupapes ioniques, des convertisseurs à semi-conducteurs, des groupes convertisseurs tournants ainsi qu'au moyen d'autres convertisseurs. Le groupe convertisseur tournant est constitué par deux ou plusieurs machines accouplées, par exemple, un moteur à courant alternatif et une génératrice à courant continu. Lorsque l'alimentation est effectuée par le côté continu, un tel groupe peut servir à la transformation inverse, c'est-à-dire à la conversion du courant continu en courant alternatif.

Un convertisseur plus compact et plus économique est constitué par une machine appelée commutatrice qui réalise en un seul groupe convertisseur tournant, c'est-à-dire un moteur et un générateur. La commutatrice comprend un seul inducteur (stator) excité en courant continu et un induit (rotor) qui porte à la fois un collecteur d'une machine à courant continu et des bagues collectrices reliées à l'enroulement de l'induit.

Une commutatrice triphasée est représentée sur la fig. 17-22. A l'une des extrémités (côté continu) l'induit de la commutatrice porte le collecteur et à l'autre, trois bagues collectrices connectées au réseau à courant triphasé. L'enroulement d'excitation EE de pôles inducteur peut être alimenté soit par une source de tension indépendante, soit depuis les bornes de la commutatrice elle-même. Les bagues collectrices de la commutatrice sont reliées à trois prises de l'enroulement de l'induit, disposées sous un angle de 120° électriques l'une par rapport à l'autre, comme il est montré sur la fig. 17-22, *b* pour un induit portant conventionnellement un enroulement en anneau. Lorsque l'induit de la machine tourne, des F.E.M. alternatives sont induites dans les sections de l'enroulement. La somme des vecteurs des F.E.M. E_s de l'enroulement fermé donne, en supposant que les F.E.M. varient dans le temps suivant une loi sinusoïdale, un polygone fermé (fig. 17-22, *c*). Dans une commutatrice triphasée l'enroulement fermé de l'induit est couplé en triangle.

Du côté des bagues de l'induit, la commutatrice représente une machine synchrone à pôles fixes excités en courant continu. La fréquence des F.E.M. induites dans l'enroulement de l'induit est liée à la vitesse n de rotation par la relation connue $f = pn/60$, p étant le nombre de paires de pôles de la commutatrice. Pour une fréquence f du courant alternatif, la F.M.M. de l'induit tournera par rapport à l'induit dans le sens opposé au sens de rotation de l'induit lui-même et avec la même vitesse $n = 60 f/p$, ce qui signifie que

la F.M.M. de l'induit gardera dans l'espace une position inchangée par rapport aux pôles inducteurs fixes.

Le collecteur et les balais assurent le redressement des F.E.M. alternatives et du courant alternatif de la machine alors que du côté

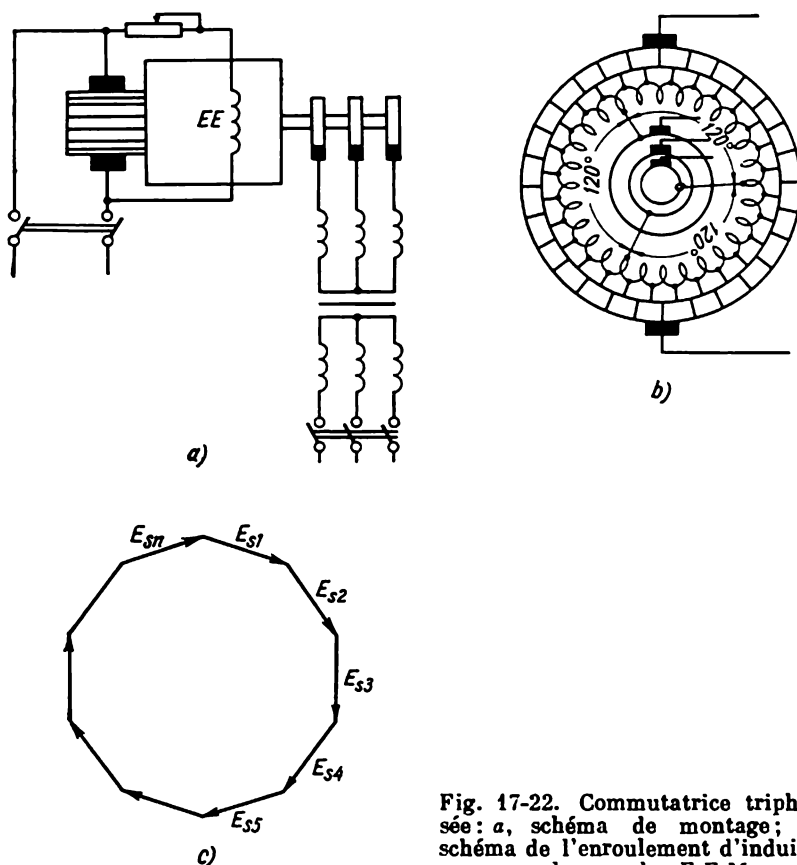


Fig. 17-22. Commutatrice triphasée: a, schéma de montage; b, schéma de l'enroulement d'induit; c, polygone des F.E.M.

des bagues la commutatrice représente une machine à courant continu. La tension du côté alternatif est liée par une relation bien déterminée à la tension du côté continu. Pour pouvoir accorder les tensions normalisées à courant alternatif avec les tensions normalisées à courant continu, on prévoit généralement un transformateur du côté alternatif (fig. 17-22, a). Les commutatrices peuvent être également réalisées avec des enroulements à courant continu et à courant alternatif distincts, isolés l'un de l'autre.

Remplaçons le polygone des F.E.M. induites dans les sections de l'enroulement (fig. 17-22, c) par une circonférence (fig. 17-23). L'amplitude de la F.E.M. alternative agissant entre les bagues d'une com-

mutatrice triphasée est déterminée par la somme des F.E.M. induites dans les sections montées entre les points disposés sous un angle de 120° , c'est-à-dire par la corde de la circonférence des potentiels (fig. 17-23). Dans le cas de couplage en triangle, cette F.E.M. déphasée est égale à la F.E.M. entre phases. D'un autre côté, la F.E.M.

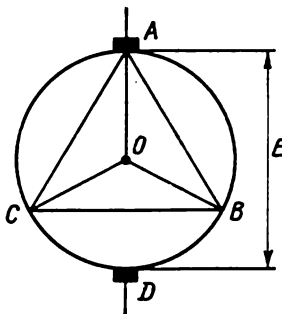


Fig. 17-23. Circonférence des F.E.M. d'une commutatrice

agissant entre les balais est déterminée par la somme des F.E.M. des sections connectées entre les balais disposées diamétralement sur le collecteur. Les cordes de circonférence avec un angle central de 120° sont égales entre elles :

$$AB = BC = CA = AD \sin \frac{\pi}{3}.$$

Le rapport de la valeur efficace de F.E.M. $E_{\sim}$ entre les bagues à la F.E.M. $E_{=}$ entre les balais du collecteur a pour expression

$$\frac{E_{\sim}}{E_{=}} = \frac{\sin (\pi/3)}{\sqrt{2}}.$$

Pour le cas d'une commutatrice à m phases (pour une commutatrice monophasée $m = 2$) ce rapport devient :

$$\frac{E_{\sim}}{E_{=}} = \frac{\sin (\pi/m)}{\sqrt{2}}. \quad (17-25)$$

Le rapport entre la valeur du courant continu $I_{=}$ et celle du courant de phase I_{ph} peut être obtenu à partir de la condition d'égalité des puissances lorsque les pertes dans le convertisseur sont nulles et sous l'hypothèse que le rapport des tensions reste à peu près le même que celui lors de la marche à vide :

$$E_{=} I_{=} = m E_{\sim} I_{ph} \cos \psi$$

où ψ est le déphasage entre la F.E.M. alternative de phase et le courant.

On en déduit

$$I_{ph} = I_{=} \frac{\sqrt{2}}{m \sin (\pi/m) \cos \psi}. \quad (17-26)$$

La valeur du courant en ligne est égale à la différence des courants de phase correspondants :

$$I_1 = 2I_{ph} \sin(\pi/m) = \frac{\sqrt{2}}{m} \cdot \frac{I_m}{\cos \psi}. \quad (17-27)$$

Les sections de l'enroulement d'induit de la commutatrice sont parcourues à la fois par le courant alternatif et le courant continu. Les commutatrices sont généralement calculées pour le fonctionnement avec un déphasage $\psi \approx \varphi \approx 0$, ce qui correspond au cas où le courant résultant dans l'enroulement de l'induit, qui est égal à la somme algébrique du courant continu et du courant alternatif, aura sa valeur minimale. Dans ces conditions, la chute de tension et les pertes d'énergie dans l'enroulement d'induit seront aussi minimales.

Grâce à de faibles pertes dans l'enroulement d'induit, les commutatrices se caractérisent par un rendement plus élevé que celui des machines électriques ordinaires et d'autant plus que celui des groupes convertisseurs tournants. Dans le domaine des faibles puissances, on utilise généralement les commutatrices monophasées et pour les grandes puissances ce sont les commutatrices triphasées et hexaphasées qu'on emploie de préférence.

Le démarrage des commutatrices peut être obtenu soit par le côté continu comme des moteurs avec leur accrochage ultérieur sur le réseau alternatif, soit par le côté alternatif, comme des moteurs asynchrones.

Les commutatrices étaient autrefois largement utilisées pour la transformation du courant alternatif en courant continu. Actuellement, les commutatrices de faible puissance sont essentiellement employées pour l'alimentation des systèmes de commande automatique et des équipements radio-électriques.

17-7. Dynamos et alternateurs tachymétriques

Les génératrices tachymétriques destinées à mesurer la vitesse de rotation des machines tournantes sont des dynamos ou des alternateurs dont la tension aux bornes doit être proportionnelle avec une précision suffisante à la vitesse de rotation de la machine à laquelle elles sont accouplées. On emploie des dynamos tachymétriques, des alternateurs synchrones tachymétriques et des génératrices tachymétriques asynchrones de faible puissance.

Une dynamo tachymétrique représente généralement une machine à courant continu de faible puissance à excitation séparée (fig. 17-24) ou à aimants permanents. La tension obtenue aux bornes de la dynamo tachymétrique, dont la valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation, peut être appliquée aux bornes des voltmètres gradués en unités de vitesse, pour mesurer la vitesse, ou aux systèmes de commande automatique.

Lorsque le flux magnétique inducteur Φ est constant, la F.E.M. produite dans l'induit de la dynamo est proportionnelle à la vitesse de rotation n du moteur M , par exemple

$$E = C_e n \Phi.$$

Si la dynamo tachymétrique est chargée par une résistance même invariable, la dépendance linéaire de la F.E.M. vis-à-vis de

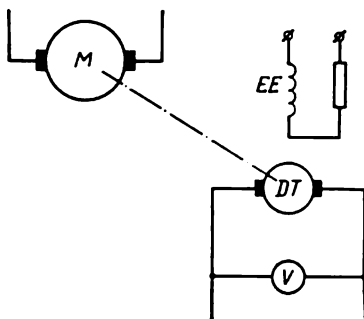


Fig. 17-24. Schéma de montage d'une dynamo tachymétrique à excitation séparée

la vitesse de rotation se trouve altérée par suite de la chute de tension aux balais, de l'échauffement des enroulements et de la variation du flux magnétique sous l'effet de la réaction d'induit.

Pour rendre la variation de la F.E.M. en fonction de la vitesse aussi linéaire que possible, on réalise les dynamos tachymétriques avec un circuit magnétique fortement saturé, on limite la charge de la machine et on a recours à des balais métalliques ou métallisés au lieu des balais ordinaires.

Dans le cas où l'on veut avoir une variation linéaire de la tension de sortie en fonction de la tension d'excitation, les dynamos tachymétriques sont construites avec un circuit magnétique non saturé.

Les alternateurs tachymétriques sont des machines synchrones monophasées de faible puissance comportant le plus souvent les aimants permanents sur le rotor. Le stator de l'alternateur tachymétrique est constitué par un empilage de tôles d'acier isolées, et l'enroulement statorique est réalisé de la même manière que pour une machine à courant alternatif ordinaire. La valeur et la fréquence de la F.E.M. de l'alternateur tachymétrique sont proportionnelles à la vitesse de rotation si le flux magnétique est constant. Pour élever la précision de l'alternateur tachymétrique on limite sa charge. Pour obtenir une tension de sortie de polarité constante, l'alternateur tachymétrique est branché par l'intermédiaire d'un redresseur.

La génératrice tachymétrique asynchrone (fig. 17-25) possède sur son stator deux enroulements placés sous un angle de 90° électri-

ques. L'enroulement 1 est alimenté sous une tension alternative de fréquence constante U . L'enroulement 2 est un enroulement de mesure : la tension obtenue à ses bornes est envoyée dans le système de commande ou dans un appareil de mesure. Parfois, la tension fournie par l'enroulement de mesure est redressée à l'aide des appareils à semi-conducteurs (fig. 17-25). Le rotor de la génératrice tachymétrique asynchrone est réalisé sous forme d'un cylindre creux à paroi mince.

Lorsque le rotor tourne dans le champ magnétique, des courants de Foucault alternatifs y sont induits. Dans le cas d'un rotor creux

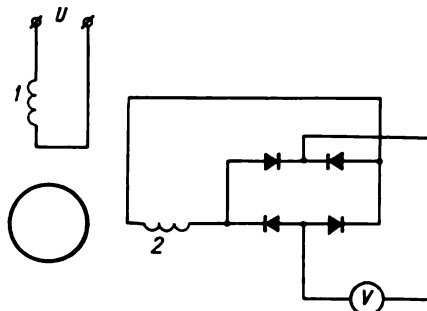


Fig. 17-25. Schéma de montage d'un alternateur tachymétrique

à paroi mince présentant une forte résistance au passage des courants de Foucault, la F.M.M. produite par ces courants sera sensiblement perpendiculaire à l'axe de l'enroulement 1, alors que les courants induits lors de la rotation et le flux magnétique qu'ils engendrent seront proportionnels à la vitesse de rotation du rotor. Les courants induits dans le rotor par suite de la variation du flux magnétique ont peu d'effet sur le fonctionnement d'une génératrice tachymétrique comportant un rotor à paroi mince.

Le flux magnétique alternatif engendré par des courants du rotor suivant l'axe 2 induit une F.E.M. dont la valeur est proportionnelle à la vitesse de rotation du rotor si la tension U et la fréquence sont constantes.

De ce qui précède on peut conclure que le flux magnétique Φ_2 agissant suivant l'axe de l'enroulement 2 est proportionnel au flux magnétique Φ_1 orienté suivant l'axe de l'enroulement 1 et à la vitesse n de rotation du rotor et inversement proportionnel à la résistivité ρ du matériau du rotor :

$$\Phi_2 = c_1 \Phi_1 n \frac{1}{\rho}.$$

La F.E.M. obtenue aux bornes de l'enroulement de sortie est proportionnelle au flux Φ_2 et à sa fréquence f :

$$E = c_2 f \Phi_2 = c_1 c_2 \frac{f \Phi_1}{\rho} C n = e n. \quad (17-28)$$

La tension aux bornes de cet enroulement ne sera que très peu différente de la F.E.M. si la charge n'est pas élevée. L'inversion du sens de rotation du rotor fait changer de $\pi/2$ la phase de la F.E.M.

17-8. Amplificateurs magnétiques

A la différence des machines amplificatrices tournantes, les amplificateurs magnétiques sont des appareils statiques et servent généralement à l'amplification en puissance.

Circuit à inductance saturable. Considérons une bobine à deux enroulements placés sur un noyau en tôles d'acier (fig. 17-26, a).

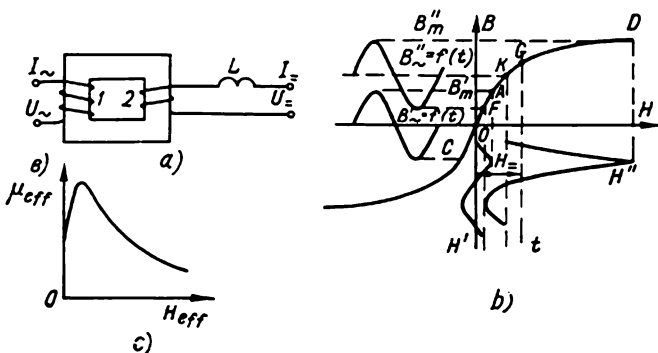


Fig. 17-26. Circuit à inductance saturable: a, schéma de montage; b, construction des courbes $H = f(t)$; c, courbe de perméabilité magnétique μ_{eff}

L'enroulement 1 est alimenté sous une tension alternative $U_{\sim}$ dont la fréquence et la valeur efficace sont constantes. L'enroulement 2 est connecté sur une tension continue. Pour pouvoir limiter la valeur du courant induit, le circuit comporte une self-inductance L .

Si la résistance de l'enroulement 1 est relativement faible, alors, branchés sur la tension d'alimentation $U_{\sim}$ sinusoïdale, le flux magnétique Φ et l'induction magnétique B du noyau varieront aussi suivant une loi sinusoïdale. La tension appliquée sera presque complètement compensée par la F.E.M. de self-induction: $U \approx \approx E = 4,44 f w_1 \Phi$, w_1 étant le nombre de spires de l'enroulement 1.

Nous supposons que la boucle d'hystérésis de l'acier du noyau est suffisamment étroite si bien qu'on peut remplacer cette boucle par la courbe de première aimantation. Dans cette hypothèse on peut prendre pour la courbe d'aimantation du noyau la courbe initiale qui passe par l'origine des coordonnées (fig. 17-26, b). En l'absence de polarisation par le courant continu l'état magnétique initial de l'acier est déterminé par le point sur la courbe, qui correspond à $H = 0$, c'est-à-dire par l'origine des coordonnées. Si la partie initiale de la courbe d'aimantation s'écarte peu d'une droite, et l'induction magnétique $B_{\sim} = f(t)$ varie suivant une loi sinusoï-

dale donnée, la courbe de variation de l'intensité du champ magnétique $H_{\sim}$ tracée d'après les points de la courbe d'aimantation s'écarte elle aussi très peu d'une sinusoïde (fig. 17-26, b).

D'après les valeurs obtenues de l'intensité $H_{\sim}$ du champ magnétique on peut trouver les valeurs instantanées $i_{\sim}$ du courant alternatif dans l'enroulement 1. Si la section s du circuit magnétique de la bobine est la même sur toute sa longueur et le flux de fuite entre les enroulements est faible, on peut écrire

$$i_{\sim} = Hl/w. \quad (17-29)$$

Dans le cas où la courbe de $H_{\sim} = f(t)$ s'écarte peu d'une sinusoïde, la valeur efficace du courant peut être déterminée à partir de la valeur maximale de H_m :

$$I = \frac{H_m l}{\sqrt{2} w_1}. \quad (17-30)$$

Lorsque le flux magnétique varie sinusoïdalement en fonction du temps, son amplitude peut être exprimée par celle de l'induction magnétique B_m : $\Phi = B_m s$.

En cas d'une variation linéaire $B = f(H)$, on obtient pour la perméabilité magnétique la même valeur tant à partir du rapport des amplitudes $\mu_m = \frac{B_m}{H_m}$ qu'à partir du rapport des valeurs efficaces $\mu_{\text{eff}} \frac{B_{\text{eff}}}{H_{\text{eff}}} = \frac{\sqrt{2} B_m}{\sqrt{2} H_m} = \frac{B_m}{H_m}$. Lorsque la relation $B = f(H)$ n'est pas linéaire, ces valeurs de la perméabilité magnétique seront différentes. Dans les calculs on utilise plus souvent la valeur de μ_{eff} pour des relations données $B = f(H)$ dans la gamme de variation de l'induction magnétique B .

Compte tenu de cette remarque, déterminons l'inductance de l'enroulement à courant alternatif pour un noyau non saturé, en négligeant sa résistance ohmique:

$$L = \frac{U}{\omega I} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \frac{fw_1 B_m s}{2\pi f \frac{H_m l}{\sqrt{2} w_1}} = \frac{w_1^2 s}{l} \mu_{\text{eff}}, \text{ H.} \quad (17-31)$$

Avec la perméabilité relative μ_{reff} on a:

$$L = 0,4\pi \frac{w_1^2 s}{l} \mu_{\text{reff}} \cdot 10^{-9}.$$

Ces expressions peuvent servir à la détermination de l'inductance aussi dans le cas où la relation $B = f(H)$ n'est pas linéaire. Pour une courbe d'aimantation et des relations $B = f(t)$ données on peut trouver par le calcul, dans une plage de variation de B déterminée, la courbe $\mu_{\text{eff}} = f(H_{\text{eff}})$ (fig. 17-26, c). Cette dernière courbe est similaire à la courbe $\mu(H)$ pour la courbe de première aimantation.

Supposons maintenant que l'enroulement 2 soit parcouru par un courant continu. Le noyau se trouve polarisé et le champ magné-

tique d'une intensité H'_- apparaît à cause de cette polarisation par le courant continu. A l'intensité du champ magnétique H'_- correspond un état magnétique qui est déterminé, par exemple, par un point K sur la courbe d'aimantation. Si maintenant on applique à l'enroulement I une tension alternative U , les variations sinusoïdales de l'induction magnétique correspondant à la même gamme que pour $I_- = 0$ auront lieu, en première approximation, autour du point K . Si l'induction magnétique au point K est égale à B_k , l'application de la tension alternative U à l'enroulement I fera varier l'induction magnétique suivant une loi sinusoïdale dans les limites de $B_k - B_m$ à $B_k + B_m$ le long de la courbe $B'_-(t)$ (fig. 17-26, b).

Pour les points de cette courbe on peut construire d'après la courbe d'aimantation une courbe traduisant la variation de l'intensité du champ magnétique en fonction du temps $H'_-(t)$. En vertu de l'expression (17-29), à cette courbe correspond une courbe pareille de $i'_-(t)$. Les courbes $H'_-(t)$ et $i'_-(t)$ comportent une plage de variation sensiblement plus grande que les courbes $H_- = 0$ et sont disposées de façon asymétrique par rapport à la droite verticale en pointillé passant par le point K .

Lorsque le courant alternatif circulant dans l'enroulement 2 ne comporte pas de composante continue, la somme des charges électriques qui ont traversé le circuit dans un sens, cette somme étant déterminée par la surface comprise entre l'axe du temps et une portion de la courbe $i'_-(t)$ avec des valeurs positives des courants, doit être égale à la somme des charges qui se sont déplacées en sens inverse, cette dernière somme étant déterminée par l'aire de la surface comprise entre l'axe du temps et la courbe $i'_-(t)$ avec des valeurs négatives des courants.

C'est pourquoi les courbes d'intensité de champ magnétique $H'_-(t)$ et de courant $i'_-(t)$ doivent être rapportées à une droite Gt choisie de manière que les surfaces entre les parties positive et négative de la courbe de courant $i'_-(t)$ et cette droite soient égales entre elles. Cela signifie qu'en plus de la polarisation par le courant continu il se produit une polarisation supplémentaire due à l'asymétrie de la courbe de courant et déterminée par la différence des abscisses des points G et k (fig. 17-26, b). La courbe de courant et la valeur efficace du courant dans l'enroulement I sont déterminées par l'inductance pour μ_{eff} correspondant aux variations de l'induction magnétique au voisinage du point G . Les courbes $H'_-(t)$ et $i'_-(t)$ comportent des harmoniques pairs et impairs.

On peut également décrire le fonctionnement de la bobine considérée en remplaçant la courbe d'aimantation $B = f(H)$ par une ligne brisée (fig. 17-27). Supposons que l'état magnétique du noyau polarisé par un courant continu est déterminé par un point k . Si la tension d'alimentation varie sinusoïdalement, l'induction magnétique B dans le noyau devra varier aussi suivant une loi sinusoïdale. A partir d'un instant t_0 où la tension u devient positive (courbe en pointillé de la fig. 17-27), l'induction magnétique s'accroît jusqu'à

l'instant t_1 où elle atteint le niveau de l'induction magnétique de saturation $B_{\max}$. A partir de cet instant, l'induction magnétique reste inchangée, l'inductance devient nulle si bien que l'intensité du courant dans le circuit principal n'est déterminée que par l'impédance de charge, par exemple, par une résistance ohmique (fig. 17-27). A l'instant t_2 la tension change de signe, l'induction magnétique commence d'abord à décroître suivant une loi sinusoïdale et ensuite à s'accroître de nouveau jusqu'à sa valeur maximale

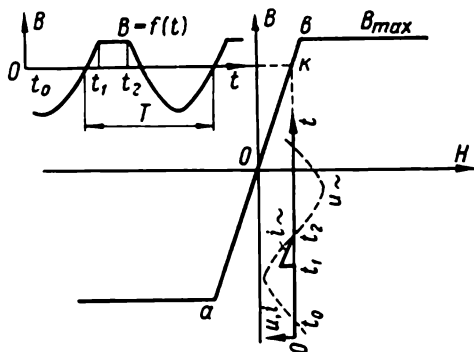


Fig. 17-27. Représentation approchée de réglage de courant dans un circuit à inductance saturable

$B_{\max}$ et ainsi de suite. Les intensités de champ et les courants qui leur correspondent sur la partie de la ligne ab sont relativement faibles, pour une résistance ohmique relativement petite de la charge nous obtenons donc une courbe continue de courant $i_m(t)$ (fig. 17-27). Sur cette courbe, les courants pour la partie ab seront approximativement considérés comme nuls. On voit donc qu'une fois par période, la bobine laisse passer le courant pendant le temps $t_2 - t_1$. Remarquons que les conclusions obtenues pour les bobines polarisées ne sont valables que lorsque la résistance du circuit à courant continu est supposée suffisamment grande.

Lorsque la bobine est polarisée par un courant continu, son état magnétique se modifie, l'inductance diminue et l'intensité du courant dans l'enroulement principal à courant alternatif augmente. Si l'on intercale dans ce circuit une résistance de charge r_{ch} , on peut régler par des variations d'un courant continu relativement faible une puissance de charge considérable, ce qui signifie que la bobine considérée, appelée parfois transducteur, peut servir à l'amplification de puissance.

Amplificateurs magnétiques. Le montage de la fig. 17-26 ne peut pas être utilisé industriellement en qualité d'amplificateur de puissance surtout à cause de la F.E.M. alternative élevée qui est induite dans l'enroulement à courant continu comportant un grand nombre de spires. Composons un amplificateur magnétique de deux

bobines identiques branchées comme il est indiqué sur la fig. 17-28. Les enroulements de ces bobines seront connectés de manière qu'à tout instant de temps les sens des vecteurs de l'induction magnétique alternative $B_{\sim}$ soient les mêmes par rapport aux enroulements à courant alternatif alors que les sens des vecteurs des intensités $H_{\sim}$ du champ magnétique produit par les enroulements de polarisation à courant continu soient opposés par rapport aux mêmes enroulements.

Etant donné que les noyaux des bobines sont aimantés par l'enroulement à courant continu dans des sens opposés, les courbes de variation de l'intensité alternative de champ magnétique dans

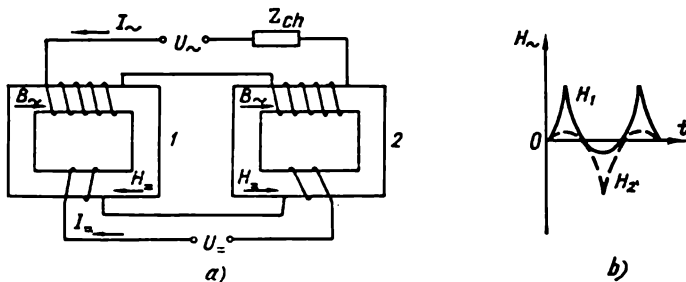


Fig. 17-28. Amplificateur magnétique: a, schéma de montage; b, courbes de $H = f(t)$

les noyaux 1 et 2, pareilles à la courbe $H_{\sim}$ de la fig. 17-26, b représenteront des images par réflexion, l'une de l'autre, décalées d'une demi-période (courbes de H_1 et de H_2 sur la fig. 17-28, b).

A ces courbes périodiques des intensités de champ magnétique dans les deux noyaux correspondent des courbes périodiques des inductions magnétiques alternatives B_1 et B_2 orientées l'une par rapport à l'autre, de la même manière que les courbes de H_1 et H_2 :

$$B_1(t) = -B_2(t + T/2).$$

C'est pourquoi la courbe de F.E.M. induite pendant une demi-période dans les enroulements de deux bobines montées en série sera une image par réflexion de la courbe de cette F.E.M. induite durant la demi-période suivante et ainsi de suite. Cela signifie que la courbe de F.E.M. des deux enroulements ne comporte que des harmoniques impairs. La F.E.M. du premier harmonique compense la tension sinusoïdale $u_{\sim}$ alors que les F.E.M. des harmoniques de rang supérieur font apparaître dans le circuit les courants aux harmoniques impairs correspondants qui provoquent une aimantation du noyau. La F.E.M. agissant dans chacun des enroulements comporte des harmoniques pairs, mais ces F.E.M., qui sont en opposition de phase, se compensent mutuellement dans le circuit commun des deux enroulements mis en série. La distorsion de la

courbe de courant alternatif est peu considérable puisqu'il n'y a que des harmoniques impairs.

On peut démontrer que dans le circuit des enroulements à courant continu ne sont induites que les F.E.M. aux harmoniques pairs. Ces F.E.M. aux harmoniques pairs déterminent le passage dans les enroulements à courant continu des courants aux harmoniques pairs qui assurent l'aimantation du noyau. Dans chacun des enroulements sont également induites des F.E.M. aux harmoniques impairs de valeur considérable, mais ces F.E.M. se compensent mutuellement dans le circuit commun des deux enroulements parce qu'elles sont en opposition de phase.

Les raisonnements que nous venons de développer sont théoriquement valables pour des amplificateurs à faible résistance ohmique des enroulements à courant alternatif et du récepteur, bien que pratiquement ils soient également applicables au cas des résistances habituelles des amplificateurs.

En règle générale, les amplificateurs magnétiques sont réalisés avec un enroulement de polarisation commun (fig. 17-31, *a*) qui embrasse les noyaux des deux bobines, de sorte que dans cet enroulement n'est induite qu'une faible F.E.M. aux harmoniques pairs. Les noyaux sont séparés par une garniture non magnétique pour que les flux alternatifs considérables des noyaux, dont la somme est peu élevée, puissent assurer un changement d'aimantation intense de chacun des noyaux. Cela permet d'améliorer les caractéristiques des amplificateurs.

Considérons le principe de construction de la courbe traduisant la variation de la valeur efficace I du courant alternatif dans le circuit de charge en fonction du courant continu de contrôle dans le cas où la résistance du circuit de commande est grande. La F.E.M. dans les enroulements à courant alternatif est proportionnelle à la dérivée de la somme des inductions magnétiques $B_1 + B_2$ dans les noyaux. L'intensité du champ magnétique H_- due à l'enroulement de commande agit dans l'un des noyaux dans le même sens que la composante alternative de l'intensité du champ magnétique et dans l'autre, en sens opposé. C'est la raison pour laquelle il convient de construire pour chaque intensité H_- deux courbes de variation de l'induction magnétique alternative B_+ en fonction de l'intensité alternative H_+ du champ magnétique: à droite pour l'action en même sens et à gauche pour l'action en sens opposé (fig. 17-29, *a*).

Comme précédemment nous prenons la courbe de première aimantation. La fig. 17-29, *a* représente quatre séries de courbes B_+ (H_+) pour différentes valeurs des intensités H_- de polarisation. Ces courbes sont obtenues par déplacement de la courbe de première aimantation de H_- , H_-' et H_-'' vers la droite et vers la gauche. Dans un quadrant de la fig. 17-29, *b* sont construites quatre courbes $B_1 + B_2 = f(H_+)$ pour les mêmes intensités H_- .

Si la résistance de charge et la résistance ohmique de l'enroulement à courant alternatif ne sont pas élevées, on a à chaque instant

de temps $u_{\sim} = -e_{\sim}$. La F.E.M. induite dans les enroulements à courant alternatif, dont $w_{\sim}$ est le nombre de spires et s la section du noyau, a pour expression

$$e_{\sim} = -u_{\sim} = -w_{\sim} \frac{d\Phi}{dt} = -w_{\sim} s \frac{d(B_1 + B_2)}{dt},$$

d'où

$$B_1 + B_2 = \int \frac{u_{\sim}}{w_{\sim} s} dt.$$

On peut donc déterminer pour une loi donnée $u_{\sim} = f(t)$, qui est généralement une loi sinusoïdale, la fonction $B_1 + B_2 = f(t)$.

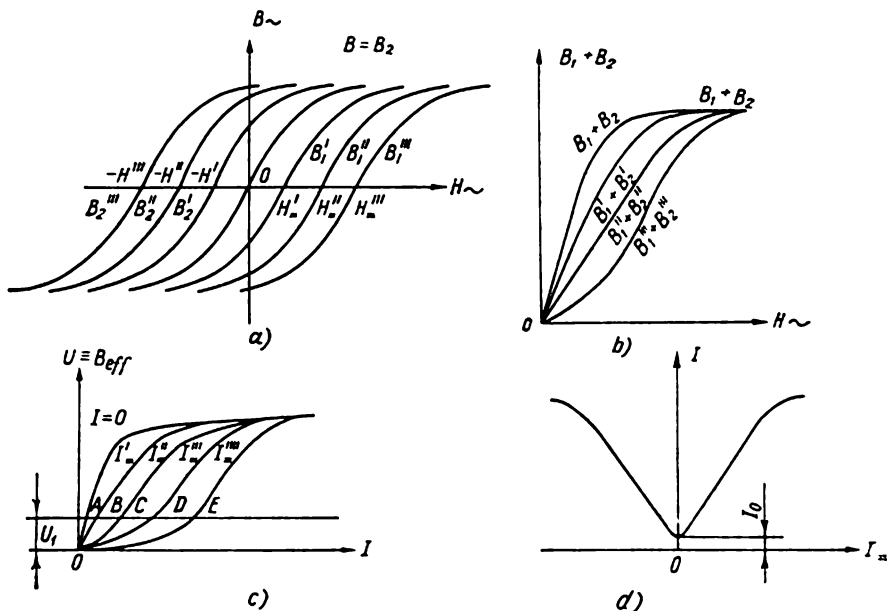


Fig. 17-29. Construction de la courbe caractéristique d'un amplificateur magnétique: a, courbes de B_2 (H_2) pour différentes valeurs de H_1 ; b, courbes de $B_1 + B_2$ en fonction de H_1 ; c, courbes de variation de U en fonction de I ; d, courbe caractéristique

En utilisant cette relation et les courbes $B_1 + B_2 = f(H_1)$ (fig. 17-29, b), on peut construire les courbes $H_1 = f(t)$, et, par conséquent, les courbes $i_{\sim} = f(t)$. D'après les courbes obtenues $i_{\sim} = f(t)$ on peut déterminer les valeurs efficaces du courant I . Ces constructions peuvent être faites pour toute une série de valeurs des tensions appliquées U et des valeurs $(B_1 + B_2)_{eff}$ qui leur correspondent. Comme résultat on obtient quatre courbes $U = f(I)$ pour différentes intensités du courant de polarisation (fig. 17-29, c). Pour une valeur donnée de la tension appliquée U_1 , les valeurs

efficaces des courants correspondant aux diverses valeurs des courants de polarisation sont déterminées par les points A, B, C, D et E d'intersection de la droite U_1 avec les courbes. Une allure type de la courbe $I = f(I_{\infty})$ pour $U = U_1 = \text{const}$ est représentée sur la fig. 17-29, d . La partie initiale de cette courbe peut être considérée, avec une précision suffisante, comme étant rectiligne; le courant I_0 peut être assez faible, surtout en cas des noyaux faits en permalloy qui possède une perméabilité élevée pour de faibles intensités H du champ magnétique.

Les conclusions faites sont valables, comme il a été dit plus haut, pour une résistance suffisamment forte de l'enroulement de commande. Il convient de considérer spécialement le fonctionnement de l'amplificateur dans le cas où la résistance de l'enroulement est faible. Pour simplifier l'étude, remplaçons la courbe d'aimantation de chaque noyau par une ligne brisée de même que sur la fig. 17-27; dès lors on a pour le noyau 1, par exemple: $B_1 = f(H)$ (fig. 17-30).

Supposons qu'à partir de l'instant t_0 où $u > 0$, le flux magnétique du noyau 1 croît jusqu'à l'instant t_1 où l'induction magnétique passe par sa valeur maximale possible $B_{1 \text{ max}}$. Le courant $i_{\sim}$ de l'amplificateur est faible pendant le temps $t_1 - t_0$ et nous le considérons comme étant nul. A partir de l'instant t_1 , le flux magnétique du noyau 1 et l'induction B_1 ne peuvent pas s'accroître, le flux magnétique du noyau sera maintenu inchangé et tout se passera comme si l'enroulement à courant alternatif du noyau 1 était mis en court-circuit. Dans ces conditions c'est le flux magnétique du noyau 2 qui devrait croître mais cela est aussi impossible parce que le flux magnétique croissant du noyau devra traverser soit la colonne médiane embrassée par l'enroulement de commande à faible résistance, pratiquement mis en court-circuit, soit par le noyau 1 autour duquel est disposé un enroulement qui se comporte comme s'il était mis en court-circuit. C'est pourquoi à partir de l'instant t_1 et jusqu'à l'instant t_2 , où la tension u aux bornes de l'amplificateur devient négative et le flux magnétique des noyaux commence à décroître, la réactance d'induction des enroulements de l'amplificateur devient nulle. Le courant dans le circuit de puissance n'est donc déterminé que par l'impédance du récepteur, qui se ramène par hypothèse dans le cas considéré à une résistance et par la résistance ohmique des enroulements. Pendant la croissance du flux magnétique dans le sens inverse, c'est l'enroulement du noyau 2 qui se comportera comme s'il était mis en court-circuit lorsque l'induction magnétique aura atteint sa valeur maximale $B_{2 \text{ max}}$. Une augmentation du courant de commande aura pour effet de déplacer le point K (fig. 17-30) vers le haut, si bien que le courant dans les circuits des enroulements commencera à circuler toujours plus tôt et la valeur efficace du courant $I_{\sim}$ augmentera.

Le fonctionnement d'un amplificateur magnétique est en ce régime pareil à celui des tubes à gaz dont le déblocage est assuré

par des impulsions de tension positive appliquées à leur grille de commande. Dans certains dispositifs de commande automatique, les amplificateurs magnétiques sont appelés à fonctionner justement en ce régime.

Dans la pratique, les courbes d'aimantation des noyaux ne comportent pas de coudes brusques et les résistances des enroulements de commande ne peuvent pas être considérées comme négligeables. C'est pourquoi les courbes $B = f(t)$ et $i = f(i)$ seront plus douces,

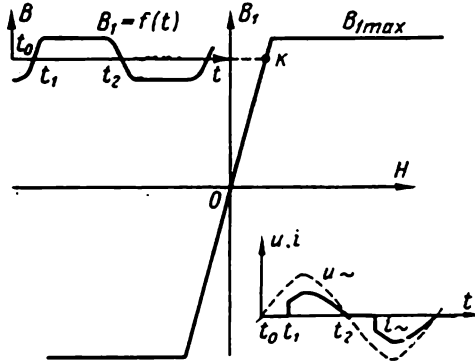


Fig. 17-30. Détermination du courant d'un amplificateur magnétique en cas d'une courbe d'aimantation idéalisée et d'une faible résistance de l'enroulement de commande

sans coudes ni parties rectilignes. Lors du calcul des amplificateurs magnétiques il convient également de prendre en considération le phénomène de diminution brusque de la réactance d'induction que présentent les enroulements en cas de saturation de l'un des noyaux.

De même que les machines amplificatrices tournantes, les amplificateurs magnétiques comportent plusieurs enroulements de commande à courant continu, mais leur nombre ne dépasse pas généralement une dizaine. Dans le cas où l'amplificateur magnétique doit alimenter un récepteur à courant continu, le courant alternatif est généralement redressé au moyen de soupapes à semi-conducteurs.

La courbe caractéristique de l'amplificateur magnétique considéré est symétrique par rapport à l'axe du courant I_m . Dans certaines applications il faut que l'augmentation du courant dans l'enroulement de commande à partir de zéro provoque une augmentation du courant débité par l'amplificateur magnétique et qu'une diminution du courant de commande a pour effet une diminution dans certaines limites du courant dans le circuit principal. Pour obtenir une telle caractéristique, on assure une polarisation initiale de l'amplificateur à l'aide d'un enroulement de polarisation parcouru par un courant d'intensité constante I_p , comme il est montré sur la fig. 17-31.

Dans ce cas, la courbe caractéristique de l'amplificateur se trouve déplacée vers la gauche ou vers la droite, suivant le sens

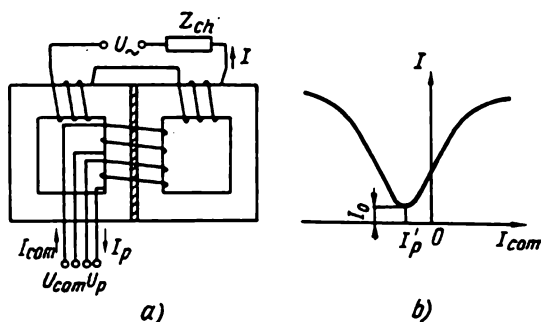


Fig. 17-31. Amplificateur magnétique à polarisation initiale: a, schéma de montage; b, courbe caractéristique

de courant dans l'enroulement de polarisation, la valeur du déplacement étant déterminée par le courant de polarisation ramené à l'enroulement de commande

$$I_p = I_p \frac{w_p}{w_{com}},$$

où w_p/w_{com} est le rapport du nombre de spires de l'enroulement de polarisation à celui de l'enroulement de commande.

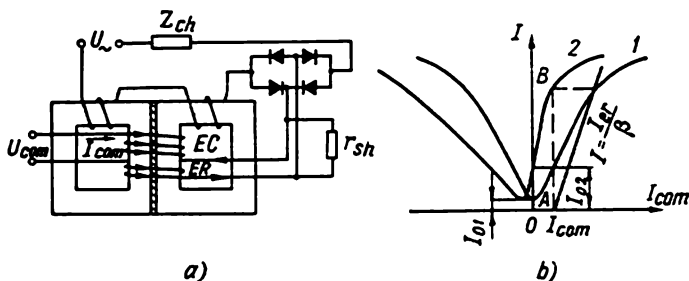


Fig. 17-32. Amplificateur magnétique à réaction externe: a, schéma de montage; b, construction de la caractéristique

Pour élever le pouvoir d'amplification des amplificateurs magnétiques on les réalise généralement avec une réaction positive. On distingue des réactions externes et des réactions internes.

La fig. 17-32 représente un amplificateur à réaction externe. Dans le circuit à courant alternatif est intercalé par l'intermédiaire de redresseurs à semi-conducteurs un enroulement ER de réaction monté en dérivation sur la résistance r_{sh} servant au réglage du degré de réaction. Le courant I_{er} dans l'enroulement de réaction, ramené

à l'enroulement de commande, est proportionnel au courant de charge I pour une forme inchangée de la courbe de courant :

$$I'_{er} = \beta I,$$

où β est le coefficient de réaction. Le courant d'excitation résultant est égal à la somme des courants I_{com} et I'_{er} .

$$I_{rés} = I_{com} + \beta I.$$

Cela signifie que pour un courant de commande donné le courant de charge correspondra au point d'intersection de la caractéristique sans réaction avec la droite $I'_{er} = \beta I$ passant par le point A.

La fig. 17-32, b montre la détermination graphique d'un point de la caractéristique $I = f(I_{com})$ de l'amplificateur à réaction positive. En effectuant de telles constructions pour diverses valeurs du courant de commande, on obtient la caractéristique 2 de l'amplificateur à réaction positive. La comparaison des caractéristiques 1 et 2 montre qu'en cas d'emploi de la réaction positive le courant de charge et par conséquent le gain d'amplification sont plus élevés que sans réaction.

La caractéristique 2 peut être déplacée dans le sens voulu à l'aide de l'enroulement de polarisation non représenté sur la figure.

Les amplificateurs magnétiques à réaction interne (à auto-excitation) sont polarisés par la composante continue du courant de charge redressé (fig. 17-33). A cet effet, on intercale des redresseurs à semi-conducteurs dans chacun des enroulements à courant alternatif. Lorsque les redresseurs sont mis en circuit, les enroulements seront parcourus par des courants de polarisation dont la valeur est approximativement égale aux valeurs moyennes I_{moy} du courant alternatif pendant la période.

Les amplificateurs sont d'ordinaire réalisés avec réaction interne. Le pouvoir d'amplification qui caractérise un amplificateur magnétique de la façon la plus complète est son gain en courant k_r .

Pour la partie initiale de la caractéristique, le courant de charge peut être déterminé avec une précision suffisante (fig. 17-29, d) par la relation suivante :

$$I = I_0 + k_r I_{com}.$$

Généralement, pour $I_{com} = 0$, le courant de l'amplificateur I_0 est relativement faible, surtout dans le cas des noyaux faits en al-

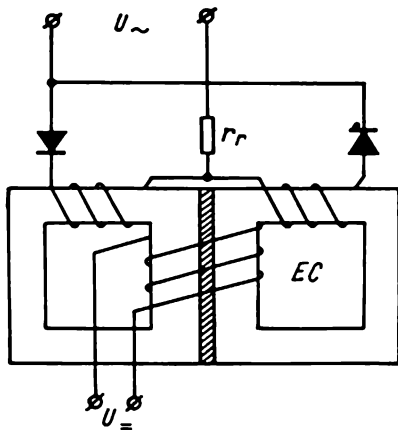


Fig. 17-33. Schéma d'un amplificateur magnétique à réaction interne

liages du type de permalloy. C'est pourquoi, le gain d'amplification en courant k_I est généralement déterminé par la relation

$$k_I = I/I_{\text{com}}. \quad (17-32)$$

En utilisant la notion de coefficient de réaction en intensité β , on peut obtenir l'expression pour le gain en courant k_{er} en cas d'emploi de la réaction positive

$$k_{er} = \frac{k_I}{1 - k_I \beta}. \quad (17-33)$$

Un amplificateur magnétique ne doit pas s'auto-exciter spontanément, la grandeur $k_I \beta$ doit donc être inférieure à l'unité, alors que la droite de réaction $I'_{er} = \beta I$ (fig. 17-32, b) doit avoir une pente plus grande que celle de la partie initiale de la caractéristique.

Le gain en puissance k_P est défini par le rapport de la puissance obtenue dans la résistance de charge r_{ch} en cas de passage du courant commandé $k_I I_{\text{com}}$ à la puissance dans le circuit de commande à résistance r_{com} .

Pour un amplificateur sans réaction on a :

$$k_P = \frac{I^2 r_{ch}}{I_{\text{com}}^2 r_{\text{com}}} = k_I^2 \frac{r_{ch}}{r_{\text{com}}}. \quad (17-34)$$

Pour un amplificateur à réaction positive on a :

$$k_P = k_{er}^2 \frac{r_{ch}}{r_{\text{com}}} = \left(\frac{k_I}{1 - k_I \beta} \right)^2 \frac{r_{ch}}{r_{\text{com}}}. \quad (17-35)$$

On peut admettre que les amplificateurs magnétiques sont en première approximation des éléments à inertie, dont la constante de temps est égale à la somme des constantes de temps de tous les enroulements de commande comme cela a été déterminé pour les machines amplificatrices tournantes (17-35). Les noyaux des amplificateurs magnétiques sont fortement saturés de sorte que les inductances et les constantes de temps des enroulements peuvent être généralement déterminées pour une gamme étroite de variation du flux magnétique. En cas d'excitation à partir de l'état initial non saturé, on ne peut prendre en considération que l'inductance et la constante de temps pour des noyaux non saturés.

L'influence que les courants alternatifs exercent sur les enroulements de commande ainsi que d'autres phénomènes peuvent réduire considérablement la valeur de la constante de temps, surtout dans le cas des amplificateurs à réaction interne.

Les gains en puissance des amplificateurs magnétiques sont compris entre dix et plusieurs dizaines de mille. Leurs constantes de temps varient de quelques millièmes de seconde pour les petits amplificateurs à grande rapidité de fonctionnement jusqu'à quelques secondes pour les amplificateurs de grande puissance.

Schémas de montage et réalisation pratique des amplificateurs magnétiques. Considérons quelques montages les plus répandus des amplificateurs.

Un amplificateur magnétique différentiel se compose de deux amplificateurs identiques comportant généralement des enroulements de commande communs montés d'une façon différentielle.

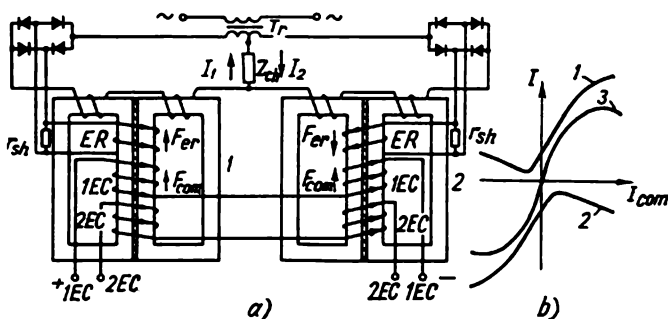


Fig. 17-34. Amplificateur magnétique différentiel: a, schéma de montage; b, courbes caractéristiques

En cas de montage différentiel, le courant dans l'impédance de charge z_{ch} est égal à la somme de courants de sortie des amplificateurs, décalés de π . La fig. 17-34 représente l'un des schémas possibles d'un amplificateur différentiel à réaction externe comportant deux enroulements de commande montés en série.

Les enroulements à courant alternatif des amplificateurs sont connectés sur des tensions obtenues aux deux moitiés de l'enroulement secondaire du transformateur Tr . Les caractéristiques identiques 1 et 2 des amplificateurs sont disposées comme il est montré sur la fig. 17-34, b, et les ordonnées de la courbe de variation du courant de charge en fonction des courants dans les enroulements de commande (la caractéristique 3) sont égales aux sommes des ordonnées des caractéristiques 1 et 2: $I = I_1 + I_2$.

La caractéristique $I = f(I_{com})$ passe par l'origine des coordonnées et sa partie initiale peut être considérée avec une certaine approximation comme rectiligne. Lorsque le courant de commande change de signe, la phase du courant de charge s'inverse étant donné que pour le courant de commande d'un signe donné c'est le courant de charge d'un des amplificateurs qui prédomine et pour le courant de commande de signe opposé, c'est le courant de charge de l'autre amplificateur qui devient prédominant.

Un amplificateur *magnétique en pont* se compose de deux amplificateurs identiques possédant généralement les enroulements de commande en commun et les enroulements à courant alternatif branchés dans les branches d'un pont non équilibré. La charge d'utilisation est branchée entre les sommets de la diagonale du pont. La fig. 17-35 représente le schéma d'un amplificateur sans

réaction comportant un seul enroulement de commande et une sortie en continu. La charge r_{ch} est placée dans le circuit à courant alternatif par l'intermédiaire des redresseurs à semi-conducteurs. Pour obtenir des caractéristiques asymétriques, on emploie l'enroulement de polarisation initiale EP .

Si le courant de commande est nul, le pont est en état d'équilibre et le courant de charge est nul. Lorsque les enroulements sont parcourus par un courant de commande, la F.M.M. F_{com} de l'enroulement de commande de l'un des amplificateurs agit en accord avec la

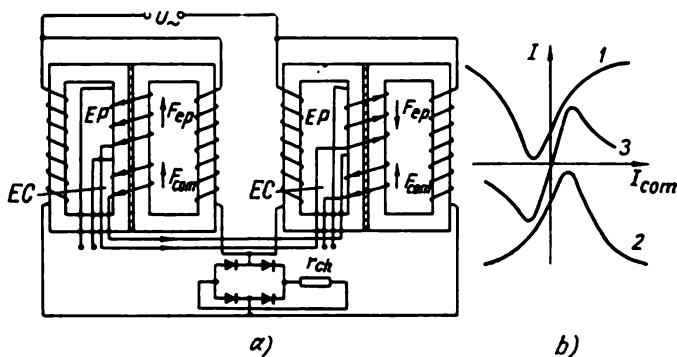


Fig. 17-35. Amplificateur magnétique en pont : a, schéma de montage ; b, courbes caractéristiques

F.M.M. F_{ep} de l'enroulement de polarisation alors que la F.M.M. de l'autre amplificateur est dirigée en sens opposé. L'équilibre des branches du pont se trouve troublé et le circuit de charge est parcouru par un courant. La phase du courant alternatif de charge s'inverse lorsque le courant de commande change de signe. La caractéristique 3 de l'amplificateur est obtenue en ajoutant des ordonnées des caractéristiques 1 et 2 des deux amplificateurs (fig. 17-35, b).

L'amplificateur magnétique monté en transformateur (fig. 17-36) se compose de deux amplificateurs magnétiques identiques comportant deux jeux d'enroulements à courant alternatif, primaires et secondaires. Dans un tel montage la valeur de la tension de charge n'est pas liée à la tension de la source d'alimentation et peut donc être choisie à volonté. Le schéma de l'amplificateur monté en différentiel est représenté sur la fig. (17-36).

Les montages que nous venons d'analyser sont des plus simples. On peut réaliser des amplificateurs magnétiques triphasés, des amplificateurs à inversion de polarité à la sortie en continu et plusieurs autres types.

Les amplificateurs magnétiques sont construits pour des puissances allant de quelques fractions de voltampère jusqu'à plusieurs kilovoltampères. Les amplificateurs de faible puissance sont souvent

réalisés avec des noyaux en tôles de permalloy, ce qui permet d'obtenir un gain d'amplification élevé étant donné que le permalloy se sature vite et ne nécessite qu'une faible polarisation. Les inductions magnétiques dans les noyaux se mesurent par des milliers de gauss. Les gros amplificateurs magnétiques sont généralement construits avec des noyaux en tôles d'acier doux et les inductions magnétiques dans les noyaux atteignent une valeur jusqu'à 10 000 gauss. L'utilisation d'une fréquence supérieure à celle du courant industriel (on utilise des fréquences jusqu'à quelques milliers

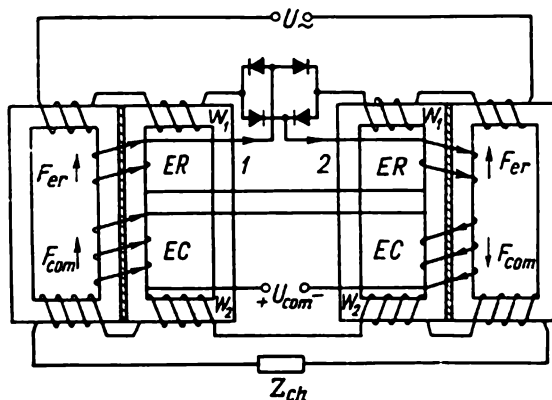


Fig. 17-36. Schéma d'un amplificateur magnétique monté en transformateur

de hertz) permet de travailler avec des flux magnétiques plus faibles dans les noyaux et par conséquent de réduire l'encombrement de l'amplificateur.

En règle générale, les amplificateurs sont réalisés avec des noyaux ayant la forme d'un E ou d'un tore. L'empilage de noyaux à partir des tôles poinçonnées se fait de la même manière que dans le cas de petits transformateurs. Les enroulements de commande embrassent d'ordinaire tous les noyaux faisant partie de l'amplificateur considéré, par exemple, les deux noyaux d'un amplificateur différentiel. Pour réduire les flux de fuite, les enroulements de commande sont placés sur les noyaux, au-dessus des enroulements à courant alternatif de chaque noyau.

Les avantages des amplificateurs magnétiques résident en leur sécurité de fonctionnement et une durée de vie pratiquement illimitée. Les amplificateurs magnétiques sont employés dans les systèmes de commande automatique, pour les mesures de précision de champs magnétiques, pour les mesures de courants continus et dans certains autres cas.

REDRESSEURS ET CONVERTISSEURS À SEMI-CONDUCTEURS

18-1. Généralités

L'un des principaux problèmes de l'électrotechnique est le problème d'une transformation simple et économique du courant alternatif en courant continu et du courant alternatif d'une fréquence en courant alternatif d'une autre fréquence. Des convertisseurs simples et économiques sont nécessaires dans l'électro-énergétique, dans la commande automatique, dans la radio-électronique et dans d'autres branches de la technique. La possibilité de la réalisation de dispositifs simples et économiques revêt une importance particulière pour des systèmes de grande puissance, pour la commande et l'entraînement électrique, pour les installations de transformation d'énergie, pour les systèmes de commande d'excitation des alternateurs, etc. Considérons les caractéristiques générales des dispositifs de conversion à semi-conducteurs et leur emploi dans des systèmes de grande puissance.

Jusqu'aux années trente et quarante on utilisait presque exclusivement des machines amplificatrices tournantes, par exemple, l'entraînement électrique d'après le système d'un moteur électrique accouplé à une dynamo génératrice, des alternateurs synchrones à vitesse réglable (voir chap. 15), les commutatrices. Or, même à cette époque-là, on commence à utiliser largement des redresseurs non contrôlés à vapeur de mercure installés dans les sous-stations de redressement.

Les premières tentatives en vue d'utiliser pour l'entraînement électrique les soupapes ioniques commandées, les thyatron et les redresseurs à vapeur de mercure ont été entreprises au début des années trente. Les installations de ce type n'ont pas trouvé de large emploi pour toute une série de raisons dont un prix relativement élevé, une économie insuffisante et parfois même une sécurité de fonctionnement médiocre étaient les principales. Les diodes à vide n'ont pas trouvé non plus de large emploi.

C'est seulement avec l'apparition de dispositifs à semi-conducteurs, sûrs et économiques, que les convertisseurs électroniques ont commencé à trouver des applications toujours plus nombreuses pour l'entraînement électrique, dans l'énergétique et dans d'autres branches techniques.

Les semi-conducteurs occupent une position intermédiaire entre les conducteurs et les isolants, leur résistivité électrique est comprise approximativement entre 10^{-6} et $10^8 \Omega \cdot m$. Dans la technique des semi-conducteurs de puissance on utilise essentiellement les éléments chimiques rangés dans le groupe IV de la classification périodique de Mendéléev: ce sont le germanium et le silicium caractérisés par une structure cristalline. On emploie seulement des semi-conducteurs à *conductibilité électronique*, c'est-à-dire ceux dans lesquels le passage du courant est dû au déplacement des électrons. Les plus employés actuellement sont les dispositifs au silicium de sorte que la description des phénomènes qui interviennent dans les semi-conducteurs sera donnée relativement au silicium. Remarquons que le silicium est très répandu. Sa teneur dans l'écorce terrestre est de 28 %, mais la technique d'obtention du silicium pur est très complexe, c'est pourquoi les appareils au silicium reviennent plus cher que les appareils au germanium, bien que celui-ci soit un élément rare.

L'atome de silicium possède trois couches électroniques. La couche extérieure comporte quatre électrons de valence alors que le nombre possible d'électrons qu'elle peut contenir est égal à huit, ce qui signifie que cette couche est incomplète. Les électrons de valence participent à l'interaction entre les atomes : ils forment des cristaux de silicium ou des molécules de composés chimiques du silicium avec d'autres corps.

La fig. 18-1, *a* représente le modèle d'un atome de silicium lié par des *électrons de covalence* avec d'autres atomes. Les quatre liaisons sont occupées par quatre électrons de valence de l'atome donné et les électrons de valence des atomes voisins. Dans le réseau cristallin, chaque atome de silicium est

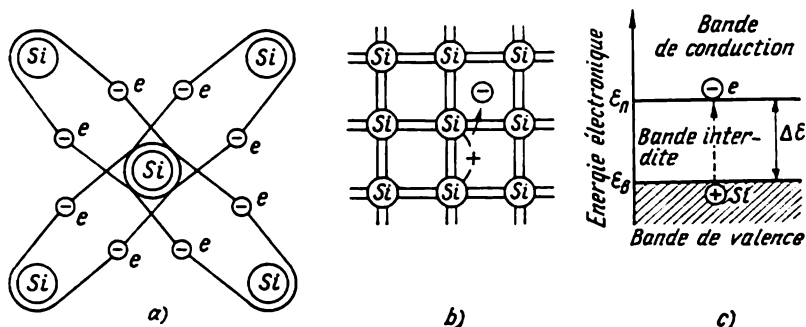


Fig. 18-1. Modèle plan du réseau cristallin du silicium : *a*, schéma des liaisons covalentes ; *b*, modèle du réseau cristallin ; *c*, diagramme énergétique

lié aux atomes voisins à l'aide de quatre liaisons covalentes comme il est montré sur le modèle plan (fig. 18-1, *b*). L'atome de germanium comporte aussi une couche extérieure comprenant quatre électrons de valence.

La conductibilité des métaux est due à la présence des électrons libres, ou électrons de conduction, faiblement liés aux atomes. D'après la théorie des bandes d'énergie, la suite continue de niveaux d'énergie permis (libres) adhère immédiatement à la partie remplie de la bande de valence de sorte que le passage des électrons des bandes de valence aux bandes permises libres peut se produire pour des dépenses d'énergie aussi petites que l'on veut.

Dans les semi-conducteurs, la bande de niveaux énergétiques de l'ensemble des atomes d'un cristal et la bande de niveaux énergétiques des électrons libres sont séparées par une bande interdite (fig. 18-1, *c*) en conformité avec le principe d'exclusion de Pauli. Pour qu'un électron puisse passer de la bande de valence dans la bande de conduction, il est nécessaire de lui communiquer une certaine quantité d'énergie ΔE électronvolts. Cette énergie peut être apportée sous forme d'énergie calorifique (augmentation de température), d'énergie de radiation ou sous une autre forme. Lorsqu'on élève la température du corps, le nombre des électrons qui passent de la bande de valence dans la bande de conduction augmente ; à la différence des conducteurs, la conductibilité des semi-conducteurs augmente avec la température.

Lorsqu'un électron de valence devient libre en quittant son atome, il y laisse ce qu'on appelle « trou » ou « lacune » alors que dans le réseau cristallin il apparaît un électron libre. Si l'atome considéré capte un électron de valence d'un atome voisin, le trou se déplace. Le courant dans le semi-conducteur résulte donc non seulement du déplacement des électrons libres, mais aussi du déplacement des trous. C'est un trait caractérisant le mécanisme de conductibilité des semi-conducteurs. Dans les semi-conducteurs soumis à l'effet d'un champ électrique extérieur les électrons libres se déplacent dans un sens et les trous en sens opposé.

Le nombre d'électrons de conduction et de trous qui se forment dans un semi-conducteur pur, qui est appelé semi-conducteur intrinsèque, est relative-

ment faible, de sorte que dans un tel semi-conducteur il est impossible de réaliser une jonction électron-trou (jonction $n-p$). C'est pourquoi on emploie dans la technique les matériaux semi-conducteurs dopés d'impuretés donatrices ou acceptrices, qu'on appelle semi-conducteurs extrinsèques.

Comme impuretés donatrices pour le silicium on utilise le phosphore ou l'antimoine qui sont des éléments de la cinquième colonne de la classification de Mendéléev. Les atomes de ces corps possèdent cinq électrons de valence dont quatre forment des liaisons covalentes avec quatre atomes voisins du cristal semi-conducteur et le cinquième électron, qui est libre, s'ajoute au cristal. On dit qu'un tel semi-conducteur à impureté est du type n (négatif) ou par excès (d'électrons). Les porteurs de charge majoritaires dans ce semi-conducteur sont constitués par les électrons et les porteurs minoritaires par les trous dont le nombre est dans les conditions ordinaires considérablement inférieur à celui d'électrons.

Les impuretés acceptrices généralement utilisées pour le silicium sont l'aluminium, le bore et le gallium qui font partie du groupe III du tableau périodique de Mendéléev et dont les atomes possèdent trois électrons de valence. Chaque atome d'impureté manque un électron pour former les liaisons covalentes avec quatre atomes voisins du semi-conducteur. Cet électron est arraché à l'un des atomes dans lequel il se produit un trou. Un tel semi-conducteur extrinsèque est dit semi-conducteur du type p (positif) ou par défaut. Les porteurs de charge majoritaires dans ce semi-conducteur sont constitués par les trous, tant de l'impureté que propres, et les porteurs minoritaires par les électrons qui remplissent ces trous.

On peut donc conclure que l'introduction d'impuretés dans un cristal semi-conducteur provoque, par suite de la modification de sa structure, l'apparition d'un grand nombre de porteurs de charge. Suivant la nature de l'impureté introduite, les charges des porteurs peuvent être positives ou négatives.

18-2. Diodes semi-conductrices

Une diode non contrôlée à cristal de silicium comporte deux couches de silicium monocristallin de type n et de type p séparées par une *jonction électron-trou* (fig. 18-2, a). Une diode semi-conductrice ne peut pas être obtenue par une simple superposition d'une couche sur une autre parce que les couches seront toujours séparées par des films d'oxydes et des inclusions d'air. Les diodes semi-conductrices sont fabriquées par la méthode d'alliage ou de diffusion. Le procédé par alliage consiste en ce que sur la surface de silicium d'un type de conduction est fondu un métal ou un alliage qui confère à la couche adjacente de silicium un type de conduction opposée. Le procédé par diffusion consiste à utiliser le phénomène de diffusion de l'impureté, sous forme de vapeur ou d'une couche portée sur la surface, dans le silicium d'un autre type de conduction. Les surfaces de la diode se trouvant en contact direct avec les électrodes métalliques sont métallisées par dépôt chimique du nickel ou d'un autre métal.

Dans un monocristal composé par du silicium de deux types de conduction il se produit la diffusion des trous dans la région de conduction n à travers la frontière des couches et la diffusion des électrons dans la région de conduction p . L'accumulation des charges positives à gauche et des charges négatives à droite de la frontière détermine l'apparition d'une *barrière de potentiel* $\Delta\varphi$ entre les

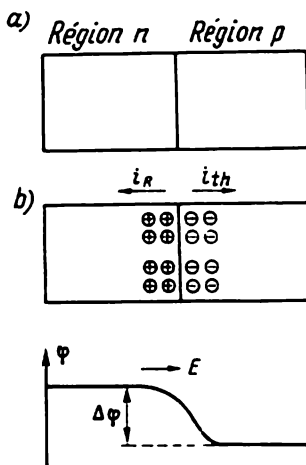


Fig. 18-2. Monocristal de silicium à deux types de conduction: a, monocristal; b, formation d'une jonction $n-p$; c, barrière de potentiel dans la jonction

couches, qui correspond aux charges d'espace dans les couches adjacentes (fig. 18-2, b). Cette barrière de potentiel, c'est-à-dire une différence de potentiel, produit un champ électrique qui s'oppose à la diffusion des trous et des électrons. Pourtant, les trous qui se trouvent dans la couche n se recombinent continuellement avec les atomes de même que les électrons qui se recombinent dans la couche p . Les électrons et les trous recombinés sont remplacés par de nouveaux trous et électrons, ce qui détermine le passage d'un courant dit *courant de recombinaison* i_R , qui circule de droite à gauche (fig. 18-2, b). En même temps dans les couches de semi-conducteur situées au voisinage de la jonction,

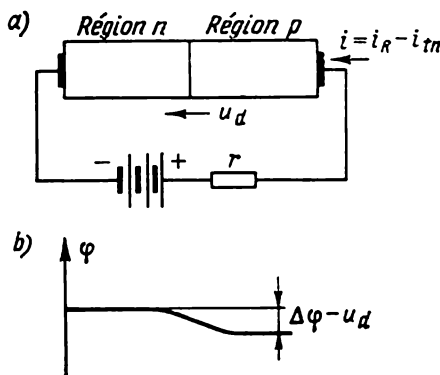


Fig. 18-3. Branchement d'une diode semi-conductrice dans le sens passant: a, schéma de montage; b, répartition des potentiels dans la jonction

de nouveaux électrons et trous sont formés grâce à l'agitation thermique. Les électrons se déplacent dans la couche limite dans le sens opposé au champ électrique et les trous en sens inverse. Cela détermine l'apparition d'un *courant thermique* i_T dirigé de gauche à droite (fig. 18-2, b). Lorsque le semi-conducteur n'est traversé par aucun courant extérieur, la somme de ces courants est nulle: $i_R + i_T = 0$. Branchons maintenant la diode semi-conductrice dans un circuit à courant continu, la tension étant appliquée dans le sens direct, c'est-à-dire conducteur ou passant (fig. 18-3, a). Le sens direct dans lequel la diode n'offre qu'une faible résistance correspond au passage du courant de la couche p vers la couche n lorsque la tension appliquée réduit la hauteur de la barrière du potentiel $\Delta\varphi$ dans la jonction $n-p$ d'une quantité u_d (fig. 18-3, b). La réduction de la hauteur de la barrière de potentiel favorise la diffusion des trous et des électrons respectivement vers les régions n et p . Il en résulte une augmentation du courant de recombinaison i_R alors que le courant thermique i_T reste inchangé pour une température donnée parce qu'il ne dépend que de la quantité d'électrons et de trous qui se forment grâce à l'agitation thermique. Théoriquement le courant de recombinaison s'accroît indéfiniment lorsque la barrière de potentiel $\Delta\varphi - u_d$ diminue, c'est-à-dire lorsque la tension u_d appliquée à la jonction $n-p$ dans le sens direct augmente. On voit sur la fig. 18-4 la dépendance du courant i traversant la diode, qui est égal à la différence des courants $i_R - i_T$, vis-à-vis de la tension appliquée à la diode et approximativement égale à la tension u_d agissant sur la jonction.

Si la diode est branchée en sens inverse, c'est-à-dire dans le sens bloquant, la hauteur de la barrière de potentiel dans la jonction $n-p$ augmente d'une quantité égale à la tension appliquée, la diffusion des trous et des électrons diminue et, par conséquent, le courant de recombinaison i_R décroît. Le courant thermique i_T qui est déterminé par la formation des trous et des électrons grâce à l'agitation thermique reste inchangé pour une température donnée. C'est

pourquoi le courant $i = i_T - i_R$ s'accroît avec la tension appliquée et tend vers la valeur du courant thermique (fig. 18-4) qui est relativement faible.

Dans les fiches matricules des diodes semi-conductrices on indique les valeurs nominales de toute une série de grandeurs:

Le courant direct nominal $I_{d,n}$ pour lequel l'échauffement de la structure monocristalline ne dépasse pas la valeur admissible en service continu. Les

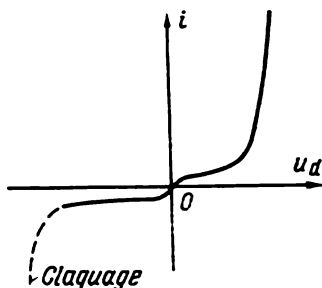


Fig. 18-4. Caractéristiques directe et inverse d'une diode semi-conductrice.

valeurs normalisées des courants nominaux pour les diodes de puissance sont les suivantes: 25, 50, 100, ..., 1000 A. L'industrie soviétique construit aussi des diodes semi-conductrices prévues pour des intensités plus élevées.

La tension inverse nominale $U_{i,n}$ qui peut être appliquée à la diode pendant un temps prolongé en sens bloquant. On a établi pour les diodes au silicium de divers types les valeurs suivantes des tensions inverses: 50, 100, 150, ..., 1000 V.

La chute de tension nominale $\Delta U_{d,n}$ est la chute interne de la soupape pour un courant nominal à la température ordinaire. Pour les divers types de diodes au silicium, la valeur de $\Delta U_{d,n}$ est comprise entre 0,4 et 1 V.

Les diodes semi-conductrices sont construites aussi bien pour des intensités très faibles de quelques milliampères que pour des intensités très élevées (les diodes de puissance de la série BKД).

La fig. 18-5, a représente à droite une diode BKД-500 prévue pour une intensité de 500 A et comportant un refroidisseur à ailettes améliorant son refroidissement et à gauche, la même diode sans refroidisseur. La fig. 18-5, b donne la représentation d'une diode semi-conductrice, utilisée dans les schémas.

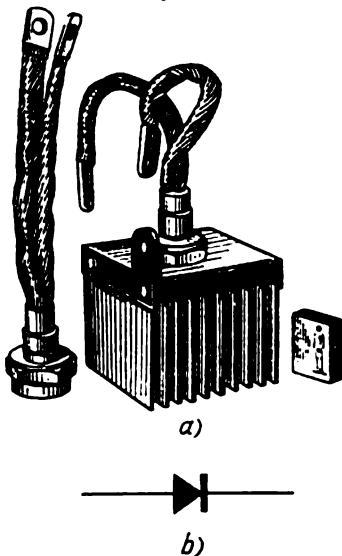


Fig. 18-5. Diodes semi-conductrices de puissance: a, diode de type BKД-500 sans et avec un refroidisseur à ailettes; b, représentation graphique

18-3. Transistors et thyristors

Pour la transformation d'énergie, dans la technique des semi-conducteurs de puissance on utilise largement des appareils appelés *thyristors* (diodes contrôlées) qui se débloquent et deviennent conducteurs lorsqu'une tension de polarité correspondante est appliquée à leur électrode de commande. Le thyristor reste conducteur après la coupure de la tension de commande pendant tout le temps

d'action de la tension de polarité donnée dans le circuit de charge comme ceci a lieu dans un redresseur commandé à vapeur de mercure et dans un thyatron.

Les thyristors ont été précédés par des *transistors* (triodes à cristal semi-conducteur) qui ont trouvé de nombreuses applications dans la radio-électronique mais ne sont utilisés que relativement peu dans les installations d'énergie à cause de leur économie insuffisante.

Les transistors possèdent une structure cristalline à trois couches du type *p-n-p* ou *n-p-n*. La couche médiane et l'électrode qui est connectée à cette couche

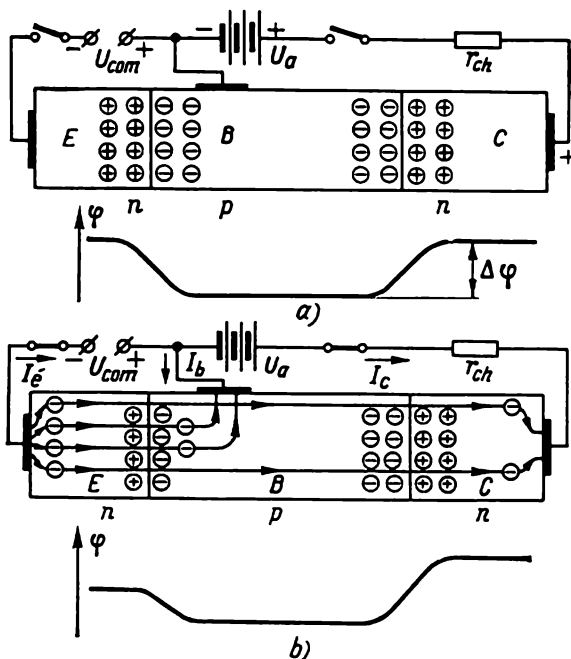


Fig. 18-6. Branchement d'un transistor dans le circuit électrique: *a*, transistor hors tension et répartition correspondante des potentiels dans les jonctions; *b*, transistor sous tension et répartition des potentiels dans les jonctions

s'appelle base (*B*) alors que la couche et l'électrode reliée à la base à travers le circuit de commande portent le nom d'émetteur (*E*) et la troisième couche et son électrode sont désignées sous le terme de collecteur (*C*). La fig. 18-6, *a* représente un transistor du type *n-p-n* monté à base commune dans lequel le circuit de base fait partie du circuit de charge et du circuit de commande. Dans un transistor du type *n-p-n*, le pôle positif de la source alimentant la résistance de charge r_{ch} est relié au collecteur et le pôle négatif à l'émetteur. Lorsque le transistor est mis sous la tension d'alimentation U_a , le courant qui le traversera sera relativement peu intense parce que le passage des électrons vers la zone *p* et des trous vers la zone *n* sera empêché par des barrières de potentiel élevées. Si maintenant une tension de commande U_{com} de polarité indiquée sur la fig. 18-6, *b* est appliquée à la base du transistor, la réduction de la hauteur de la barrière de potentiel de gauche aura pour résultat que le circuit émetteur-base sera parcouru par un courant dû au mouvement des électrons à travers l'émetteur vers la base et des trous à travers la base vers l'émetteur. Une partie des électrons se recombine avec des trous qui arrivent dans la base (deux électrons sur quatre représentés sur la figure), alors que la partie des électrons qui détermine le courant de

collecteur I_c est entraînée par le champ de la jonction de droite (deux électrons sur la figure). Pour augmenter le gain d'amplification en courant α égal au rapport du courant de collecteur I_c au courant d'émetteur I_e :

$$\alpha = I_c/I_e, \quad (18-1)$$

c'est-à-dire pour diminuer le nombre des électrons qui se recombinent avec les trous, la couche constituant la base doit être rendue suffisamment mince. Le courant de collecteur se trouve encore augmenté grâce aux trous qui passent dans la zone n de gauche et des électrons qui passent dans la zone de droite.

En faisant varier la tension de commande U_{com} ayant une valeur relativement petite, inférieure à celle de la barrière de potentiel $\Delta\phi$, on peut commander le courant dans le circuit de charge du transistor, alimenté sous une tension considérable U_a appliquée entre le collecteur et l'émetteur. Il en résulte une amplification considérable en tension et en puissance et, dans le cas où le transistor est monté en émetteur commun, également une amplification en courant parce que $I_b < I_c$.

Remarquons que les transistors sont caractérisés par une chute de tension notable dans la barrière de potentiel, ce qui détermine leur faible économie.

Les thyristors et les transistors sont généralement du type à jonction et la description de certains phénomènes que nous avons donnée plus haut est valable justement pour les appareils de ce type. Les transistors à pointes dans lesquels les contacts ponctuels sont réalisés entre les fils semi-conducteurs extrinsèques constituant l'émetteur et le collecteur et la couche de base ne sont utilisés que relativement peu.

Le thyristor également appelé thyatron solide ou redresseur commandé est caractérisé par une structure cristalline à quatre couches n et p alternées du type $n-p-n-p$. Les deux couches extrêmes sont appelées émetteurs p et n . Les électrodes reliées à ces émetteurs sont généralement désignées sous le nom d'anode et de cathode. Les deux couches médianes portent le nom de base p et de base n . L'électrode de base sur laquelle on fait agir la tension de commande s'appelle électrode de commande ou grille ou encore gâchette (fig. 18-7, *a*).

Lorsque le thyristor est mis hors tension, les charges d'espace qui existent de part et d'autre des jonctions entre les couches déterminent la présence de trois barrières de potentiel (fig. 18-7, *a*). Branchons maintenant un thyristor mis en série avec une résistance de charge r_{ch} sur sa tension d'alimentation U_a et appliquons à son électrode de commande une tension U_{com} .

La tension de commande U_{com} agit sur la jonction entre l'émetteur n et la base p dans le sens direct en réduisant la barrière de potentiel et en déterminant donc le déplacement des électrons de l'émetteur n vers la base p . Une certaine partie de ces électrons se recombine dans les couches du semi-conducteur et une autre partie passe librement vers l'émetteur dans le champ qui existe dans la deuxième jonction et à travers la barrière de potentiel réduite de la troisième couche comme il est montré par des flèches en trait continu sur la fig. 18-7, *b*. La tension de commande appliquée au thyristor réduit la barrière de potentiel de la première jonction. Le potentiel de la base n n'est pas fixé et de ce fait il diminue lorsque le thyristor est mis sous tension et, en présence d'une charge non compensée des électrons arrivant dans la base n , de sorte que la barrière de potentiel de la troisième jonction se trouve réduite elle aussi. Le diagramme des potentiels d'un thyristor mis sous tension se modifie par rapport au diagramme d'un thyristor débranché (fig. 18-7, *b*).

La réduction de la barrière de potentiel agissant sur la troisième jonction et la présence d'un champ électrique dans la deuxième jonction qui agit sur les trous de droite à gauche déterminent un déplacement plus intense des trous de l'émetteur p dans la base n où une partie de trous se recombine et une autre partie passe dans la base p , comme il est montré par des flèches en pointillé sur la fig. 18-7, *b*, en provoquant un mouvement des électrons en sens inverse. Grâce à l'injection des trous depuis l'émetteur p et l'injection des électrons dans la base p qui en résulte la tension de commande devient inutile et peut être coupée alors que le thyristor reste à l'état conducteur.

L'amorçage d'un thyristor peut également être obtenu par une élévation de la tension U_a dans le circuit de charge, la tension de commande étant coupée, lorsqu'il se produit un percement par avalanche de la jonction collectrice. Le

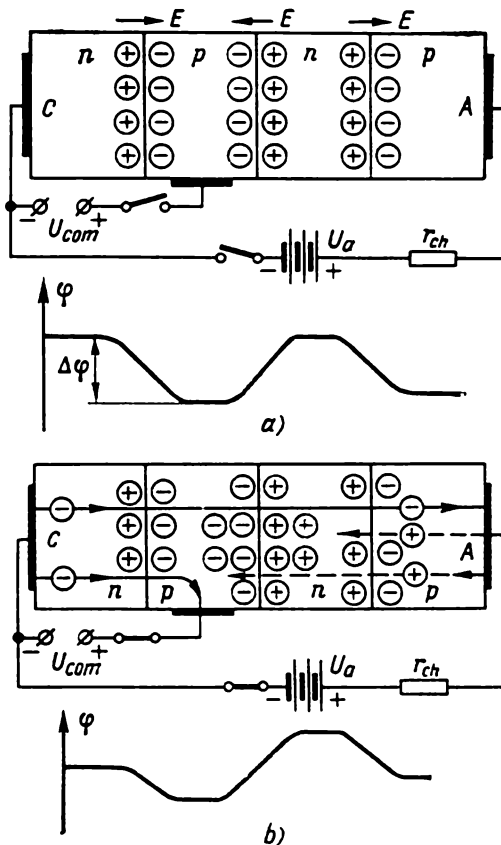


Fig. 18-7. Branchement d'un thyristor dans le circuit électrique: a, thyristor hors tension; b, thyristor sous tension

passage à l'état conducteur a lieu pour une tension U_{comm} dite tension de commutation ou de retournement, dont la valeur diminue lorsque le courant I_{com} de l'électrode de commande augmente. Pour une certaine valeur du courant de commande $I_{com,2}$, le passage sur la branche conductrice III se produit sans une augmentation notable de la tension U_a (fig. 18-8).

Tout comme pour les diodes les constructeurs donnent pour les thyristors les grandeurs nominales suivantes:

Le courant direct nominal $I_{a,n}$ pour lequel l'échauffement ne dépasse pas la valeur admissible pour le monocristal. Actuellement on construit des thyristors pour des courants atteignant plusieurs centaines d'ampères.

La tension nominale U_n qui peut être appliquée de façon continue dans le sens bloquant. Cette tension peut être inférieure à la tension U_{comm} pour $I_{com} = 0$. Les thyristors sont fabriqués pour les mêmes tensions inverses que celles admises pour les diodes (voir par. 18-2).

La tension de commande U_{com} et le courant de commande I_{com} doivent être compris entre les valeurs limites supérieures, qui sont déterminées par l'échauffement admissible du circuit de commande, et les valeurs limites inférieures,

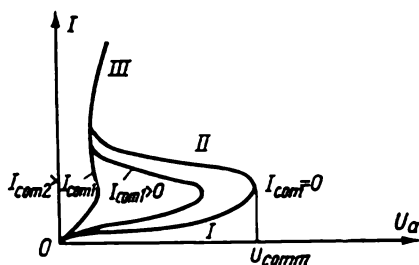


Fig. 18-8. Caractéristique directe d'un thyristor

qui assurent un déblocage certain du thyristor. Les valeurs limites dépendent de la température du thyristor et sont déterminées pour une tension anodique de l'ordre de quelques volts. Dans la gamme de température allant de -40°C à $+110^{\circ}\text{C}$, les valeurs limites supérieures de la tension sont généralement comprises entre 6 V et 20 V et les valeurs limites inférieures entre 0,8 V et 0,2 V.

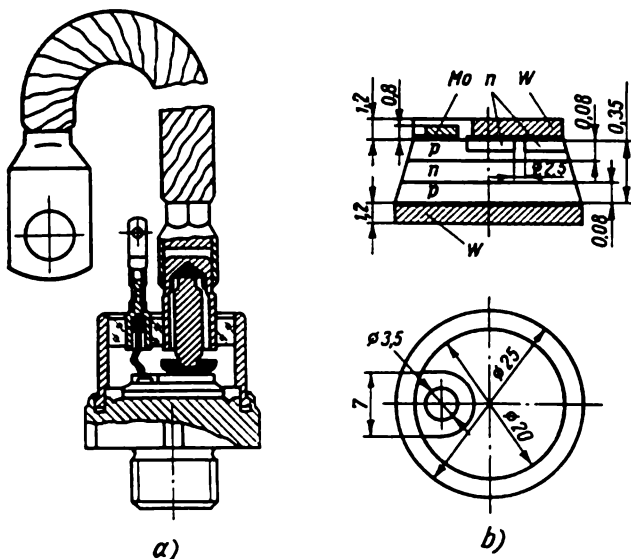


Fig. 18-9. Thyristor du type БКДУ-150: *a*, vue en coupe; *b*, disposition des couches

Le temps d'amorçage, c'est-à-dire la durée du temps d'application de la tension de commande nécessaire au basculement du thyristor à l'état conducteur ne dépasse généralement pas quelques dizaines de microsecondes, après quoi la tension de commande peut être coupée. Après la coupure de la tension anodique, le thyristor conducteur rétablit toutes ses propriétés d'une diode

commandée pendant un temps (appelé temps de désamorçage ou de coupure) qui va de quelques dizaines jusqu'à une centaine de microsecondes. La vitesse de croissance de courant dans les thyristors est d'ordinaire limitée par une valeur de l'ordre de quelques dizaines ou même de centaines d'ampères par microseconde. Parfois, pour limiter la vitesse avec laquelle s'accroît le courant, on place des inductances en série avec les thyristors.

La fig. 18-9, *a* représente en coupe un thyristor du type БКДУ-150 prévu pour un courant nominal $I_{a.n} = 150$ A et la fig. 18-9, *b* montre la disposition des couches du monocristal semi-conducteur. La connexion de sortie de l'électrode

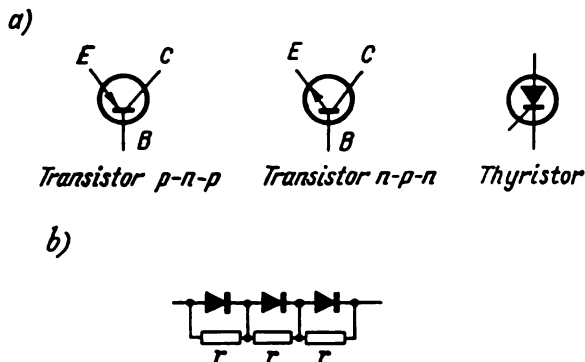


Fig. 18-10. Symboles graphiques des dispositifs à semi-conducteurs (*a*) et branchement des éléments redresseurs en série (*b*)

de commande est réalisée en fil fin de cuivre soudé sur une plaquette de molybdène. Pour la représentation des transistors et des thyristors dans les schémas on utilise les différents symboles indiqués sur la fig. 18-10, *a*.

Si les diodes ou les thyristors sont soumis à des tensions suffisamment élevées, ils peuvent être montés en série. Pour obtenir une répartition plus uniforme de la tension inverse entre les éléments redresseurs dont les paramètres peuvent différer de façon sensible l'un de l'autre, on utilise parfois des résistances branchées en dérivation et prévues pour des courants plusieurs fois supérieurs aux courants inverses des éléments (fig. 18-10, *b*). En vue d'assurer une répartition plus régulière des courants entre les éléments placés en parallèle, on prévoit parfois des résistances de petite valeur en les plaçant en série avec ces éléments.

On est en train d'étudier et de réaliser de nouveaux types de thyristors à caractéristiques améliorées et notamment des diodes à quatre couches et des diodes à cinq couches ainsi que des soupapes à commande complète, c'est-à-dire non seulement à déblocage mais aussi à blocage contrôlés.

18-4. Redresseurs à thyristors avec charge du côté du courant continu

Un des plus simples montages des redresseurs est le montage à deux alternances. Considérons un tel montage équipé de redresseurs commandés chargés sur une résistance ohmique r_{ch} pour $L = 0$ (fig. 18-11, *a*). Parfois, pour réduire le prix de revient du redresseur, on n'utilise les thyristors que dans deux bras du pont. Les courbes des tensions alternatives u_{ab} et u_{cd} agissant dans les sens passants du pont sont représentées sur la fig. 18-11, *b*. Si à un instant t_1 et à un angle de retard α l'électrode de commande est attaquée par une impulsion rectangulaire de tension u_{com} , le thyristor du bras correspondant passe à l'état conducteur et la résistance de charge r_{ch} est parcourue par un courant i_{rf} . Dans un cas idéal, la courbe de courant dans la résistance r_{ch} est pareille à celle de la tension u_{rf}

durant l'alternance considérée (fig. 18-11, b). Au cours de l'alternance suivante c'est le thyristor monté dans l'autre bras du pont qui devient conducteur si bien que la résistance de charge r_{ch} sera parcourue par un courant circulant dans le même sens. Pour des diodes non contrôlées les courbes de tension et de courant redressés sont représentées en trait pointillé.

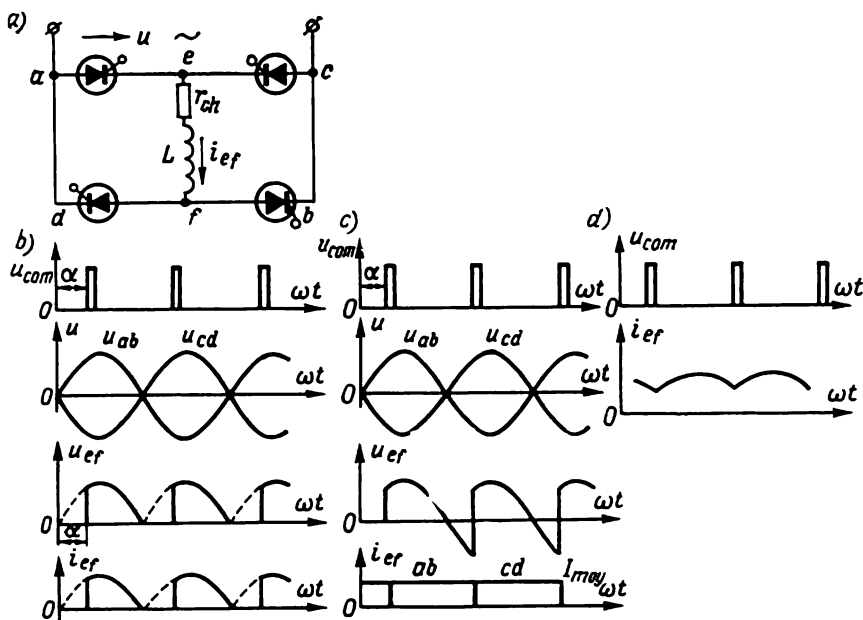


Fig. 18-11. Commande du courant de charge dans un redresseur monophasé à deux alternances en pont à thyristors : a, schéma de montage ; b, graphiques de tension et de courant de charge pour un récepteur purement résistif ; c, graphiques de tension et de courant pour un récepteur doué de forte inductance ; d, graphique de courant pour un récepteur doué de faible inductance

Le courant qui traverse la résistance r_{ch} est un courant intermittent. En négligeant une chute de tension relativement faible qui se produit dans les redresseurs, déterminons la valeur moyenne de la tension redressée U_{moy} développée dans la résistance r_{ch} en fonction de l'angle α :

$$U_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\pi} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U (1 + \cos \alpha), \quad (18-2)$$

où U est la valeur efficace de la tension du côté du courant alternatif.

Si l'inductance montée dans la diagonale du pont est suffisamment grande (théoriquement pour $L \rightarrow \infty$), le courant i_{ef} dans la diagonale du pont reste inchangé (fig. 18-11, c). Lorsque la tension u_{ab} , par exemple, devient négative, le courant i_{ef} parcourt le trajet $aefb$ sous l'action de la F.E.M. de self-induction dont la valeur est supérieure à celle de la tension u_{ab} . La valeur moyenne de la tension redressée u_{ef} doit être déterminée pour un intervalle de temps pendant lequel la valeur de ωt varie dans les limites de α à $\alpha + \pi$ (fig. 18-11, c) :

$$U_{moy} = \frac{1}{\pi} \int_{\alpha}^{\alpha+\pi} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha. \quad (18-3)$$

La valeur moyenne du courant redressé a pour expression

$$I_{\text{moy}} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{U}{r_{\text{ch}}} \cos \alpha. \quad (18-4)$$

Il résulte de ces expressions que la régulation de la tension redressée devient possible lorsque l'angle de retard α varie dans les limites de 0 à $\pi/2$. Pour $\alpha = \pi/2$ les valeurs moyennes du courant et de la tension sont nulles. Dans le cas d'une inductance relativement faible, le courant redressé peut être intermittent ou non, variant dans un laps de temps d'une impulsion à une autre (fig. 18-11, d). La valeur moyenne de la tension s'exprime dans ce cas par :

$$U_{\text{moy}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U [\cos \alpha - \cos (\alpha + \lambda)]. \quad (18-5)$$

Dans cette expression, l'angle λ est déterminé à partir de l'égalité

$$[\sin (\alpha + \lambda - \varphi) - \sin (\alpha - \varphi)] e^{-\frac{r_{\text{ch}}}{\omega L}} = 0,$$

où $\varphi = \text{arctg } \omega L / r_{\text{ch}}$ est le déphasage dans le circuit de charge pour la pulsation ω .

Les redresseurs à deux alternances peuvent également être réalisés d'après le schéma de la fig. 18-12 avec un transformateur à prise médiane sur le secondaire. Les phénomènes qui interviennent dans un tel redresseur ne diffèrent que très peu de ceux que nous venons de décrire. Ce montage se distingue par le fait que la commutation de la charge d'utilisation d'une moitié du secondaire de transformateur sur une autre se produit avec un certain retard qui est dû à l'inductance du flux de fuite du transformateur. Pendant le temps très court de commutation où les deux thyristors sont conducteurs, l'enroulement secondaire du transformateur se trouve mis en court-circuit.

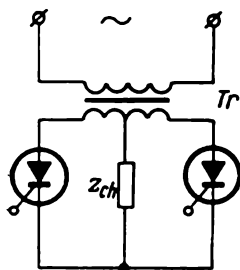


Fig. 18-12. Schéma d'un redresseur à thyristors en pont avec transformateur

Les redresseurs commandés à thyristors sont le plus souvent réalisés avec le réglage par action sur le secondaire des transformateurs, bien qu'on utilise aussi la régulation du côté du primaire. Les redresseurs peuvent être triphasés, hexaphasés et comporter un plus grand nombre de phases. Les montages les plus employés sont des montages en pont.

La fig. 18-13, a montre à titre d'exemple le schéma d'un redresseur commandé triphasé dont les thyristors sont montés en pont et la régulation s'effectue du côté secondaire du transformateur. Remarquons que toutes les six branches sont équipées de thyristors. C'est seulement dans le cas des redresseurs fonctionnant sur une charge ohmique qu'on utilise des montages dont le nombre de thyristors est réduit de moitié, la deuxième moitié étant remplacée par les diodes.

Pour un angle de retard égal à α , deux thyristors de la branche a15b du redresseur en pont fonctionnant sur une charge ohmique deviennent conducteurs à un certain instant (fig. 18-13, a). Au bout d'un temps égal à une sixième partie de la période, l'impulsion de commande sera appliquée au thyristor 6 si bien que la charge d'utilisation sera commutée sur la branche a76c parce que la tension u_{ac} deviendra supérieure à la tension u_{ab} . Puis l'impulsion de commande sera appliquée au thyristor 2 et la charge sera connectée sur la branche b26c parce que la tension u_{bc} deviendra supérieure à u_{ab} et ainsi de suite. La fig. 18-13, b montre les courbes de tensions simples u_a , u_b et u_c aux bornes du secondaire du transformateur et la fig. 18-13, c indique la courbe du courant redressé i pour une certaine valeur de l'angle α comptée à partir de la valeur de l'angle ωt au point c de commutation naturelle où serait produite la commutation des redresseurs non commandés.

Pour les tensions et les courants des redresseurs polyphasés on peut obtenir des expressions pareilles à (18-2), (18-3) et (18-4). Dans le cas d'un redresseur non commandé, chacune des diodes n'est conductrice que pendant le temps correspondant à la variation de l'angle ωt dans les limites de $(\pi/2 - \pi/m)$ à $(\pi/2 +$

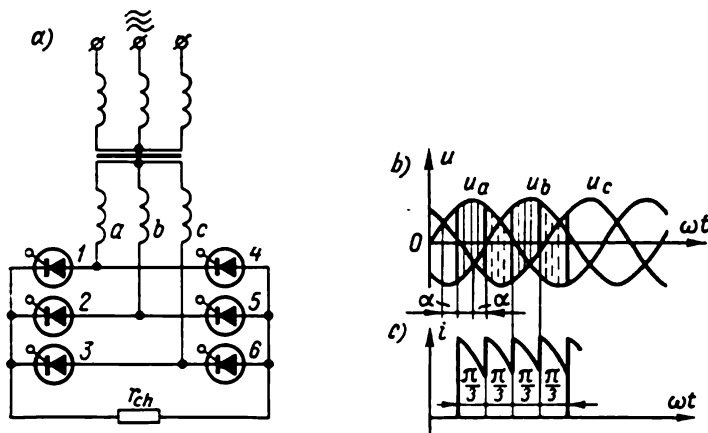


Fig. 18-13. Redresseur triphasé à deux alternances en pont à thyristors: *a*, schéma de montage; *b*, graphique de tensions; *c*, graphique de courant dans une charge résistive

$+\pi/m)$ (fig. 18-13), m étant le nombre de phases (pour les montages en pont, m est égal au double de phases). C'est pourquoi la tension redressée a pour valeur moyenne

$$U_{\text{moy}} = \frac{1}{2\pi/m} \int_{(\pi/2) - (\pi/m)}^{(\pi/2) + (\pi/m)} \sqrt{2} U \sin \omega t d\omega t = \frac{\sqrt{2} U}{\pi/m} \sin \frac{\pi}{m}, \quad (18-6)$$

où U est la valeur efficace de la tension dans le circuit du redresseur.

Pour un redresseur triphasé on a: $U = \sqrt{3} U_{\text{ph}}$, U_{ph} étant la valeur efficace de la tension de phase.

Pour un redresseur commandé nous obtenons

$$U_{\text{moy}} = \frac{\sqrt{2} U}{\pi/m} \sin \frac{\pi}{m} \cos \alpha, \quad (18-6a)$$

où α est l'angle de retard.

Pour aplanir les ondulations du courant dans le circuit de charge, on a généralement recours à des inductances de lissage. Lorsqu'une inductance est suffisamment grande, la valeur moyenne du courant I_{moy} du côté du courant continu a pour expression:

$$I_{\text{moy}} = U_{\text{moy}} / r_{\text{ch}}. \quad (18-7)$$

La valeur moyenne du courant de phase du côté alternatif s'exprime par

$$I_{\text{ph.moy}} = I_{\text{moy}} / m, \quad (18-8)$$

où m est le nombre de phases aussi bien pour les montages en pont que pour d'autres montages.

Remarquons que pour un redresseur commandé monté en pont on a

$$U_{\text{moy}} = \frac{\sqrt{2} \sqrt{3} U_{\text{ph}}}{\pi/6} \sin \frac{\pi}{6} \cos \alpha = 2,34 U_{\text{ph}} \cos \alpha.$$

Les expressions des tensions ont été déduites en négligeant la chute de tension dans le redresseur. Les tensions calculées à l'aide de ces expressions doivent être diminuées de la chute de tension ΔU_{red} dans le redresseur, cette chute pouvant être considérée comme invariable, c'est-à-dire indépendante de la charge.

18-5. Notions sur les systèmes thyristor-moteur à courant continu

Le réglage de la vitesse des moteurs à courant continu à excitation séparée se fait le plus couramment par variation de la tension appliquée aux bornes de l'induit. Jusqu'aux années quarante et cinquante on utilisait à cette fin presque exclusivement les groupes génératrice-moteur alors qu'actuellement on commence à utiliser de plus en plus largement des dispositifs à thyristors.

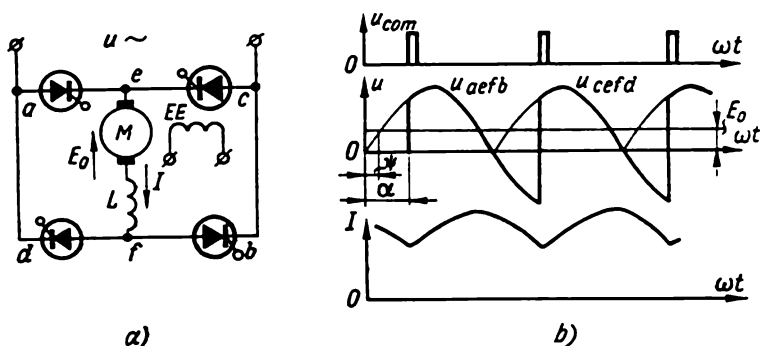


Fig. 18-14. Système redresseur monophasé en pont à thyristor-moteur à courant continu: a, schéma de montage; b, graphiques de tension et de courant dans le circuit du moteur

Considérons le réglage de la vitesse d'un moteur à courant continu M monté du côté continu d'un redresseur monophasé (deux alternances) équipé de thyristors montés en pont (fig. 18-14, a). Le moteur possède un enroulement d'excitation séparée EE qui est alimenté sous une tension constante en provenance d'une source extérieure. Pour aplanir les ondulations du courant redressé, on place en série avec le moteur une bobine ayant une inductance L suffisamment grande. Si l'inductance de la bobine est importante, on peut négliger les ondulations du courant I_{moy} dans le circuit d'induit et ce courant peut être considéré comme pratiquement constant. Supposons également que la vitesse de rotation du moteur change peu au cours de la période. Une telle description simplifiée du fonctionnement du système sera donnée pour le cas où le redresseur commandé est alimenté depuis un réseau suffisamment puissant, ce qui permet de négliger le temps de commutation de la charge d'une branche sur une autre.

Pour une vitesse constante du moteur il convient d'admettre que le redresseur fonctionne sur une charge caractérisée par une force contre-électromotrice F.E.M. de valeur constante:

$$E_0 = E_m + I r_{ind} + \Delta U_{red}, \quad (18-9)$$

où $E_m = c_e n$ est la F.E.M. du moteur; $I r_{ind}$ la chute de tension constante dans le circuit d'induit y compris la bobine; ΔU_{red} la chute de tension dans le redresseur.

L'angle ψ pour lequel le courant serait commuté d'une branche sur une autre s'appelle dans le cas d'un redresseur non commandé angle de retard naturel (fig. 18-14, b). L'angle de retard α pour lequel l'impulsion agit sur l'électrode

de commande peut être inférieur ou supérieur à l'angle ψ (fig. 18-14, b). A l'instant où est appliquée l'impulsion de commande, la charge se trouve commutée d'une branche sur une autre, par exemple de la branche $aefb$ sur la branche $cefd$, étant donné que la somme des tensions $u - E_0$ agissant dans le sens passant dans la branche mise en œuvre devient plus grande. On voit sur la fig. 18-14, b que le courant dans le circuit commence à croître légèrement à partir de l'instant où $u - E_0 > 0$ et décroît lorsque $u - E_0 < 0$.

Pour une valeur donnée de la vitesse de rotation du moteur $n = E_m/c_\phi$ et un courant de charge $I = M_c/c_m$ [voir l'expression (15-1)] on détermine la relation entre l'angle de retard α et la F.E.M. du moteur en partant de la condition que la F.E.M. est égale à la valeur moyenne de la tension redressée (18-3) et (18-9):

$$\frac{2\sqrt{2}}{\pi} U \cos \alpha = E_0 = E_m + Ir_{\text{ind}} + \Delta U_{\text{red}}. \quad (18-10)$$

Une diminution de l'inductance dans le circuit d'induit, aura pour effet des variations de plus en plus grandes du courant pendant la période de sorte que pour $L \rightarrow 0$ le courant peut devenir intermittent, ce qui n'est admissible que pour des moteurs d'entraînement de faible puissance. La diminution de l'inductance aura aussi pour résultat une augmentation de l'angle de retard pour lequel la tension redressée devient nulle.

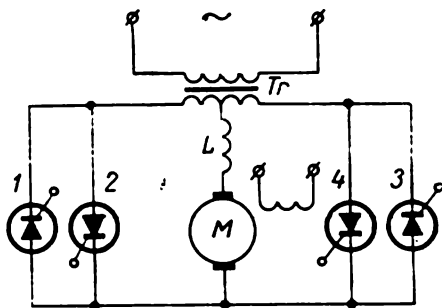


Fig. 18-15. Schéma de commande d'un moteur à courant continu à deux sens de rotation au moyen d'un redresseur monophasé en pont à thyristors

Lorsque l'inductance placée dans le circuit d'induit est suffisamment grande, la tension redressée devrait changer de signe pour $\alpha > \pi/2$, comme il en résulte de l'expression (18-10). Or, dans le montage considéré cela est impossible (fig. 18-14, a). Le redresseur ne peut laisser passer que des courants ayant le sens précédent dans la portion du circuit alimentant le moteur, c'est-à-dire de e à f . Si lors du fonctionnement en moteur le courant traverse la branche ef dans le sens opposé à la F.E.M. alors, pour $\alpha > \pi/2$, le courant devra circuler dans le même sens que pour $\alpha < \pi/2$, et la F.E.M. E_m du moteur devra changer de signe et agir donc dans le sens de passage du courant. Une telle situation caractérise le freinage avec récupération de l'énergie au réseau lorsque le courant d'induit du moteur circule dans le sens d'action de sa F.E.M. et l'énergie accumulée par le moteur est restituée au réseau. Par conséquent si le moteur tourne dans le sens opposé à celui représenté sur la fig. 18-14, a, il se produirait pour $\alpha > \pi/2$ un freinage avec récupération. Ce régime de fonctionnement est désigné sous le nom d'inversion dépendante, c'est-à-dire conversion inverse du courant continu en courant alternatif. Il s'ensuit des raisonnements développés plus haut que pour réaliser l'inversion du sens de marche d'un moteur d'entraînement ainsi que pour obtenir un freinage avec récupération, il est nécessaire de mettre en œuvre une double quantité de thyristors comme il est montré

pour le schéma de redressement à deux alternances à transformateur (fig. 18-15). Lorsque le moteur tourne dans un sens, ce sont les thyristors 1 et 3 qui conduisent pour $0 < \alpha < \pi/2$, et le freinage avec récupération est obtenu par le passage aux thyristors 2 et 4 pour $\pi/2 < \alpha < \pi$. La rotation du moteur en sens inverse est obtenue par la mise en œuvre des thyristors 2 et 4, le freinage avec récupération étant assuré par le passage aux thyristors 1 et 3.

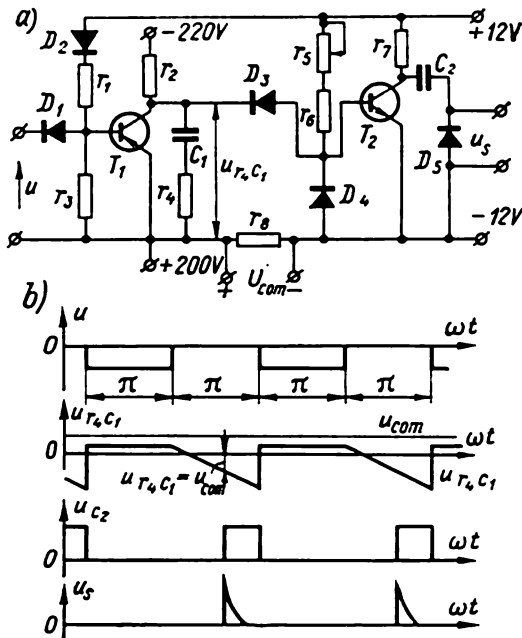


Fig. 18-16. Commande d'une voie d'un redresseur à deux alternances: a, circuit formeur d'impulsions de commande; b, diagrammes temporels des tensions sur les organes du montage

En plus des procédés de commande que nous venons de décrire, on utilise aussi la commande par thyristors du côté primaire des transformateurs alimentant les moteurs d'entraînement.

Pour la commande des thyristors, c'est-à-dire pour la formation à des instants de temps appropriés des impulsions de commande, on peut faire usage de divers dispositifs: dispositifs électromagnétiques équipés d'amplificateurs magnétiques et de transformateurs, dispositifs à thyristors de faible puissance, dispositifs à transistors et autres. Les plus employés sont des montages à transistors dont l'un sera considéré plus loin.

La commande peut s'effectuer aussi bien suivant le principe horizontal que suivant le principe vertical. En cas de commande horizontale, la tension alternative peut être déphasée (« horizontalement ») à l'aide d'un déphaseur (voir par. 5-9) généralement dans les limites de 0 à π . Les tensions issues des déphaseurs, par exemple, dans le cas d'un redresseur triphasé en pont, six tensions déphasées de $\pi/3$ l'une par rapport à l'autre, sont injectées dans un circuit formeur qui fournit des impulsions de commande de durée suffisante.

On emploie plus souvent le principe de commande vertical dans lequel l'impulsion de commande est mise en forme à des instants où la tension de commande devient égale à une tension en dent de scie linéairement croissante.

La fig. 18-16, *a* montre un tel schéma pour une voie de commande d'un redresseur à deux alternances. A l'entrée de ce montage on fait agir une tension alternative u sous forme d'impulsions rectangulaires de durée π (fig. 18-16, *b*). Lorsque la diode d'entrée D_1 devient conductrice, une tension négative se trouve appliquée pendant une demi-période à la base du transistor T_1 stabilisé au moyen des résistances r_1 et r_2 et de la diode D_2 , si bien que le transistor T_1 passe à l'état conducteur. La tension u_{r_4C} agissant sur le circuit r_4C_1 est relativement petite pendant la partie conductrice de la demi-période. Lorsque la tension agissant sur la base du transistor T_1 devient nulle, le courant du transistor diminue et la tension négative appliquée à la base du transistor T_2 commence à croître de façon pratiquement linéaire si la constante de temps r_4C_1 est relativement grande. La tension résultante agissant sur la base du transistor T_2 de type $n-p-n$ est égale à la différence de la tension de commande u_{comm} et de la tension négative u_{r_4C} obtenue à la sortie du transistor T_1 . A l'instant où cette tension tombe jusqu'à zéro, le transistor T_2 se bloque et la tension u_{C_2} obtenue à sa sortie s'accroît brusquement. Il en résulte aux bornes de la diode D_3 montée en série avec C_2 une impulsion de tension de sortie u_s , qui peut être amplifiée si c'est nécessaire (fig. 18-16, *b*).

Dans le montage considéré (fig. 18-16, *a*), la diode D_4 est destinée à limiter la tension négative appliquée à la base du transistor T_2 , la diode D_5 a pour fonction d'empêcher le court-circuit de la source de tension de commande à travers le condensateur C_1 déchargé ou le transistor T_1 saturé et enfin la diode D_3 sert à limiter la valeur de l'impulsion de sortie.

L'industrie soviétique produit des ensembles complets des redresseurs commandés à thyristors. C'est ainsi par exemple que le redresseur triphasé БАКЭП 67-230P est destiné à alimenter des moteurs d'entraînement à courant continu à deux sens de rotation d'une puissance de 67 kW. La tension composée de 320 V du côté alternatif devient égale à 230 V du côté continu. Ce redresseur possède deux jeux complets de thyristors. L'un d'eux sert à commander le moteur lors de sa rotation dans le sens des aiguilles d'une montre et pour le freinage avec récupération en cas de rotation en sens inverse. Le deuxième jeu de thyristors est destiné à commander le moteur lorsqu'il tourne en sens inverse des aiguilles d'une montre et à assurer le freinage avec récupération lors de sa rotation dans le sens des aiguilles d'une montre.

18-6. Notions sur les convertisseurs de fréquence à thyristors

La vitesse des moteurs asynchrones triphasés peut être réglée d'une façon stable par action sur la fréquence de la source d'alimentation (voir par. 15-4). Les systèmes de commande utilisant des moteurs asynchrones à vitesse réglable offrent toute une série d'avantages sur les systèmes à courant continu et en premier lieu en ce qui concerne le prix de revient et la sécurité de fonctionnement. Or, de tels systèmes équipés de convertisseurs rotatifs de fréquence n'ont pas reçu d'application à cause du prix élevé et de fortes pertes dans les machines utilisées pour la conversion. Quant aux convertisseurs à soupapes ioniques, ils se sont avérés peu sûrs et peu économiques. C'est seulement ces derniers temps qu'on commence à employer de plus en plus largement des systèmes de conversion de fréquence à l'aide de thyristors.

Les convertisseurs doivent assurer non seulement un changement de fréquence mais aussi un réglage correspondant de la tension qui doit être en première approximation proportionnelle à la fréquence (voir par. 15-4). Ils doivent également assurer une reproduction presque sans distorsion de la forme sinusoïdale de la courbe de tension convertie.

Un convertisseur direct de courant alternatif triphasé de fréquence f_1 en courant alternatif monophasé de fréquence f_2 comporte deux jeux du thyristor qui permettent de commuter la charge de la tension d'un sens sur la tension de sens opposé (fig. 18-17, *a*). Les thyristors sont montés au côté secondaire du transformateur comportant les enroulements abc . La charge d'utilisation z_{ch}

est connectée entre le point neutre du transformateur et le point milieu de la bobine L servant à aplanir les ondulations de la tension alternative et à limiter l'intensité du courant lorsque les thyristors des phases différentes de deux groupes sont à l'état conducteur. Le problème du changement de nombre de phases est le plus facile à résoudre en cas d'une charge ohmique. Supposons qu'on demande de réduire de quatre fois la fréquence f_1 d'un courant alternatif. Pour y arriver, on doit appliquer, pendant la durée de deux périodes $2T_1$ de la tension d'alimentation, les impulsions de commande sur les thyristors du premier groupe dans

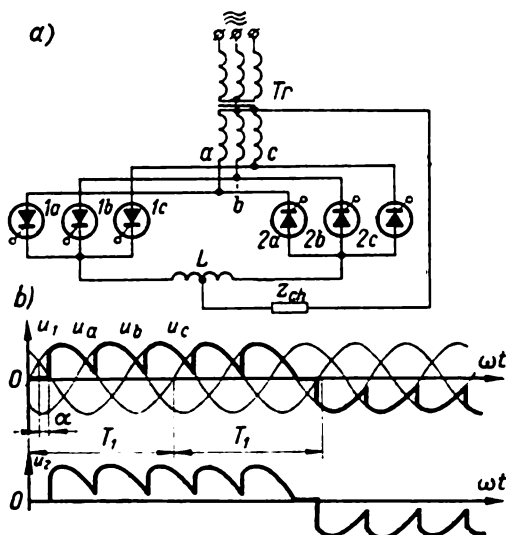


Fig. 18-17. Convertisseur direct de fréquence à thyristors: a, schéma de montage; b, graphiques de tensions à l'entrée et à la sortie du convertisseur

l'ordre suivant par exemple: $1a, 1b, 1c, 1a, 1b$. Pendant les deux périodes suivantes les impulsions de commande doivent être injectées dans les thyristors du deuxième groupe dans l'ordre suivant: $2b, 2c, 2a, 2b, 2c, 2a$ (fig. 18-17, b). La courbe de la tension u_2 de fréquence réduite est représentée pour un certain angle de retard α sur la fig. 18-17, c. Le premier harmonique, c'est-à-dire la fréquence fondamentale de la tension u_2 est égale à $f_2 = f_1/4$. Dans le cas général d'un récepteur présentant de la résistance et de l'inductance, le courant est en retard sur la tension. C'est pourquoi à la fin des demi-périodes la tension convertie doit changer de sens pour le même sens du courant, ce qui correspond au régime de transformation continu-alternatif. Cela signifie qu'avant de passer au deuxième groupe, par exemple, il faut faire fonctionner les thyristors du premier groupe pendant un certain temps en onduleurs.

Les convertisseurs directs de fréquence sont généralement utilisés pour le réglage de la fréquence f_2 de la tension convertie dans les limites de zéro jusqu'à une fréquence approximativement égale à $1/4 f_1$.

Pour les moteurs d'entraînement à vitesse réglable on utilise largement des convertisseurs à redresseurs qui permettent aussi bien d'élever que d'abaisser la fréquence de la source d'alimentation. Dans ces convertisseurs de fréquence le courant redressé unidirectionnel est transformé au moyen d'un onduleur en courant alternatif de fréquence requise. Entre le redresseur et l'onduleur on place un filtre LC monté généralement en Γ à entrée sur inductance (voir le schéma synoptique de la fig. 18-18).

Ce filtre a pour mission de réduire les distorsions de la courbe de tension alternative et d'assurer la réversibilité de la cellule à courant continu. La capacité faisant partie du filtre constitue un réservoir d'énergie qui est soit accumulée si la puissance consommée pendant une partie de la période se trouve inférieure à la puissance fournie, soit restituée si la puissance consommée dépasse la puissance fournie.



Fig. 18-18. Schéma synoptique d'un convertisseur de fréquence à redresseur

Indiquons à titre d'exemple que le convertisseur industriel du type ПАКР-40-230 assure, pour une fréquence nominale $f = 50$ Hz, le réglage de la fréquence dans les limites de 10 à 50 Hz.

COMMANDE DES MOTEURS ÉLECTRIQUES D'ENTRAÎNEMENT

19-1. Types des schémas de commande automatique

Tous les éléments des systèmes de commande automatique sont représentés sur les schémas dans la position de repos, c'est-à-dire celle où tous les interrupteurs et disjoncteurs sont ouverts, les bobines ne sont parcourues par aucun courant, les machines électriques sont à l'arrêt et les mécanismes sont dans la position de départ. Pour les systèmes de commande automatique on utilise trois types de schémas : les schémas de principe, les schémas développés et les schémas de câblage ou de connexions (qu'on appelle aussi schémas de montage).

Sur les *schémas de principe*, les enroulements, les contacts et les autres organes de chaque machine ou appareil sont figurés en un seul endroit sans égard à leur groupement réel. Seules sont représentées sur ces schémas les connexions nécessaires pour faire comprendre le principe de fonctionnement de l'installation (cf. par exemple fig. 14-36). Lorsque les schémas construits selon ce principe deviennent assez compliqués, on a parfois de difficulté à suivre le fonctionnement de certains éléments.

Pour permettre de comprendre le principe et la suite de fonctionnement de divers éléments, on construit des *schémas développés* sur lesquels les organes d'une machine ou d'un appareil sont dissociés de manière à rendre plus facile la lecture du schéma (cf. par exemple fig. 16-52). Les éléments et les conducteurs faisant partie des circuits de puissance sont figurés en traits forts et ceux appartenant aux circuits de commande en traits fins. Chacun des circuits de commande est tracé comme un circuit unifilaire entre les barres de la source d'alimentation. Sur les schémas complexes, les organes et les conducteurs reliant les appareils et les contacts sont repérés au moyen d'un groupe de chiffres ou d'un groupe comprenant des lettres et des chiffres. C'est ainsi par exemple que la désignation *B2* signifie le deuxième conducteur allant au contact de blocage. Tous les éléments constitutifs d'un appareil quelconque sont désignés par un seul et même symbole littéral. Les éléments identiques d'un même appareil se distinguent par des chiffres différents figurant dans leur désignation (par exemple les contacts auxiliaires *3CAV*, *4CAV* d'un contacteur « Avant »).

Sur les *schémas de montage*, tous les appareils et tous les conducteurs et câbles reliant les éléments de l'installation sont représentés comme dans la réalité, à leurs emplacements respectifs. Les schémas de câblage sont difficiles à lire, mais ils sont très commodes pour le montage, le service et le dépannage. La fig. 19-1 montre le schéma de montage d'un démarreur correspondant au schéma développé de la fig. 16-49.

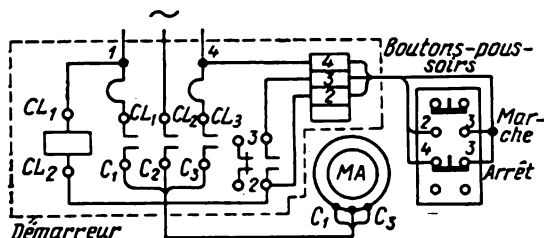


Fig. 19-1. Schéma de montage d'un démarreur

C'est en étudiant tous les trois types de schémas qu'on peut se faire une idée complète et précise du système réel de commande automatique.

19-2. Principe de commande automatique du démarrage des moteurs électriques

La commande de moteurs électriques d'entraînement comporte l'exécution des opérations suivantes : le démarrage, le réglage de la vitesse, le freinage, l'arrêt, l'inversion du sens de rotation, ainsi que le maintien du régime de fonctionnement déterminé conformément aux exigences du processus technologique. La commande est dite : a) *manuelle*, si toutes les opérations sont exécutées par manœuvre des appareils de commutation les plus simples (interrupteurs, combineteurs, etc.) sur lesquels agit directement l'homme (l'opérateur) ; b) *automatique*, lorsqu'elle remplit d'elle-même ses fonctions sans intervention directe de l'opérateur ; c) *semi-automatique*, lorsque l'intervention de l'opérateur est limitée à certaines opérations. Actuellement, la méthode de commande la plus répandue pour les moteurs électriques industriels est la commande automatique.

D'après le type d'appareils utilisés pour le réglage, on peut classer les systèmes de commande automatique comme suit : 1) systèmes à relais et contacteurs ; 2) systèmes à amplificateurs (tournants, électroniques, à thyratrons, magnétiques, à semi-conducteurs) ; 3) systèmes à convertisseurs (tournants, ioniques, à semi-conducteurs) ; 4) systèmes combinés.

Le démarrage des moteurs électriques, qui est l'opération la plus répandue, peut être réalisé : 1) en fonction de la vitesse ; 2) en fonc-

tion du courant ; 3) en fonction du temps ; 4) en fonction de la position d'un mobile.

Le premier procédé est basé sur une mesure directe ou indirecte de la vitesse. La méthode la plus simple et la plus sûre permettant de contrôler de façon indirecte la vitesse d'un moteur consiste à mesurer des grandeurs proportionnelles à la vitesse. Ces grandeurs sont la F.E.M. dans l'enroulement d'induit d'un moteur à courant continu et la fréquence de la F.E.M. induite dans les enroulements rotoriques des moteurs à courant alternatif.

Commande en fonction de la F.E.M. Lorsque le démarrage d'un moteur est commandé en fonction de la F.E.M., les contacteurs ou

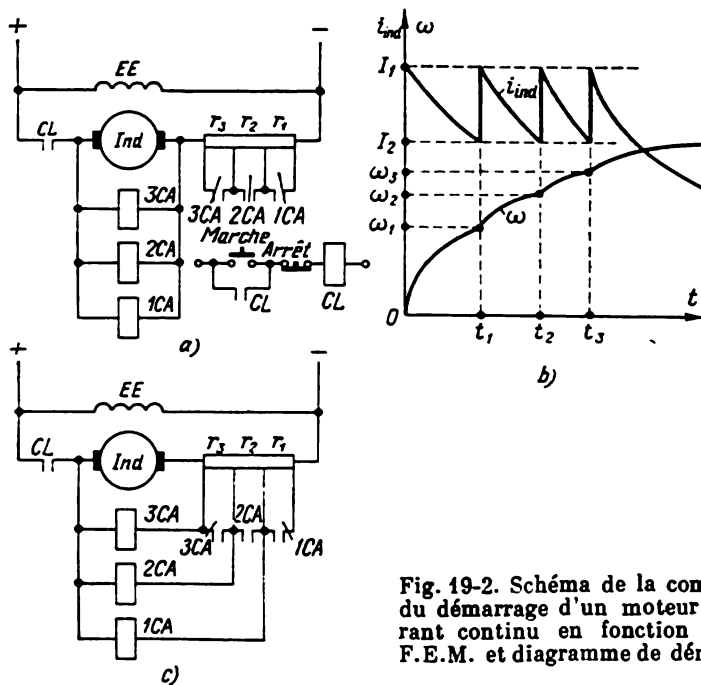


Fig. 19-2. Schéma de la commande du démarrage d'un moteur à courant continu en fonction de la F.E.M. et diagramme de démarrage

les relais d'accélération viennent au travail suivant la variation de la F.E.M. du moteur au cours de sa mise en vitesse. L'enclenchement du bouton-poussoir « Marche » (fig. 19-2, a) produit le fonctionnement du contacteur de ligne CL qui assure le branchement du moteur sur le réseau d'alimentation, toute la résistance de démarrage étant mise en circuit. En même temps, un contact auxiliaire shunte le bouton de « Marche » en assurant l'auto-alimentation du contacteur de sorte que ce bouton peut être relâché. Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, la F.E.M. induite dans l'enroulement de l'induit augmente, le courant d'induit diminue et la tension entre ses bornes croît. A une vitesse de rotation ω_1 déterminée (fig. 19-2, b),

Commande en fonction de la fréquence. Ce principe de commande peut être commodément expliqué sur l'exemple du démarrage en asynchrone d'une machine synchrone (fig. 19-3). Lorsqu'on appuie

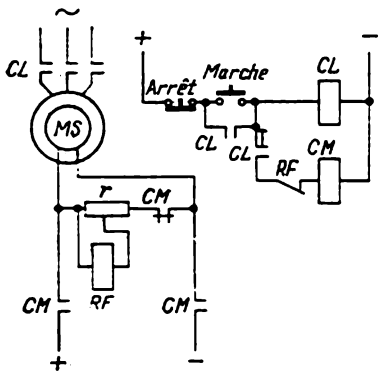


Fig. 19-3. Schéma de commande du démarrage d'une machine synchrone en fonction de la fréquence

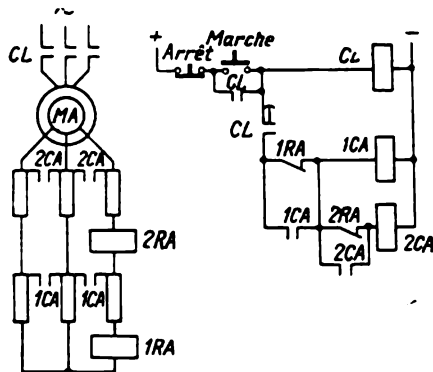
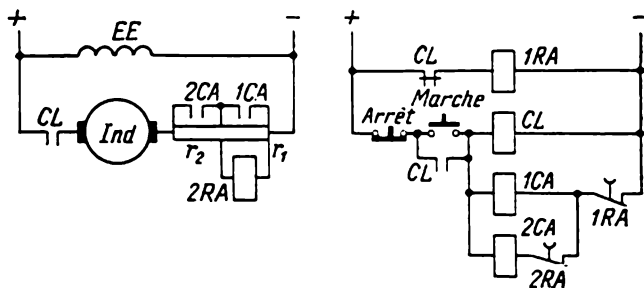


Fig. 19-4. Schéma de commande du démarrage d'un moteur asynchrone en fonction du courant

603

Commande en fonction du courant. Le schéma de commande du démarrage d'un moteur asynchrone à rotor bobiné (à bagues) en fonction du courant est représenté sur la fig. 19-4. En poussant le bouton « Marche », on fait fonctionner le contacteur de ligne *CL* qui applique la tension d'alimentation à l'enroulement statorique du moteur et shunte en même temps le bouton enclenché. Le courant de démarrage de forte intensité qui apparaît dans le rotor provoque le fonctionnement des relais d'accélération *IRA* et *2RA* qui ouvrent leurs contacts. Cela permet d'empêcher l'enclenchement des contacteurs *ICA* et *2CA* après la fermeture, avec un retard, du contact *CL*. Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse, le courant dans le rotor diminue et lorsqu'il atteint une certaine valeur, l'armature du relais *IRA* décolle. Il en résulte l'enclenchement du contacteur *ICA* qui shunte le premier échelon de la résistance de démarrage en même temps que le relais *IRA*. Après avoir subi un accroissement de courte durée, le courant dans le rotor commence à décroître jusqu'au relâchement du relais *2RA*. Le déclenchement de ce dernier provoque le fonctionnement du contacteur *2CA* et donc l'élimination du deuxième échelon de la résistance de démarrage.

Commande en fonction du temps. L'enclenchement des contacteurs d'accélération peut être effectué à des instants de temps bien



déterminés où le courant de démarrage décroît jusqu'à une valeur voulue. Le schéma d'un tel démarrage d'un moteur à courant continu est représenté sur la fig. 19-5. La fermeture du circuit de commande produit le fonctionnement du relais d'accélération *IRA* qui ouvre son contact et empêche l'application de la tension d'alimentation

aux contacteurs d'accélération *1CA* et *2CA*. Lorsqu'on appuie sur le bouton « Marche », le contacteur *CL* branche l'induit du moteur sur le réseau d'alimentation et coupe le circuit du relais *1RA*. La chute de tension développée par le courant de démarrage dans la résistance r_1 provoque le fonctionnement du relais *2RA* qui ouvre son contact. Le contact du relais *1RA* se ferme après un retard déterminé et le contacteur *1CA* shunte l'échelon r_1 en même temps que le relais *2RA*. Ce dernier ferme son contact, également avec un retard déterminé, ce qui assure le shuntage de la résistance r_2 .

La commande en fonction du temps est largement employée pour les moteurs d'entraînement modernes aussi bien à courant continu qu'à courant alternatif grâce à ses avantages qui sont les suivants : la simplicité du montage, une bonne sécurité et stabilité de fonctionnement vis-à-vis des variations de la charge et de la tension du réseau d'alimentation.

Commande en fonction de la position d'un mobile. Ce mode de commande est basé sur l'emploi des interrupteurs (contacteurs)

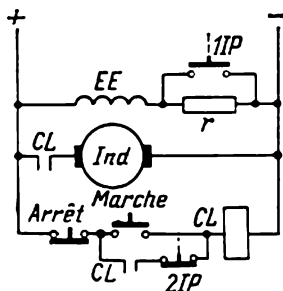


Fig. 19-6. Élément du schéma de commande d'un moteur à courant continu en fonction de la position de l'organe entraîné

de position et des interrupteurs de fin de course qui agissent sur les appareils de commande des moteurs d'entraînement en fonction de la position atteinte par l'organe entraîné. La fig. 19-6 représente un élément du schéma qui assure le mouvement de l'appareil d'utilisation sur deux tronçons à des vitesses différentes et son arrêt à la fin de sa course. La vitesse de l'organe entraîné sur le premier tronçon est la plus grande parce que le circuit de l'enroulement d'excitation comporte une résistance r et le flux magnétique du moteur est peu intense. A la fin de ce tronçon, l'interrupteur de position *1IP* ferme son contact, la résistance r se trouve éliminée et le flux magnétique du moteur s'accroît si bien que le deuxième tronçon de la course est parcouru à une vitesse réduite. Lorsque l'organe entraîné atteint sa position de fin de course normale, c'est l'interrupteur de fin de course *2IP* qui ouvre son contact de sorte que le contacteur de ligne *CL* se déclenche et le moteur s'arrête.

19-3. Principes de commande automatique du freinage des moteurs électriques

Freinage avec récupération. Pour qu'un moteur électrique d'entraînement commence à fonctionner comme un frein en renvoyant l'énergie au réseau d'alimentation, il est nécessaire qu'il soit mis en rotation par l'appareil d'utilisation à une vitesse supérieure à celle de sa marche à vide. Dans le cas des moteurs à courant continu on y arrive généralement en diminuant la tension de la source d'énergie ; la F.E.M. de l'induit devient supérieure à la tension de la

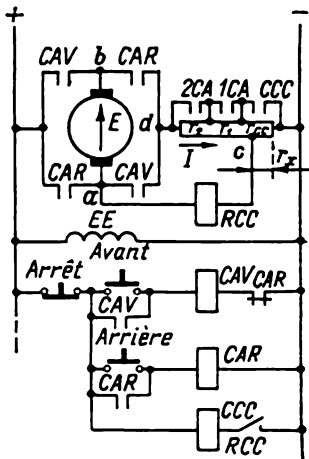


Fig. 19-7. Schéma du freinage par contre-courant d'un moteur à courant continu

sources si bien que le moteur se met à fonctionner comme génératrice. Pour les moteurs asynchrones à plusieurs vitesses, un tel freinage peut être réalisé en commutant l'enroulement statorique sur un plus grand nombre de pôles. Après cette opération, le champ magnétique de la machine commence à marcher en génératrice.

Freinage par contre-courant. Ce mode de freinage est d'un emploi très répandu pour les moteurs à courant continu et à courant alternatif, surtout dans les ensembles d'entraînement à deux sens de rotation lorsque le freinage et l'arrêt d'un moteur sont suivis de sa mise en route en sens inverse. La fig. 19-7 représente le schéma du freinage par contre-courant d'un moteur à courant continu (la partie relative à la commutation des résistances de démarrage r_1 et r_2

n'est pas figurée). La limitation du courant dans l'induit pendant le freinage, lorsque la F.E.M. agit dans le même sens que la tension du réseau, est obtenue au moyen de la résistance de contre-courant r_{cc} . Lors du démarrage, cette résistance est shuntée parce que le relais RCC , qui est excité, provoque le fonctionnement du contacteur CCC .

Pour réaliser le freinage par contre-courant, il faut enclencher le bouton « Arrière », lorsque le moteur tourne dans le sens « Avant ». L'enclenchement de ce bouton provoque le fonctionnement du contacteur CAR qui interrompt, par son contact auxiliaire, le circuit d'alimentation du contacteur CAV . Ce dernier se déclenche et débranche le moteur du réseau d'alimentation. Après cela, le contacteur CAR s'enclenche (grâce à un réglage convenable) et ferme ses contacts principaux placés sur le circuit d'alimentation de l'induit du moteur, en assurant ainsi son branchement pour la marche en sens inverse. Vers cet instant, la partie du schéma qui commande la commutation des résistances r_1 et r_2 vient au travail et ces résistances se trouvent ainsi mises en circuit. La F.E.M. E et le courant I

conservent le même sens que celui qu'ils avaient lors du fonctionnement du moteur dans le sens « Avant ». Dans ces conditions, les points *a* et *c* seront portés à un potentiel négatif par rapport au point *d*. En réglant la position du point *c*, on peut les égaliser de sorte qu'au premier instant le relais *RCC* et le contacteur *CCC* seront désexcités alors que la résistance r_{cc} sera mise en circuit. Il en résulte un freinage énergique du moteur; la F.E.M. *E* et le courant *I* diminuent en même temps que la tension agissant sur le relais *RCC* augmente. A l'instant d'arrêt du moteur, cette tension

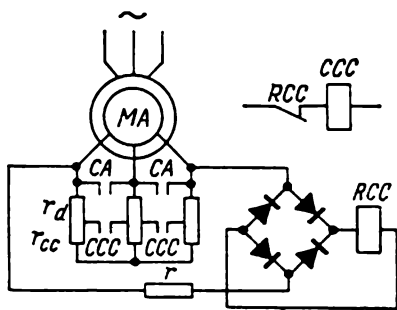


Fig. 19-8. Schéma du freinage par contre-courant d'un moteur asynchrone en fonction de la F.E.M.

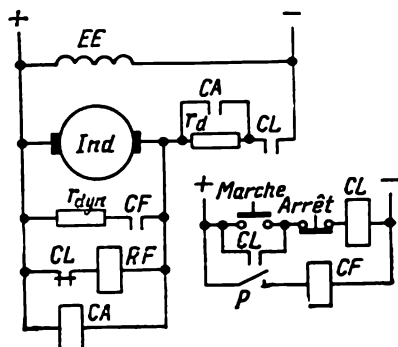


Fig. 19-9. Schéma du freinage dynamique d'un moteur à courant continu en fonction de la F.E.M.

atteint une valeur telle que le relais *RCC* vient au travail. Enclenché, il amène le fonctionnement du contacteur *CCC* qui shunte la résistance r_{cc} si bien que le moteur est démarré dans le sens « Arrière ». Il s'ensuit de ce qui précède que dans le cas des moteurs à courant continu le freinage par contre-courant est commandé en fonction de la F.E.M.

Un schéma du freinage par contre-courant en fonction de la F.E.M. représenté sur la fig. 19-8 est employé pour le freinage des moteurs asynchrones. Au premier instant, l'apparition d'une tension élevée sur les bagues de prise de courant du rotor produit le fonctionnement du relais *RCC* à courant continu, le déclenchement du contacteur *CCC* et la mise en circuit de la résistance de contre-courant. Lorsque la vitesse devient voisine de zéro, la tension décroît jusqu'à une valeur pour laquelle le relais de contre-courant relâche son armature si bien que la résistance r_{cc} sera shuntée. La résistance chutrice *r* a pour fonction de protéger l'enroulement du relais contre les surintensités. Le freinage par contre-courant peut également être réalisé en fonction du courant.

Freinage dynamique (rhéostatique). Le freinage dynamique des moteurs électriques peut être commandé soit en fonction de la vitesse (de la F.E.M.) soit en fonction du temps.

La fig. 19-9 représente le schéma du freinage dynamique d'un moteur à courant continu en fonction de la F.E.M. L'enclenchement du bouton-poussoir « Arrêt » provoque les manœuvres suivantes : le contacteur de ligne CL se déclenche, la tension d'alimentation du relais de freinage dynamique RF est coupée (diminue), le contacteur de freinage CF s'enclenche et ferme l'induit du moteur sur la résistance de freinage r_{dyn} . Lorsque la vitesse décroît jusqu'à une certaine valeur minimale pour laquelle la F.E.M. devient faible,

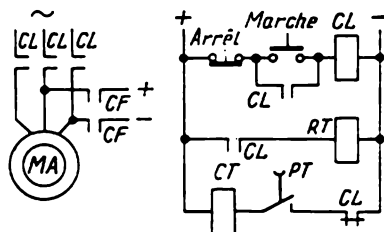


Fig. 19-10. Schéma du freinage dynamique d'un moteur asynchrone en fonction du temps

le relais RF relâche son armature, ce qui a pour effet la mise hors circuit de la résistance r_{dyn} de sorte que le freinage dynamique cesse.

Le freinage dynamique des moteurs asynchrones est réalisé en fonction du temps (fig. 19-10). Avant le freinage, les contacts auxiliaires du contacteur de ligne CL mettent sous tension le relais temporisé RT et coupent l'alimentation du contacteur de freinage CF malgré la fermeture du contact RT . Lorsqu'on appuie sur le bouton-poussoir « Arrêt », le contacteur de ligne CL se déclenche en débranchant le stator du moteur du réseau à courant alternatif et en coupant l'alimentation du relais RT . En même temps, le contact auxiliaire CL établit le circuit d'alimentation du contacteur CF qui s'enclenche en branchant deux phases de l'enroulement statorique sur une source de courant continu. L'interaction entre le courant dans le rotor et le champ magnétique fixe dans l'espace, développé par le courant continu injecté dans le stator, produit un couple de freinage. Le relais temporisé est réglé à un retard légèrement supérieur à la durée du freinage.

19-4. Commande des moteurs asynchrones

La mise en route des moteurs asynchrones est généralement réalisée par leur branchement direct sur la tension totale du réseau d'alimentation, exclusion faite des gros moteurs pour lesquels il est nécessaire de limiter la pointe de courant au décollage.

La fig. 19-11 représente le schéma de commande d'un moteur asynchrone triphasé à rotor en court-circuit, qu'on utilise dans les cas où il y a risque de calage du moteur (dans la commande des lami-

noirs, par exemple). La protection du circuit statorique contre les courants de court-circuit est assurée par le disjoncteur *D*.

On commence par établir le circuit de commande. Il en résulte l'enclenchement du relais *RT* qui ferme son contact dans le circuit du relais de tension nulle *RMn*. Ensuite, on enclenche le disjoncteur *D*, le combinateur étant à zéro. Le relais *RMn* est mis sous

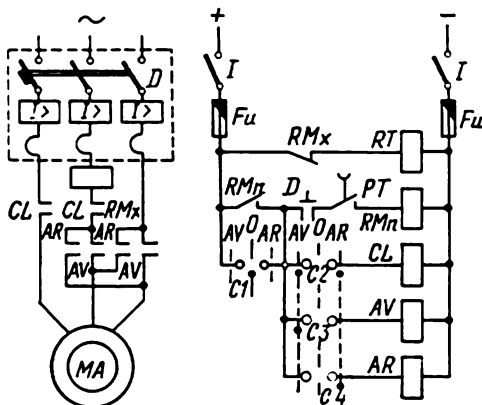


Fig. 19-11. Schéma de commande d'un moteur asynchrone triphasé à rotor en court-circuit avec la protection contre le calage

tension à travers le contact *CI* du combinateur et le contact à fermeture *A* du disjoncteur. En tirant, le relais *RMn* shunte par son contact le contact *CI*. Après ces manœuvres, le montage est prêt à démarrer dans un sens ou dans l'autre.

La mise du combinateur sur la position *AV* (« Avant ») par exemple, amène la tension aux contacteurs *CL* et *CAV* si bien que le moteur se trouve branché sur le réseau d'alimentation. Au premier instant, le relais *RMx* tire sous l'effet du courant de découlage et interrompt l'alimentation du relais *RT* qui commence le comptage du temps de retard. Si le démarrage se déroule de façon normale, le courant de démarrage décroît, le relais *RMx* relâche son armature si bien que le relais *RT*, que n'a pas eu le temps d'ouvrir son contact, se trouve remis en circuit. Si le moteur cale, le relais *RT* ouvrira son contact, en coupant l'alimentation du relais *RMn* qui mettra hors circuit tous les contacteurs.

Pour l'inversion du sens de rotation il convient d'arrêter au préalable le moteur, en remettant à zéro le combinateur.

La fig. 19-12 représente le schéma de commande d'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit avec le freinage dynamique. L'enclenchement du bouton-poussoir « Marche » ferme le circuit d'alimentation du contacteur de ligne *CL* qui branche le moteur sur le réseau et met sous tension le relais de freinage dynamique *RFD*. Ce dernier ferme son contact, mais le contacteur de freinage *CF*

ne s'enclenche pas parce que son circuit d'alimentation est coupé par le contact ouvert du contacteur *CL*. Ce contact se fermera à l'arrêt du moteur par la pression sur le bouton « Arrêt » lorsque le

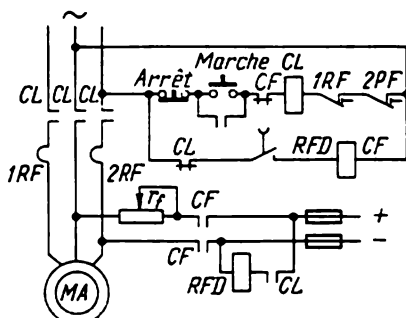


Fig. 19-12. Schéma de commande d'un moteur asynchrone triphasé à rotor en court-circuit avec freinage dynamique

contacteur *CL* se trouve mis hors tension et coupe la liaison entre le moteur et le réseau d'alimentation. L'enclenchement du contacteur *CF* assure l'injection du courant continu dans l'enroulement statorique du moteur, c'est-à-dire son freinage dynamique. La résistance r_f sert à limiter l'intensité de ce courant.

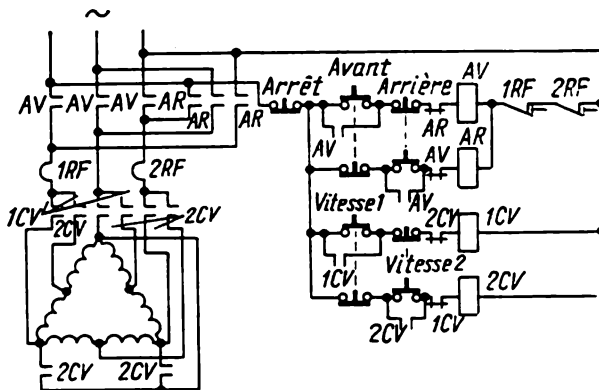


Fig. 19-13. Schéma de commande d'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit à deux vitesses

La commande d'un moteur asynchrone à rotor en court-circuit à deux vitesses est assurée à l'aide du montage de la fig. 19-13. Ce montage permet le démarrage du moteur dans les deux sens, l'inversion du sens de rotation et le passage d'une vitesse de marche sur une autre. Lorsqu'on enfonce le bouton double « Vitesse 1 », il ferme le circuit du contacteur *ICV* si bien que la tension d'alimentation est amenée à l'enroulement statorique couplé en triangle,

chaque phase ne comportant qu'une seule branche. Ce couplage correspond au plus petit nombre de pôles, c'est-à-dire à la plus grande vitesse. Si l'on presse le bouton « Vitesse 2 », il se produit le fonctionnement du contacteur *2CV* de sorte que la tension d'alimentation est appliquée entre les points milieux des côtés du triangle, dont les sommets se trouvent court-circuités. Il en résulte un couplage en double étoile, chaque phase comportant deux branches parallèles, ce couplage correspond au plus grand nombre de pôles et donc à la plus petite vitesse. Pour éviter un court-circuit possible, les circuits des contacteurs *1CV* et *2CV* comportent un dispositif de verrouillage qui rend impossible l'enclenchement simultané de ces contacteurs : chacun d'eux ne peut être enclenché que quand le deuxième est déclenché.

Le démarrage du moteur dans le sens direct ou dans le sens inverse est obtenu en poussant le bouton « Avant » ou « Arrière ». Il en résulte l'enclenchement de l'un des contacteurs verrouillés entre eux : *CAV* ou *CAR*. On change le sens de rotation, lorsque le moteur est en marche « Avant », en appuyant sur le bouton « Arrière ». L'arrêt du moteur est obtenu par l'enclenchement du bouton « Arrêt ».

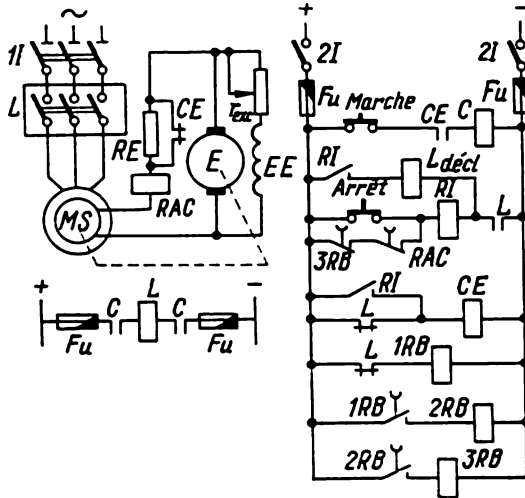
19-5. Commande des moteurs synchrones

La commande des moteurs synchrones comporte l'exécution des opérations suivantes : la mise en route, l'arrêt, le forçage d'excitation et l'extinction de champ magnétique en cas d'apparition de pannes en cours d'exploitation.

Le schéma de commande d'un moteur synchrone à haute tension avec excitatrice branchée en permanence est représenté sur la fig. 19-14. Un tel schéma est utilisé pour le démarrage à faible charge. Le rotor de l'excitatrice est accouplé en bout d'arbre du moteur. Au fur et à mesure que le moteur prend de la vitesse pendant le démarrage en asynchrone, la tension produite par l'excitatrice s'accroît, si bien que pour une vitesse voisine de la vitesse synchrone le courant d'excitation devient suffisant pour assurer la mise en synchronisme (l'accrochage) du moteur. La mise sous ou hors tension du stator du moteur est assurée au moyen d'un interrupteur à haute tension *L* à commande électromagnétique. Le courant demandé par la bobine d'enclenchement de cet interrupteur étant fort intense, son alimentation est obtenue à partir d'un jeu distinct de barres à courant continu. Cette bobine n'est mise sous tension que pour une courte durée et est maintenue dans la position fermée par un cliquet. La bobine de déclenchement *L_{déc}* libère ce cliquet, lorsqu'elle est parcourue par un courant.

Pour la mise en route du moteur, on ferme le sectionneur *II* et l'interrupteur *2I*, en appliquant ainsi la tension au relais de blocage *IRB* et au contacteur *CE* d'extinction de champ, qui ouvre son contact shuntant la résistance *RE*. En même temps, le contacteur d'extinction ferme son contact placé dans le circuit du contacteur *C*.

Après ces manœuvres préparatoires, l'enclenchement du bouton-poussoir « Marche » provoque le fonctionnement du contacteur C qui applique la tension à la bobine d'enclenchement de l'interrupteur à haute tension L . Ce dernier branche sur le réseau le stator



du moteur et met hors circuit le contacteur CE et le relais IRB . Le moteur commence à prendre de la vitesse. En même temps, le contact L se ferme dans les circuits du relais RI et de la bobine de déclenchement $L_{d\acute{e}cl}$, mais le relais RI ne vient pas au travail parce que le contact $3RB$ s'est déjà ouvert. Dans le cas contraire, le relais RI s'enclencherait parce que le relais d'affaiblissement de champ RAC n'aurait pas eu le temps d'ouvrir son contact. Il en résulterait le fonctionnement de la bobine $L_{d\acute{e}cl}$ et donc le débranchement du moteur.

612

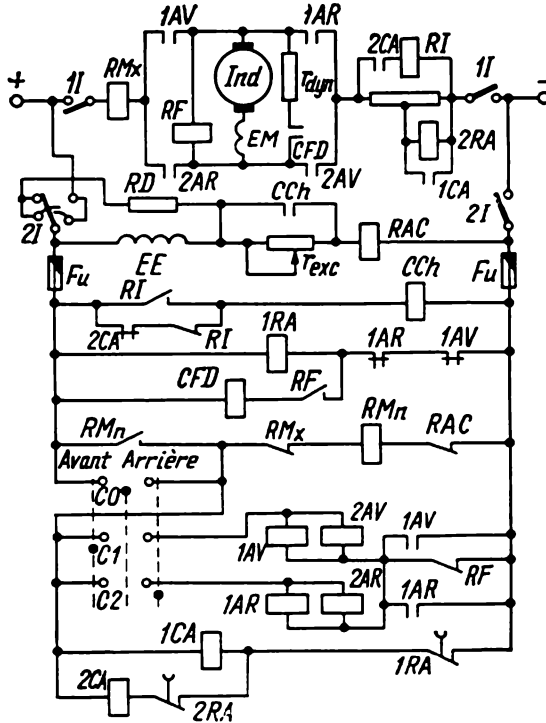
Pour arrêter le moteur il suffit d'appuyer sur le bouton « Arrêt ». Après l'enclenchement de ce bouton, le relais *RI* vient au travail, la bobine *L_{déc}* est mise sous tension, le relais *RI* ferme son contact dans le circuit du contacteur *CE*, la résistance *RE* est intercalée dans le circuit du rotor. L'interrupteur *L* s'ouvre, le relais *RI* est mis hors tension, mais le contacteur *CE* reste dans la position enclenchée parce que le contact *L* dans son circuit se ferme. Le relais *IRB* est de nouveau mis sous tension de sorte que tous les éléments du montage reviennent dans leur position de départ. Le débranchement et l'arrêt du moteur s'effectuent d'une manière analogue en cas de perte d'excitation, lorsque le relais *RAC* ferme son contact.

19-6. Commande des moteurs à courant continu

En combinant entre eux les divers principes de commande du démarrage, du réglage de la vitesse et du freinage des moteurs à courant continu, on peut réaliser des schémas qui possèdent les propriétés les plus variées correspondant aux conditions de fonctionnement des appareils d'utilisation. Considérons, à titre d'exemple, l'un de tels schémas. La fig. 19-15 représente le schéma de commande d'un moteur à courant continu à excitation en dérivation. Il est destiné à assurer l'exécution des opérations suivantes : le démarrage du moteur en fonction du temps, le réglage progressif de la vitesse et le freinage dynamique lors de l'arrêt et en cas d'inversion du sens de rotation. Le réglage de la vitesse est obtenu par action sur le flux magnétique au moyen de la résistance *r_{exc}* insérée dans le circuit de l'enroulement d'excitation *EE*. Pour éviter une élévation inadmissible de la tension qui peut se produire à l'instant où l'enroulement d'excitation est débranché par le couteau de gauche de l'interrupteur *2I*, cet enroulement est fermé sur la résistance de décharge *RD*, sans interruption du circuit.

Pour la mise en route du moteur, on ferme tout d'abord l'interrupteur *2I* en appliquant la tension aux circuits de commande et ensuite l'interrupteur *1I* qui branche à la source d'alimentation les circuits de puissance. La fermeture de ces interrupteurs produit le fonctionnement du contacteur de commande de champ *CCh*, du relais d'accélération *IRA* et du relais *RMn* (le combinateur étant mis à zéro). Le contact *RMn* se ferme, la résistance *r_{exc}* est shuntée par le contact *CCh* et le contact *IRA* s'ouvre. La mise du combinateur sur la position « Avant » amène l'enclenchement des contacteurs *1AV* et *2AV* qui font démarrer le moteur pour le maximum de la résistance de démarrage mise en circuit.

Le relais *IRA*, dont la tension d'alimentation est coupée (par l'ouverture du contact *1AV* placé sur son circuit) provoque, après un certain retard, le fonctionnement du contacteur *ICA*. Ce dernier shunte le premier échelon d'accélération et le relais *2RA* qui applique avec une temporisation déterminée la tension d'alimentation au contacteur *2CA*. La résistance de démarrage est complètement



Si dans l'étape finale du démarrage le courant dans l'induit

et du contacteur *CCh* assure la limitation du courant à la fin de la période de démarrage.

Pour inverser le sens de rotation du moteur, on place le combinateur sur la position « Arrière ». A l'instant où le combinateur passe par la position zéro, l'alimentation des contacteurs *1AV* et *2AV* se trouve coupée de manière que le moteur se débranche du réseau d'alimentation. Le contacteur *1AV* ferme son contact dans le circuit du contacteur *1RA*, ce qui produit, par étapes successives, le déclenchement du contacteur *1CA*, l'enclenchement du relais *2RA*, le déclenchement du contacteur *2CA* et la mise en circuit de la résistance de démarrage. En même temps sera mis sous tension le contacteur *CFD* (le contact *RF* étant fermé) qui introduira dans le circuit la résistance de freinage dynamique r_{dyn} . Le passage ultérieur du combinateur sur la position « Arrière » et la fermeture des contacts *C2* seront sans effet sur le freinage puisque les contacteurs *1AR* et *2AR* ne peuvent être alimentés qu'à travers le contact *RF* qui sera ouvert. Ce contact ne se fermera qu'après la fin du freinage lorsque le relais *RF* relâchera son armature. En même temps seront mis hors circuit le contacteur *CFD* et la résistance r_{dyn} . Après cela, les contacteurs *1AR* et *2AR* viendront au travail, le relais *1RA* se déclenchera et le moteur se mettra en marche en sens inverse.

L'arrêt du moteur est obtenu, quel que soit son sens de rotation, par la remise à zéro du combinateur. Cette manœuvre produit son freinage dynamique décrit plus haut.

Le schéma considéré comporte une protection à maximum de courant (le relais *RMx*), une protection à manque de tension (le relais *RMn*) et une protection contre l'affaiblissement du champ ou la coupure du circuit d'excitation (le relais *RAC*). Tous ces modes de protection provoquent le relâchement de l'armature du relais *RMn*. Il en résulte, lorsque le combinateur est placé dans l'une ou l'autre des positions d'extrême, la coupure de la liaison entre les contacts de gauche des contacteurs *C1* et *C2* et la source d'alimentation.

19-7. Commande des moteurs électriques à l'aide d'amplificateurs

Dans de nombreux cas, la commande des moteurs électriques à l'aide des équipements à relais et contacteurs ne peut pas faire face aux exigences imposées par des machines d'utilisation complexes (trains de laminoirs réversibles, machines-outils, machines à papier, etc.). Dans de tels cas on a recours à de divers amplificateurs (tournants et magnétiques) qui permettent de réaliser des systèmes souples à auto-adaptation et des systèmes de régulation optimale dans lesquels la commande est complètement automatique et se fait suivant les lois les plus avantageuses.

Les *amplificateurs tournants* (les dynamos amplificatrices) sont utilisés :

a) dans les schémas de régulation pour la stabilisation et le maintien à un niveau constant d'un paramètre quelconque dans le système d'entraînement réglable;

b) dans les schémas de commande en vue d'accroître l'étendue de réglage de la vitesse et d'obtenir des caractéristiques statiques et dynamiques spéciales dans le système d'entraînement à l'aide du groupe génératrice-moteur (groupe Ward-Léonard);

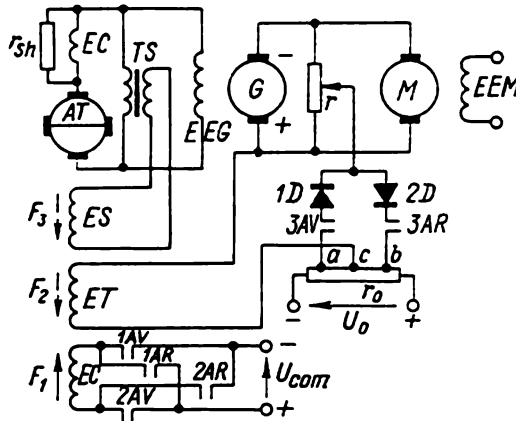


Fig. 19-16. Schéma de commande d'un moteur à courant continu à deux sens de rotation par un groupe génératrice-moteur comportant une dynamo amplificatrice pour accélération des processus transitoires

c) dans les systèmes d'asservissement pour l'asservissement et la reproduction des grandeurs d'entrée (état, position, etc.) variant suivant une loi quelconque.

La fig. 19-16 représente le schéma de commande d'un moteur à courant continu par une dynamo, équipé d'une machine amplificatrice à flux transversal destinée à alimenter l'enroulement d'excitation de la dynamo génératrice et permettant d'accélérer les phénomènes transitoires. Les circuits de commande des contacteurs de marche en avant et en arrière ne sont pas représentés sur ce schéma.

L'amplificateur tournant *AT* comporte trois enroulements d'excitation: un enroulement de commande *EC*, un enroulement stabilisateur *ES* et un enroulement de contre-réaction en tension *ET*. La mise en route du moteur est obtenue par l'enclenchement du contacteur « Avant ». Pendant la première période de démarrage, l'excitation de la génératrice se trouve fortement intensifiée parce que seul l'enroulement de commande est en fonctionnement de sorte qu'aux bornes de l'amplificateur tournant s'établit une surtension égale à plusieurs fois la tension nominale.

La résistance r_0 , les diodes *1D* et *2D*, le potentiomètre *r* et l'enroulement *ET* forment un sous-ensemble de coupure en tension. Au début du démarrage, la tension agissant sur la partie inférieure du poten-

tiomètre r est de petite valeur, inférieure à la tension entre a - c de la résistance r_0 . Au fur et à mesure que la F.E.M. développée par la dynamo génératrice s'accroît et le moteur prend de la vitesse, la tension prélevée au potentiomètre r augmente. A l'instant où elle atteint une certaine valeur supérieure à la tension entre les points a et c , la diode ID devient conductrice. L'enroulement ET sera parcouru par un courant et, pour un couplage convenable, sa F.M.M. sera en opposition avec la F.M.M. due à l'enroulement EC . Il en résultera un certain affaiblissement du flux magnétique de l'amplificateur tournant et une baisse de la tension entre ses bornes de sorte que la dynamo ne sera plus surexcitée. Cela assure la coupure de la tension développée par la génératrice parce qu'elle ne peut pas dépasser d'une façon notable une certaine valeur bien déterminée qui dépend de la position du curseur sur le potentiomètre r et de la tension entre les points a et c . Lors du démarrage du moteur en sens inverse, le sous-ensemble de coupure de tension fonctionne de la même façon. Dans ce dernier cas, la F.M.M. F_1 change de sens, l'amplificateur tournant et la génératrice inversent la polarité de leur tension et la F.M.M. F_2 qui apparaîtra à l'instant de déblocage de la diode $2D$ sera dirigée vers le haut (c'est-à-dire sera de nouveau opposée à F_1).

On change le sens de rotation du moteur d'entraînement en déclenchant le contacteur « Avant » et en enclenchant le contacteur « Arrière ». Il en résulte l'inversion des connexions de l'enroulement EC , le basculement de l'état magnétique de l'amplificateur tournant et donc une baisse rapide de la tension aux bornes de la génératrice. Cette tension devient inférieure à la F.E.M. du moteur qui commence à fonctionner en régime de freinage avec récupération de l'énergie au réseau d'alimentation. Ensuite la polarité de la génératrice s'inverse et après l'arrêt le moteur démarre en sens inverse.

Le freinage du moteur est assuré par la réalisation de la première moitié du processus d'inversion du sens de rotation. A l'instant où la vitesse du moteur s'annule, le contacteur « Arrière » se déclenche et le flux magnétique de la génératrice disparaît complètement. Dans ce cas le montage se trouve compliqué par l'adjonction d'un sous-ensemble destiné à exécuter une telle opération.

Lors de la marche en régime établi, aucun courant ne parcourt l'enroulement ES parce que le primaire du transformateur stabilisateur TS est traversé par un courant continu. En état transitoire, le secondaire du transformateur TS est le siège d'une F.E.M. qui provoque le passage d'un courant dans l'enroulement ES . Ce dernier assure une réaction souple et favorise donc l'amortissement des oscillations qui prennent naissance.

Actuellement, dans les systèmes de commande des moteurs à courant continu et à courant alternatif on utilise largement les amplificateurs magnétiques. Dans certaines applications, les enroulements de puissance des amplificateurs magnétiques ou des inductances

saturables sont mis en série avec les enroulements du moteur à contrôler. La modification de l'état de saturation du circuit magnétique des amplificateurs ou des inductances fait varier la chute de tension développée par la composante alternative du courant dans les enroulements de puissance et donc la tension appliquée au moteur et sa vitesse.

La fig. 19-17 représente le schéma de commande d'un moteur à courant continu à l'aide d'un amplificateur magnétique qui est ali-

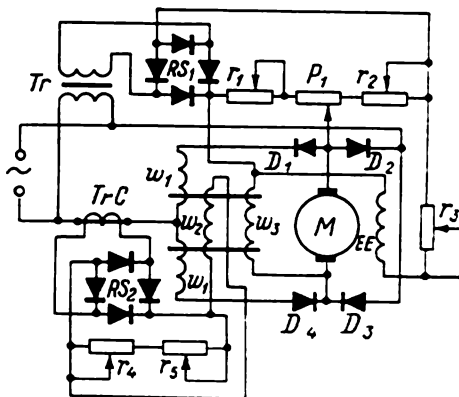


Fig. 19-17. Schéma de commande d'un moteur à courant continu à l'aide d'un amplificateur magnétique

menté par un réseau monophasé à courant alternatif. Cet amplificateur magnétique comporte deux enroulements de puissance identiques w_1 , un enroulement de réaction d'intensité w_2 et un enroulement de commande w_3 . L'enroulement d'excitation EE du moteur est alimenté par le redresseur RS_1 à travers la résistance de réglage r_3 . Le transformateur Tr est destiné à réaliser la séparation électrique des circuits continu et alternatif et à assurer la valeur exigée de la tension à la sortie du redresseur RS_1 .

L'induit du moteur est alimenté depuis le réseau à courant alternatif par l'intermédiaire des enroulements w_1 et des diodes D_1 à D_4 . Lors d'une alternance telle que la polarité de la borne supérieure du réseau à courant alternatif est positive, le courant passe par la diode D_3 , l'induit du moteur, la diode D_1 et l'enroulement w_1 supérieur. Au cours de l'alternance suivante, le courant circule depuis la borne inférieure à travers l'enroulement w_1 inférieur, la diode D_4 , l'induit du moteur et la diode D_2 . Dans les deux cas, le courant traverse l'induit dans le même sens (de bas en haut). La tension appliquée à l'enroulement w_3 est égale à la différence entre la tension de contrôle prélevée au potentiomètre P_1 et la tension de réaction constituée par la tension agissant sur l'induit du moteur. Le déplacement vers la droite du curseur du potentiomètre fait croître le courant de contrôle de l'amplificateur magnétique de

sorte que la chute de tension dans les enroulements w_1 diminue et la vitesse du moteur augmente.

La constance de la vitesse du moteur en cas d'augmentation de la charge est assurée à l'aide de l'enroulement w_2 qui est alimenté par l'intermédiaire du redresseur RS_2 depuis le secondaire du transformateur de courant TrC . Lorsque la charge augmente, le courant dans l'enroulement w_2 augmente aussi et donc croît le degré de saturation du noyau de l'amplificateur magnétique parce que la

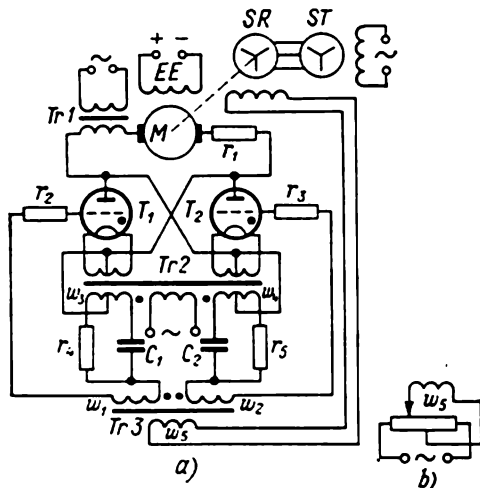


Fig. 19-18. Schéma d'un système asservi comportant un amplificateur à thyristors et un moteur d'entraînement à courant continu

F.M.M. de l'enroulement w_2 agit dans le même sens que la F.M.M. due à l'enroulement w_3 . La résistance que les enroulements w_1 offrent au passage de la composante alternative du courant diminue si bien que la chute de tension aux bornes de ces enroulements reste inchangée.

Des schémas analogues peuvent également être réalisés pour la commande des moteurs à courant alternatif, en insérant les enroulements de puissance de l'amplificateur magnétique dans le circuit statorique ou rotorique d'un moteur asynchrone.

La fig. 19-18, *a* représente le schéma d'un système d'asservissement équipé d'un amplificateur à thyristors. Le moteur est alimenté depuis un réseau à courant alternatif par l'intermédiaire du transformateur $Tr1$ et deux thyristors T_1 et T_2 montés l'un à l'encontre de l'autre. Sur la grille du thyristor T_1 on fait agir la tension résultante égale à la somme de la tension prélevée au secondaire w_1 du transformateur $Tr3$ et de la tension prélevée à la diagonale du pont constitué par la résistance r_4 , la capacité C_1 et les deux moitiés de l'enroulement w_3 du transformateur $Tr2$. La grille du thyristor T_2 est polarisée de la même manière. Lorsque la tension aux bornes

des secondaires w_1 et w_2 du transformateur $Tr3$ est absente, les tensions de polarisation des thyratrons T_1 et T_2 sont en opposition de phase, ce qui est obtenu par un couplage approprié des enroulements w_3 et w_4 . Chaque thyatron ne sera conducteur que pendant une seule et même partie de son alternance parce que le déphasage de la tension de grille par rapport à la tension anodique sera le même pour les deux thyratrons. L'enroulement d'induit du moteur sera parcouru par un courant alternatif dont la valeur moyenne sera nulle de sorte que le moteur sera immobile.

Sur le primaire w_3 du transformateur $Tr3$ on fait agir la tension obtenue aux bornes de l'enroulement de sortie du selsyn récepteur SR associé au selsyn transmetteur ST et fonctionnant en transformateur. Lorsque le rotor du selsyn ST tourne d'un certain angle, le selsyn SR délivre à sa sortie une tension dont l'amplitude sera proportionnelle au sinus de l'angle θ représentant la différence entre les calages des rotors des selsyns. Des F.E.M. analogues seront induites dans les enroulements w_1 et w_2 du transformateur $Tr3$. L'apparition de ces F.E.M. aura pour résultat une variation du déphasage existant entre la tension de grille et la tension anodique de chaque thyatron. A condition d'assurer un couplage approprié des enroulements w_1 et w_2 , ce déphasage augmentera pour l'un des thyratrons et diminuera pour l'autre. Il en résultera une croissance du courant anodique débité par le premier thyatron et une décroissance de ce courant dans le deuxième thyatron. La valeur moyenne du courant dans l'induit du moteur ne sera plus nulle de sorte que le moteur commencera à tourner dans le sens qui est déterminé par le courant de celui des thyratrons dont la durée de l'état débloqué est plus grande. L'induit du moteur est relié par l'intermédiaire d'un démultiplicateur au rotor du selsyn récepteur SR si bien que ce dernier tourne dans le sens tendant à diminuer l'angle de décalage. La réduction de l'angle θ provoque une diminution des F.E.M. induites aux enroulements w_1 et w_2 et, par conséquent, une égalisation des courants anodiques débités par les thyratrons. Ces courants deviennent égaux l'un à l'autre pour $\theta = 0$ et le moteur s'arrête parce que la valeur moyenne du courant dans l'induit deviendra de nouveau nulle. Dans un tel système, le rotor du selsyn récepteur SR est asservi en position au rotor du selsyn transmetteur ST .

Si l'on substitue aux selsyns un potentiomètre à point milieu (fig. 19-18, *b*) permettant de faire varier l'amplitude et d'inverser la polarité de la tension aux bornes de l'enroulement w_3 , on obtient un système de réglage progressif de la vitesse dans les deux sens de rotation. L'inversion du sens de marche est réalisée par déplacement du curseur de l'une moitié du potentiomètre sur l'autre. Le réglage de la vitesse est réalisé par la manœuvre du curseur dans les limites de chacune des moitiés du potentiomètre.

NOTIONS FONDAMENTALES SUR LA SÉCURITÉ DE L'EXPLOITATION DES INSTALLATIONS ÉLECTRIQUES

L'énergie électrique étant largement utilisée dans tous les domaines de l'économie nationale, chaque ingénieur doit avoir des connaissances indispensables de la sécurité d'emploi des installations électriques.

En U.R.S.S., la sécurité du travail est assise sur les stipulations de la Constitution, du Code de travail et des décrets du Gouvernement. Des « Règles de sécurité » (protection et hygiène des travailleurs) sont actuellement en vigueur dans chaque branche de l'industrie.

En cas d'accidents de personnes, on dresse un procès-verbal et l'on procède à l'enquête. Les chefs des entreprises et des ateliers portent la responsabilité légale pour les accidents du travail.

Les effets physiologiques du courant électrique se manifestent par son action sur le système nerveux et le cœur de l'homme. Lorsque l'intensité du courant qui traverse le corps humain est de l'ordre de quelques dizaines de milliampères, il peut provoquer la paralysie des centres respiratoires, ensuite la paralysie du cœur et la mort de l'individu. L'action d'une haute tension peut avoir pour suites des brûlures et une désintégration des tissus.

De nombreuses études et expériences permettent de considérer que l'intensité maximale que peut supporter le corps humain sans danger est de 50 mA en continu et de 10 mA en alternatif à la fréquence de 50 ou 60 Hz. Pour une fréquence du courant alternatif égale à plusieurs milliers de Hz, l'intensité maximale non dangereuse peut atteindre une valeur de plusieurs dizaines de milliampères.

La résistance électrique du corps humain, très variable avec les sujets, est comprise entre 10 000 et 100 000 ohms. La valeur de cette résistance propre dépend essentiellement de la résistance offerte par la couche cornée externe de l'épiderme et peut s'abaisser, pour une peau moite, jusqu'à quelques milliers d'ohms. Dans des cas exceptionnels, par exemple, lorsque la couche cornée est enlevée, la résistance propre du corps humain peut tomber jusqu'à 800 ou 1000 ohms.

En partant de ces données, on peut déterminer la tension minimale non dangereuse (tension de sécurité) pour le cas où la couche

cornée de la peau est absente :

$$U_{\min} = I_{adm} r_{\min} = 10 \cdot 10^{-3} (800 \text{ à } 1000) = (8 \text{ à } 10) \text{ V.}$$

Cet exemple montre que dans le cas le plus défavorable, une tension alternative peut devenir dangereuse si sa valeur dépasse 10 V.

D'autre part, dans les locaux secs, où la résistance propre du corps humain atteint plusieurs dizaines de milliers d'ohms, des tensions de l'ordre de quelques centaines de volts ne seront pas dangereuses.

En égard à ces considérations, les installations utilisant une tension par rapport à la terre ou à la masse des appareils et machines électriques d'une valeur supérieure à 250 V sont classées, en U.R.S.S.,

dans la catégorie d'installations à haute tension et doivent donc être utilisées conformément aux règles de la sécurité de l'exploitation des installations électriques à haute tension.

Les règles de sécurité électrique exigent de rendre impossibles ou inopérants les contacts avec les pièces sous tension par emploi d'une bonne isolation et de dispositifs protecteurs efficaces lorsque la tension de ces pièces dépasse 65 V dans les locaux ordinaires, 35 V dans les locaux comportant de grands risques d'accident et 12 V dans les locaux présentant des risques particulièrement grands.

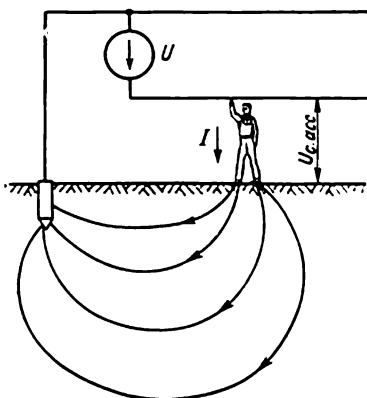


Fig. AI-1. Détermination de la tension de contact accidentel

Il résulte des données qui viennent d'être citées que dans une ambiance comportant des risques élevés on devra utiliser pour l'éclairage et l'alimentation de l'outillage électrique uniquement la très basse tension (tension de sécurité).

L'électrocution d'un individu peut se produire lorsqu'il entre en contact avec les conducteurs actifs, avec les pièces habituellement sous tension ou avec les masses mises accidentellement sous tension d'une machine ou d'un appareil ainsi que dans le cas où il se trouve soumis à l'action d'une tension par pas ayant une valeur dangereuse.

Considérons un sujet venant à toucher avec la main un fil conducteur d'une ligne bifilaire dont le deuxième fil est mis à la terre (fig. AI-1). Dans ce cas, le corps de l'individu est traversé par un courant qui surmonte la résistance à l'entrée, la résistance propre du corps, la résistance à la sortie dans le sol, où l'individu a ses pieds en contact avec le sol, et la résistance de passage vers la prise de terre du fil de ligne.

Si la tension du fil par rapport à la terre est égale à U , la tension $U_{c.acc}$ appelée tension de contact accidentel qui agit sur l'in-

dividu sera inférieure à la tension U grâce à la chute de tension aux endroits d'entrée et de sortie du courant. C'est pourquoi la tension de contact accidentel est toujours inférieure à la tension du fil conducteur :

$$U_{c.acc} = \alpha U,$$

où α est un coefficient inférieur à l'unité appelé coefficient de contact.

La valeur du coefficient α peut varier dans de larges limites.

En cas de mise à la terre accidentelle d'une partie quelconque de l'installation on constate une augmentation du potentiel près de l'endroit de mise à la terre à cause de la chute de tension produite par le passage du courant dans la résistance de la prise de terre.

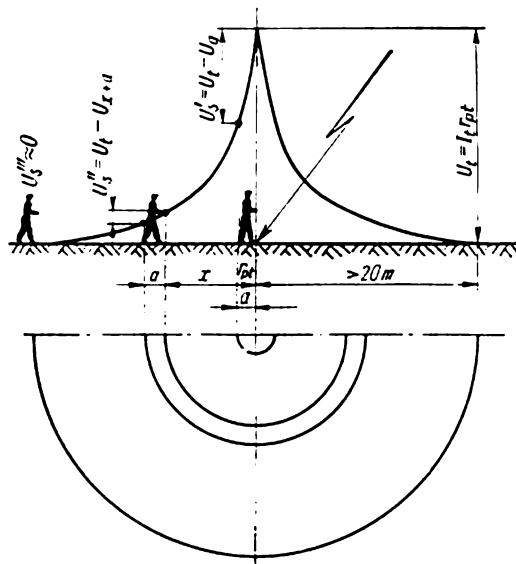


Fig. AI-2. Détermination de la tension par pas

La fig. AI-2 montre l'allure type de la courbe de répartition des potentiels sur le sol au voisinage d'une prise de terre.

Lorsqu'un individu s'approche de l'endroit de défaut à la terre, la tension qui peut le frapper est déterminée par la différence de potentiel entre deux points du sol distants du pas d'un homme. On donne à cette différence de potentiel le nom de tension par pas (U_s). Les mises à la terre des installations à haute tension doivent être calculées et réalisées de façon à assurer une protection efficace contre le danger d'électrocution des personnes qui peuvent s'approcher de l'endroit de défaut à la terre. La longueur d'un pas normal est prise pour les calculs égale à 0,8 m.

Pour diminuer les risques d'accidents électriques, on prend toute une série de mesures dont les principales sont les suivantes : 1) la mise à la terre de protection ; 2) la mise au neutre ; 3) l'alimentation sous une tension réduite (tension de sécurité) ; 4) l'emploi de protecteurs entourant les pièces métalliques sous tension et leur isolation ; 5) l'isolation des personnes par emploi de supports isolants, de gants en caoutchouc, etc. ; 6) la signalisation en cas de mise à la terre accidentelle d'un point quelconque du circuit électrique.

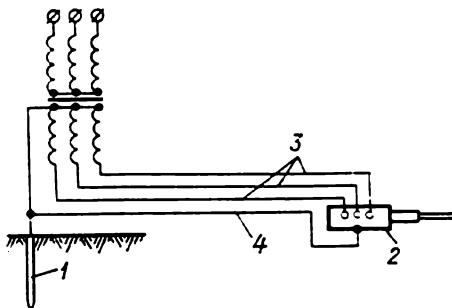


Fig. AI-3. Mise au neutre d'un outillage électrique :

1, prise de terre ; 2, outillage électrique ; 3, conducteurs d'alimentation ; 4, conducteur de protection

On appelle mise à la terre de protection une connexion métallique avec la terre des parties métalliques hors tension d'une installation. En règle générale, on met à la terre les bâtis et socles de machines électriques, les boîtiers d'appareils, les charpentes métalliques de tableaux, l'armure des câbles et les pylônes métalliques.

Dans le cas des installations mobiles et d'emploi de nombreux récepteurs de petite puissance, la connexion de leurs boîtiers aux prises de terre locales peut entraîner quelques difficultés. Dans de tels cas, on emploie, si c'est nécessaire, la mise au neutre : les boîtiers ou les enveloppes protectrices des installations sont reliés à des conducteurs spéciaux des câbles ou des fils conducteurs de protection (conducteurs de terre) qui sont connectés aux prises de terre à l'endroit où se trouve la source d'alimentation ou à d'autres prises de terre du réseau électrique (fig. AI-3).

Si un individu se trouve placé dans des conditions où la résistance propre du corps humain s'abaisse par suite de la diminution de la résistance offerte par la couche cornée de la peau, les tensions de l'ordre de quelques dizaines de volts deviennent dangereuses. C'est pourquoi on emploie dans de tels cas pour l'alimentation des récepteurs uniquement une très basse tension. Une telle tension est généralement obtenue à l'aide de transformateurs. Pendant la répartition et le nettoyage des chaudières à vapeur, lorsque le corps humain est en bon contact avec les surfaces métalliques, on emploie généralement une tension qui ne dépasse pas 12 V.

Pour rendre impossible tout contact accidentel avec les pièces sous tension des installations, toutes ces pièces doivent être bien isolées ou munies de dispositifs protecteurs. Dans les cas où d'après les conditions d'utilisation les conducteurs actifs sont posés à découvert dans des locaux où à l'air libre, comme, par exemple, dans les sous-stations *HT*, l'accès à la partie à haute tension ne doit être autorisé qu'au personnel de service et l'exécution des travaux sur de telles installations ne doit être confiée qu'au personnel spécialement formé et muni de laissez-passer spéciaux, après avoir coupé la ligne alimentant l'installation intéressée.

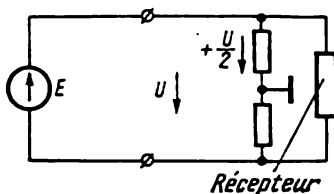


Fig. AI-4. Schéma de mise à la terre du point milieu d'un circuit à courant continu

Pour diminuer les risques d'accidents électriques qui peuvent survenir lors de l'exécution des opérations d'établissement et d'interruption des circuits ainsi que pendant les visites et inspections des installations à haute tension et au cours des autres opérations, il est impératif d'employer des supports isolants, des tapis et des gants en caoutchouc.

Dans certaines installations électriques, une mise à la terre accidentelle d'un point quelconque du circuit électrique entraîne un danger d'électrocution pour le personnel en cas de contact avec les masses métalliques. Dans de tels cas, on prévoit une signalisation automatique qui se met en fonctionnement en cas de défaut à la terre du réseau électrique. Une telle signalisation des défauts à la terre est utilisée, par exemple, dans les mines. Lorsqu'un signal de défaut à la terre apparaît, le tronçon avarié du réseau doit être débranché.

Dans d'autres cas, au contraire, on met à la terre un point milieu du circuit électrique: le point neutre d'un transformateur, le point milieu d'un circuit à courant continu (fig. AI-4).

Lorsque le point milieu est mis à la terre (fig. AI-4), la tension des fils conducteurs par rapport à la terre devient égale à la moitié de la tension du circuit.

Selon leur gravité, on peut classer les accidents électriques en deux groupes: le choc électrique et le traumatisme électrique.

Le choc électrique résulte de l'action d'un courant relativement peu intense (26 à 100 mA) pendant une durée relativement grande (plusieurs secondes). Il commence par une crispation des muscles et peut provoquer la mort par la paralysie du cœur.

Les traumatismes électriques affectent les parties externes du corps humain et résultent généralement de l'action, pendant une courte durée, d'un courant électrique intense.

On range dans la catégorie de traumatismes électriques les brûlures électriques, les signes électriques, la métallisation électrique de la peau, ainsi que les lésions des yeux résultant de l'action de l'énergie lumineuse produite par un arc électrique.

Aux individus traumatisés par le courant électrique on doit porter des soins médicaux bien qualifiés.

En cas de choc électrique, on doit immédiatement soustraire l'accidenté aux effets du courant électrique. Si l'accidenté est dans le coma, il faut lui porter les premiers soins sur place, en attendant la venue d'un médecin : desserrer les vêtements, tenter de lui faire respirer de l'ammoniac, ouvrir les fenêtres et les vasistas. Si cela est nécessaire, on doit faire à l'accidenté la respiration artificielle.

Les méthodes à appliquer pour la respiration artificielle sont décrites dans les manuels de sécurité du travail.

APPLICATION DU CALCUL OPÉRATIONNEL ET MATRICIEL À L'ÉTUDE DE CIRCUITS ÉLECTRIQUES COMPLEXES

II-1. Bases du calcul opérationnel

Le calcul opérationnel (ou symbolique) dont les méthodes sont depuis longtemps largement utilisées dans la théorie de la commande automatique et dans d'autres sciences techniques est en passe de devenir un important outil d'investigation des circuits électriques et systèmes électromécaniques.

Les méthodes opérationnelles ont été proposées par Heaviside en tant que méthodes empiriques commodes pour la description mathématique et l'étude de systèmes. Elles ont toutes été rigoureusement justifiées.

De toutes les méthodes de calcul opérationnel, c'est la transformation de Laplace qui connaît le plus vaste champ d'applications et, pour cette raison, c'est elle qui sera sollicitée dans la suite de cet annexe. Cette méthode est applicable avant tout aux systèmes linéaires et aux systèmes linéarisés.

Les méthodes de calcul opérationnel sont d'une grande portée pratique du fait qu'elles permettent, moyennant un changement de variable, de remplacer les équations différentielles et intégral-différentielles décrivant les processus étudiés par des équations opérationnelles ayant la forme de simples expressions algébriques. La résolution de ces équations quasi algébriques nous donnera les images (les transformées de Laplace) de grandeurs; moyennant des formules de transformation, ces images nous restitueront ces grandeurs elles-mêmes en fonction de variables indépendantes (le plus souvent en fonction du temps). Remarquons que dans le calcul logarithmique nous commençons aussi par trouver les images logarithmiques, puis, après avoir effectué les opérations correspondantes sur les logarithmes, nous déterminons la grandeur cherchée d'après le logarithme du résultat.

On appelle *transformée de Laplace* $F(p)$ d'une fonction du temps $f(t)$ l'expression qui est calculée à partir de la relation de Laplace :

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = L[f(t)], \quad (\text{II-1})$$

où $F(p)$ et $L[f(t)]$ sont les images de $f(t)$; $f(t)$ est l'original de $F(p)$; e la base des logarithmes népériens; $p = \alpha + j\omega$ un opéra-

teur représentant un nombre complexe (cet opérateur est parfois désigné par la lettre s).

La fonction $f(t)$ doit être univoque dans l'intervalle considéré. Pour que cette fonction soit transformable-Laplace, on donne à α (si c'est possible) une valeur telle que dans n'importe quel intervalle

de 0 à T on ait : $\lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^T |f(t)| e^{-\alpha t} dt < \infty$. Signalons que l'image

n'est fonction que du paramètre p , elle ne dépend pas de la variable indépendante (dans le cas considéré, de t), mais l'expression du paramètre $p = \alpha + j\omega$ ne s'écrit pas dans la fonction image.

Signalons par ailleurs que la plupart des fonctions présentant un intérêt pratique remplissent ces conditions.

Considérons la transformée de Laplace de la dérivée d'une fonction $f(t)$:

$$L[\dot{f}(t)] = \int_0^{\infty} \dot{f}(t) e^{-pt} dt = [f(t) e^{-pt}]_0^{\infty} - \int_0^{\infty} f(t) \frac{d}{dt} (e^{-pt}) dt.$$

Par hypothèse

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |f(t) e^{-pt}| = 0$$

et

$$|f(t) e^{-pt}|_{t=0} = f(0),$$

$f(0)$ étant la valeur de la fonction $f(t)$ à l'époque $t = 0$. Comme

$$\int_0^{\infty} f(t) p e^{-pt} dt = p L[f(t)], \text{ on déduit que}$$

$$L[\dot{f}(t)] = p L[f(t)] - f(0). \quad (\text{II-2})$$

En procédant de la même façon, on obtient les images des dérivées d'ordre supérieur, par exemple :

$$L[\ddot{f}(t)] = \int_0^{\infty} \ddot{f}(t) e^{-pt} dt = p^2 L[f(t)] - p f(0) - \dot{f}(0),$$

et ainsi de suite.

Indiquons, sans démonstration, les images des intégrales :

$$L\left[\int f(t) dt\right] = \frac{L[f(t)]}{p} + \frac{\left|\int f(t) dt\right|_{t=0}}{p}; \quad (\text{II-3})$$

$$L\left[\int \int f(t) dt\right] = \frac{L[f(t)]}{p^2} + \frac{\left|\int f(t) dt\right|_{t=0}}{p^2} + \frac{\left|\int dt \int f(t) dt\right|_{t=0}}{p};$$

etc.

Dans le cas très important dans la pratique où les conditions initiales sont nulles, c'est-à-dire lorsque les fonctions $f(0) = \dot{f}(0) = \ddot{f}(0) = \dots = 0$, de même que $\left|\int f(t) dt\right|_{t=0} = \left|\int dt \int f(t) \times\right|_{t=0} = 0$,

$\times dt|_{t=0} = \dots = 0$, on obtient des expressions bien simples pour les images des dérivées :

$$L[\dot{f}(t)] = pL[f(t)]; \quad L[\ddot{f}(t)] = p^2L[f(t)], \text{ etc.},$$

et des intégrales :

$$L\left[\int f(t) dt\right] = \frac{L[f(t)]}{p}; \quad L\left[\int \int f(t) dt\right] = \frac{L[f(t)]}{p^2}, \text{ etc.} \quad (\text{II-4})$$

Remarquons que dans ce cas les images des dérivées sont obtenues en substituant le paramètre p à l'expression symbolique de la dérivée $D = \frac{d}{dt}$.

Calculons les images de certaines fonctions.

Fonction échelon $f(t) = A1(t)$, $1(t)$ étant la fonction unité (voir son graphe dans le tableau II-1) :

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} Ae^{-pt} dt = \left| -\frac{Ae^{-pt}}{p} \right|_0^{\infty} = \frac{A}{p},$$

puisque $Ae^{-pt}|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$.

Fonction $f(t) = e^{-p_k t}$:

$$L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-p_k t} e^{-pt} dt = \frac{1}{p+p_k} \left| e^{-(p+p_k)t} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{p+p_k},$$

puisque $|e^{-(p+p_k)t}|_{t \rightarrow \infty} \rightarrow 0$.

Les transformées possèdent la propriété de linéarité :

$$L[af(t)] = aL[f(t)];$$

$$L[f_1(t) + f_2(t)] = L[f_1(t)] + L[f_2(t)],$$

etc.

Dans la suite, les courants, F.E.M., vitesses et autres grandeurs variables en fonction du temps seront représentés sous forme opérationnelle comme suit :

$$L[I(t)] = I(p); \quad L[E(t)] = E(p); \quad L[\Omega(t)] = \Omega(p), \quad \text{etc.}$$

Considérons maintenant des développements qui nous permettront de déterminer les fonctions originales à partir de leurs transformées de Laplace. Sous sa forme générale, l'image $Y(p)$ de la fonction cherchée est représentée par la fraction rationnelle :

$$Y(p) = \frac{H(p)}{p^n G(p)}, \quad (\text{II-5})$$

où

$$H(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} + b_m;$$

$$G(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} + a_n;$$

sont des équations caractéristiques, le degré en p du dénominateur étant, en règle générale, supérieur à celui du numérateur : $n > m$.

Si tous les pôles de la fonction image sont simples et non nuls ($s = 0$), la fonction originale a la forme :

$$y(t) = \sum_1^{k=n} \frac{H(p_k)}{G'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (\text{II-6})$$

où p_k est la k -ième racine du polynôme caractéristique $G(p)$ (le nombre total de racines est égal à n) ; $H(p_k)$ la valeur du polynôme pour $p = p_k$; $G'(p_k)$ la valeur de la dérivée, par rapport au paramètre p , du polynôme pour $p = p_k$; e la base des logarithmes népériens.

Si la fonction image admet un pôle nul, c'est-à-dire si $Y(p) = \frac{H(p)}{pG(p)}$, la fonction originale sera

$$y(t) = \frac{H(0)}{G(0)} + \sum_1^{k=n} \frac{H(p_k)}{p_k G'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (\text{II-7})$$

où $H(0)$ et $G(0)$ sont les valeurs des polynômes pour $p = 0$; p_k , $H(p_k)$ et $G'(p_k)$ ont les mêmes valeurs que dans l'expression (II-6).

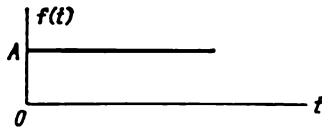
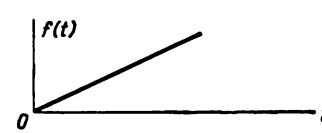
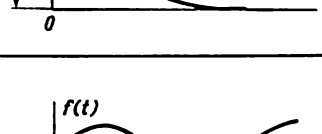
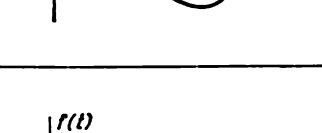
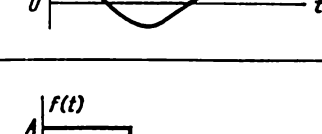
Dans les aide-mémoire et les manuels on peut trouver les formules de transformation pour les cas de pôles multiples nuls et non nuls.

Dans les expressions que nous venons de donner la solution se présente sous la forme d'une somme de termes dont le nombre est égal au degré du polynôme caractéristique $p^* G(p)$ (y compris les zéros). A chaque paire de racines conjuguées complexes correspondent des oscillations harmoniques qui s'amortissent avec le temps si les parties réelles des racines sont négatives.

Signalons les principaux avantages du calcul opérationnel : il permet de composer des équations différentielles et intégral-différentielles sous forme opérationnelle à partir desquelles on peut passer aisément à la forme classique d'écriture ; les tables des transformées nous donnent les fonctions originales des transformées ; on obtient de façon simple les *fonctions de transfert* qui représentent, en écriture opérationnelle, le rapport de l'image de la grandeur de sortie à l'image de la grandeur d'entrée (par exemple, de l'image du courant dans un circuit à l'image de la tension appliquée aux bornes de ce circuit). L'expression symbolique de la fonction de transfert peut être développée en une équation liant l'image de la grandeur de sortie et celle de la grandeur d'entrée et permettant donc l'étudier les phénomènes qui se manifestent dans le système. A partir d'une fonction de transfert on peut obtenir des caractéristiques de réponse harmonique ainsi que d'autres caractéristiques des circuits électriques.

La table II-1 indique, à titre d'exemple, les images $F(p)$ de quelques fonctions du temps $f(t)$.

Tableau II-1

$f(t)$	$F(p)$	Graphe de la fonction
$A1(t)$	$\frac{A}{p}$	
At	$\frac{A}{p^2}$	
At^n	$\frac{A(n!)}{p^{n+1}}$	
$e^{-p_k t}$	$\frac{1}{p + p_k}$	
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	
Impulsion d'amplitude A et de durée t_k	$\frac{A}{p} (1 - e^{-t_k p})$	

Dans la théorie de la commande automatique, le calcul opérationnel permet de poser et de résoudre toute une série de problèmes tels que: la composition des équations décrivant les processus intervenant dans les systèmes, l'étude de la stabilité, la détermination des caractéristiques des organes constitutifs et autres. Dans ce qui suit, nous nous bornerons d'illustrer l'application des méthodes du calcul opérationnel à la résolution des problèmes les plus simples que comporte l'étude des systèmes électromécaniques et des systèmes électriques.

II-2. Quelques applications du calcul opérationnel

Pour pouvoir appliquer le calcul opérationnel à l'étude des circuits électriques, il convient tout d'abord de déterminer les images des résistances, réactances et impédances.

La tension aux bornes d'une résistance ohmique est égale au produit du courant I par la valeur de cette résistance r . Il en est de même, bien entendu, de leurs images: $U(p) = rI(p)$. L'image d'une résistance ohmique est donc la même que son symbole classique ou sa valeur numérique.

La tension aux bornes d'une réactance d'induction qui équilibre la F.E.M. d'auto-induction est égale, pour un coefficient de self-induction L constant (voir par. 2-6), à $U_L = L \frac{dI}{dt}$. Entre l'image du courant I et celle de la tension U on a la relation: $U_L(p) = LpI(p)$. L'image de l'inductance sera donc Lp . D'une manière analogue, l'image de la F.E.M. E_M d'induction mutuelle sera donnée, pour un coefficient d'induction mutuelle M constant (voir par. 2-7), par: $E_M(p) = MpI(p)$, I étant le courant traversant le circuit couplé au circuit considéré.

La tension aux bornes d'une capacité C traversée par un courant I (voir par. 1-17) a pour expression $U_C(p) = \frac{\int I dt}{C}$. C'est pourquoi l'image de la tension est $U_C(p) = \frac{I(p)}{Cp}$ et l'image de la capacitance sera $\frac{1}{Cp}$.

Considérons quelques exemples d'application.

Exemple 1. Un circuit (fig. 8-1) comportant une résistance r et une inductance L est fermé sur une tension continue. Déterminer l'intensité $i(t)$ qui traverse le circuit.

Solution.

En remplaçant dans l'équation différentielle (8-1) le courant et la tension par leurs images, on a pour des conditions initiales nulles: $ri(p) + Lpi(p) = U(p)$.

La transformée d'une tension invariable appliquée à l'instant $t = 0$ entre les bornes du circuit s'exprimant par $\frac{U}{p}$ (table II-1),

on obtient l'équation différentielle sous forme opérationnelle :

$$ri(p) + Lpi(p) = \frac{U}{p}, \text{ ou encore } i(p) = \frac{U}{p(r+Lp)}.$$

En prenant le courant pour la grandeur de sortie et la tension aux bornes du circuit pour la grandeur d'entrée, on obtient l'expression suivante pour la fonction de transfert ou la transmittance du circuit :

$$K(p) = \frac{i(p)}{U(p)} = \frac{1}{r+L(p)}.$$

Utilisons la formule de transformation pour déterminer l'intensité du courant dans le circuit :

$$it = \frac{H(0)}{G(0)} + \frac{H(p_1)}{p_1 G'(p_1)} e^{p_1 t},$$

où $\frac{H(0)}{G(0)} = \frac{U}{r}$; $p_1 = -\frac{r}{L}$ est la racine du polynôme caractéristique; $H(p_1) = U$; $G'(p_1) = L$.

On en déduit l'expression définitive :

$$i(t) = \frac{U}{r} - \frac{U}{\frac{r}{L}L} e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{U}{r} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}),$$

dans laquelle $\tau = \frac{r}{L}$ est la constante de temps électromagnétique (8-3).

Cette solution est exactement la même que celle obtenue par la résolution de l'équation (8-3). La courbe du régime transitoire est représentée sur la fig. 8-2.

Exemple 2. Le circuit électrique de l'exemple précédant est fermé sur une tension alternative $u = U_m \cos \omega t$, c'est-à-dire à l'instant où la tension passe par son maximum (fig. AII-1). Déterminer l'intensité $i(t)$ qui traverse le circuit.

Solution.

En vertu de la première loi de Kirchhoff on peut écrire :

$$ri + L \frac{di}{dt} = u,$$

ou, sous forme opérationnelle,

$$(r + Lp) i(p) = u(p).$$

La transformée du courant aura pour expression :

$$i(p) = \frac{u(p)}{r+Lp}.$$

D'après le tableau II-1 la transformée de $\cos \omega t$ sera déterminée comme $F(p) = \frac{p}{p^2 + \omega^2}$, et, par conséquent : $i(p) = \frac{U_m}{r+Lp} \cdot \frac{p}{p^2 + \omega^2}$. Cette transformée comporte deux pôles multiples : $p = \pm j\omega$, où $j = \sqrt{-1}$.

Pour les expressions de la forme $F(p) = \frac{H(p)}{(p^2 + \omega^2)G(p)}$ dans le cas particulier d'un polynôme $G(p)$ de premier ordre possédant une racine p_1 la formule de transformation est la suivante:

$$F(t) = \operatorname{Re} \left[\frac{H(j\omega)}{j\omega G(j\omega)} e^{j\omega t} \right] + \frac{H(p_1)}{(p_1^2 + \omega^2) G'(p_1)} e^{p_1 t}, \quad (\text{II-8})$$

où $F(t)$ est la fonction du temps cherchée; le premier terme $\operatorname{Re} [\dots]$ la partie réelle de la grandeur complexe figurant entre crochets;

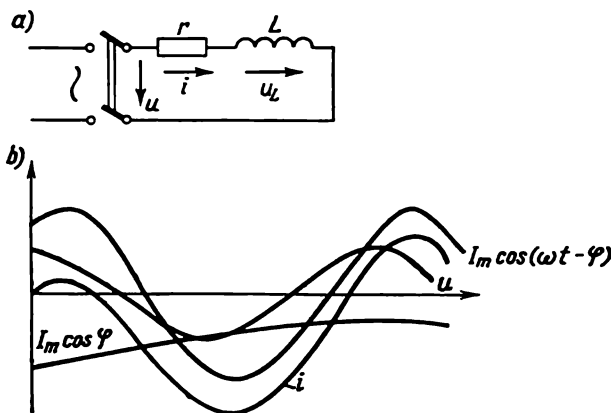


Fig. AII-1. Régime transitoire d'un circuit à courant alternatif: a, schéma du circuit; b, courbes de courants

$H(j\omega)$ et $H(p_1)$ les valeurs du polynôme $H(p)$ pour $p = j\omega$ et $p = p_1$; $G(j\omega)$ la valeur du polynôme $G(p)$ pour $p = j\omega$; $G'(p_1)$ la valeur de la dérivée par rapport au paramètre p du polynôme $G(p)$ pour $p = p_1$.

Dans le circuit considéré, le courant est déphasé d'un angle φ en arrière sur la tension. La valeur de l'angle φ s'obtient à partir des relations évidentes:

$$\cos \varphi = \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}};$$

$$\sin \varphi = \frac{\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}},$$

ou encore, en notation complexe:

$$\cos \varphi - j \sin \varphi = e^{-j\varphi}.$$

Signalons, que dans le cas considéré $H(j\omega)$ est égal à pU_m pour $p = j\omega$, c'est-à-dire à $j\omega U_m$ et transformons le premier terme

de la formule de décomposition :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{Re} \left[\frac{H(j\omega)}{j\omega G(j\omega)} e^{j\omega t} \right] &= \operatorname{Re} \left[\frac{j\omega U_m}{j\omega(r - j\omega L)} e^{j\omega t} \right] = \\
 &= \operatorname{Re} \left(\frac{U_m}{r + j\omega L} e^{j\omega t} \right) = \operatorname{Re} \left[U_m \left(\frac{r}{r^2 + (\omega L)^2} - j \frac{\omega L}{r^2 + (\omega L)^2} e^{j\omega t} \right) \right] = \\
 &= \operatorname{Re} \left(\frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \cdot \frac{r - j\omega L}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \right) e^{j\omega t} = \\
 &= \operatorname{Re} \left[\frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} (\cos \varphi - j \sin \varphi) \right] e^{j\omega t} = \\
 &= \operatorname{Re} \left(\frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} e^{j\omega} e^{j\omega t} \right) = I_m \cos(\omega t - \varphi),
 \end{aligned}$$

où $I_m = \frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}}$ est la valeur maximale du courant alternatif.

Le premier terme détermine le courant alternatif dans le circuit en régime établi. Le polynôme $G(p)$ a une racine $p_1 = -\frac{r}{L}$, et la dérivée $G'(p_1) = L$. Le deuxième terme de la formule a donc pour expression :

$$\begin{aligned}
 \frac{p_1 U_m}{(p_1^2 + \omega^2) G'(p_1)} e^{p_1 t} &= \frac{-\frac{r}{L} U_m}{\left(\frac{r^2}{L^2} + \omega^2\right) L} e^{p_1 t} = \\
 &= -U_m \frac{r}{r^2 + (\omega L)^2} e^{p_1 t} = -\frac{U_m}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} \times \\
 &\times \frac{r}{\sqrt{r^2 + (\omega L)^2}} e^{-\frac{r}{L} t} = -I_m e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \varphi.
 \end{aligned}$$

Remarquons que la grandeur $\frac{r}{L} = \frac{1}{\tau}$ est l'inverse de la constante de temps électromagnétique.

En définitive, on obtient pour le courant l'expression suivante :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t - \varphi) - I_m e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \varphi.$$

Les courbes traduisant la variation des courants dans le circuit considéré sont représentées sur la fig. AII-1.

Pendant la durée du régime transitoire le courant est égal à la somme d'une composante établie $I_m \cos(\omega t - \varphi)$ et d'une composante de courant de sens constant qui s'amortit suivant la loi $-I_m e^{-\frac{t}{\tau}} \cos \varphi$. Cette composante amortie se superpose avec le courant alternatif établi de manière que pour $t = 0$, le courant résultant dans le circuit s'annule en vertu des conditions de commutation du circuit. La courbe du courant résultant est représenté sur la fig. AII-1 en traits gras.

Exemple 3. Déterminons la fonction de transfert et étudions le régime transitoire d'un transformateur dont le primaire est fermé sur une tension continue U_1 . Ces transformateurs, qui sont relativement peu encombrants, sont utilisés dans les systèmes de commande automatique pour l'obtention à leur sortie des signaux correcteurs de grande puissance (fig. AII-2).

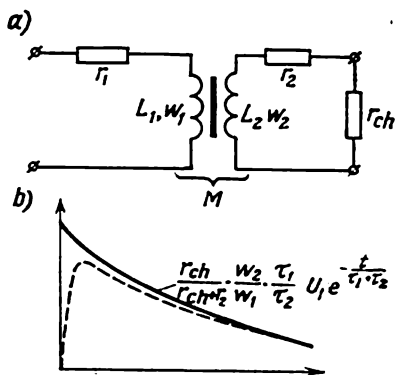


Fig. AII-2. Régime transitoire d'un transformateur: a. schéma du transformateur; b, courbe de tension de sortie

des enroulements. La somme des tensions auxquelles est soumis le primaire est égale à la chute de tension $I_1 r_1$ développée dans cet enroulement. En regroupant les termes, on obtient l'équation suivante sous forme opérationnelle:

$$I_1(p)(r_1 + L_1 p) + M p I_2(p) = U_1(p).$$

Une équation analogue peut être écrite aussi pour le secondaire du transformateur:

$$M p I_1(p) + (r_2 + r_{ch} + L_2 p) I_2(p) = 0,$$

où L_2 est l'inductance du secondaire; r_2 la résistance ohmique du secondaire; r_{ch} la résistance de charge.

Les transformateurs à noyau de fer sont caractérisés par un couplage magnétique serré entre le primaire et le secondaire et possèdent donc un flux de fuite des enroulements l'un par rapport à l'autre relativement faible, de sorte que le coefficient de couplage k (voir expression 2-36) entre les enroulements peut être pris, dans certains cas pratiques, approximativement égal à l'unité:

$$k = \frac{M^2}{L_1 L_2} \approx 1, \text{ et } M = \frac{w_2}{w_1} L_1 = \frac{w_1}{w_2} L_2,$$

w_1 et w_2 étant respectivement le nombre de spires du primaire et du secondaire.

Des équations opératorielles du primaire et du secondaire on déduit l'expression suivante pour la transformée du courant secon-

Solution.

Prenons pour grandeur de sortie la tension U_2 aux bornes du secondaire entre lesquelles est branchée la résistance ohmique de charge r_{ch} .

Le primaire du transformateur est sollicité par la tension U_1 et les F.E.M. d'auto-induction et d'induction mutuelle $-L_1 \frac{dI_1}{dt} -$

$-M \frac{dI_2}{dt}$, I_1 et I_2 étant les courants dans les enroulements, L_1 l'inductance propre du primaire, M le coefficient d'induction mutuelle

daire $I_2(p)$:

$$I_2(p) = - \frac{M_p U_1(p)}{(r_1 + L_1 p)(r_2 + r_{ch} + L_2 p) - M^2 p^2} =$$

$$= - \frac{w_2 L_1 p U_1(p)}{w_1 r_1 (r_2 + r_{ch}) \left(1 + \frac{L_1}{r_1} p + \frac{L_2}{r_2 + r_{ch}} p\right)}$$

puisque $M^2 p^2 - L_1 L_2 p^2 = 0$. On tient également compte du fait que $\tau_1 = \frac{L_1}{r_1}$ et $\tau_2 = \frac{L_2}{r_2 + r_{ch}}$. La transformée de la tension secondaire $U_2(p)$ est donnée (sans tenir compte du signe) par:

$$U_2(p) = r_{ch} I_2(p) = \frac{r_{ch}}{r_2 + r_{ch}} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\tau_1 p}{1 + (\tau_1 + \tau_2) p} U_1(p).$$

L'expression de la fonction de transfert du transformateur est donc:

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{r_{ch}}{r_2 + r_{ch}} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\tau_1 p}{1 + (\tau_1 + \tau_2) p}.$$

Proposons-nous d'étudier le régime du transformateur en cas d'application d'une tension continue de valeur constante. Pour $U_1(p) = \frac{U_1}{p}$ nous obtenons la transformée:

$$U_2(p) = \frac{r_{ch}}{r_2 + r_{ch}} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\tau_1 p}{1 + (\tau_1 + \tau_2) p} = \frac{U_1}{p}.$$

En utilisant la formule de transformation nous déterminons la fonction originale:

$$U_2(t) = \frac{H(p_1)}{G'(p_1)} e^{p_1 t} = \frac{r_{ch}}{r_2 + r_{ch}} \cdot \frac{w_2}{w_1} \cdot \frac{\tau_1}{\tau_1 + \tau_2} U_1 e^{-\frac{t}{\tau_1 + \tau_2}},$$

où

$$G'(p_1) = \left. \frac{dG}{dp} \right|_{p=p_1} = \tau_1 + \tau_2;$$

$p_1 = -\frac{1}{\tau_1 + \tau_2}$ est la racine du polynôme caractéristique.

La figure AII-2, b représente la courbe de variation de U_2 en fonction du temps. Un tel régime a lieu dans le cas idéal où les flux de fuite entre les enroulements sont nuls. Si l'on tient compte de l'inductance de fuite, la croissance de la tension au début du processus se trouve légèrement retardée (courbe en traits interrompus sur la fig. AII-2, b).

II-3. Notions sur les caractéristiques de réponse harmonique

Les caractéristiques de réponse harmonique précisent les conditions de réponse d'un circuit électrique aux tensions alternatives en cas de variations de fréquence et notamment les variations de la tension ou du courant dans une portion déterminée du circuit en fonction de la fréquence. Cette tension ou ce courant qui peuvent

être prélevés pour être utilisés dans un dispositif quelconque seront appelés tension ou courant de sortie contrairement à la tension, par exemple, qui est appliquée à l'entrée du circuit.

L'importance des caractéristiques de réponse harmonique tient au fait que, généralement, une tension alternative peut être considérée comme une somme de tensions dont les fréquences diffèrent, de sorte que ces caractéristiques donnent une idée sur la réponse d'un circuit dans une large gamme de fréquences. Dans ce qui suit nous nous bornerons à l'étude des caractéristiques de réponse en fréquence des systèmes (circuits) linéaires.

Supposons que l'entrée d'un circuit est attaquée par une tension d'une certaine fréquence, qui varie dans le temps selon une loi harmonique

$$u_e = U_{e.m} \cos \omega t.$$

Dans ces conditions, on obtient à la sortie de ce circuit une tension qui varie également selon une loi harmonique:

$$u_s = U_{s.m} \cos (\omega t - \varphi),$$

où φ est le déphasage entre la tension d'entrée et la tension de sortie.

Ecrivons les expressions de ces tensions en notation complexe:

$$\dot{U}_{e.m} = U_{e.m} e^{j\omega t}; \quad \dot{U}_{s.m} = U_{s.m} e^{j(\omega t - \varphi)},$$

où $j = \sqrt{-1}$.

Le gain complexe $K(j\omega)$ ou la *caractéristique d'amplitude et de phase* se détermine par le rapport des valeurs maximales complexes ou des valeurs efficaces complexes:

$$K(j\omega) = \frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_e} e^{j\varphi} = \frac{U_s}{U_e} \cos \varphi + j \frac{U_s}{U_e} \sin \varphi,$$

(l'angle φ peut être affecté du signe «+» ou du signe «—»).

La variation du rapport des valeurs efficaces (ou maximales) en fonction de la fréquence porte le nom de *courbe caractéristique d'amplitude* $R(\varphi)$ alors que la variation de l'angle $\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$

en fonction de la fréquence s'appelle *courbe caractéristique de phase*. Les produits $R(\omega) \cos \varphi = U(\omega)$ et $R(\omega) \sin \varphi = V(\omega)$ s'appellent respectivement *caractéristique réelle* et *caractéristique imaginaire*. Mettons l'expression du gain sous une autre forme:

$$k(j\omega) = \frac{\dot{U}_s}{\dot{U}_e} = k(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = U(\omega) + jV(\omega). \quad (\text{II-9})$$

En général, les fonctions de transfert sont des fonctions rationnelles du paramètre p et la multiplication de la transformée d'une grandeur par ce paramètre correspond à la dérivation de l'original de cette grandeur. De même, la dérivée par rapport au temps de l'expression complexe d'un courant alternatif d'amplitude constan-

te $\dot{I}_m$ par exemple sera :

$$\frac{d\dot{I}_m}{dt} = \frac{dI_m e^{j(\omega t + \varphi)}}{dt} = j\omega (I_m e^{j(\omega t + \varphi)}) = j\omega \dot{I}_m,$$

ce qui signifie que la dérivée est égale au produit de la valeur complexe du courant par $j\omega$, où $j = \sqrt{-1}$ et ω est la pulsation du courant alternatif. On montre dans le cas général que pour obtenir une caractéristique d'amplitude et de phase sous forme algébrique $K(j\omega)$, il convient de remplacer le paramètre p par $j\omega$ dans l'expression de la fonction de transfert. Notons qu'il est possible de passer de la forme algébrique de la caractéristique d'amplitude et de phase à l'écriture exponentielle ou trigonométrique.

Dans de nombreuses applications, les circuits électriques sont mis en série de sorte que la tension de sortie du premier circuit constitue la tension d'entrée du deuxième circuit, la tension de sortie du deuxième circuit sert de tension d'entrée au troisième circuit et ainsi de suite. Dans de tels cas, la caractéristique d'amplitude et de phase de l'ensemble des circuits branchés en série sera donnée par le produit des caractéristiques d'amplitude et de phase des circuits composants, la caractéristique d'amplitude $R(\omega)$ sera représentée par le produit des caractéristiques d'amplitude et la caractéristique de phase $\varphi(\omega)$ par la somme des caractéristiques de phase des circuits composants :

$$\begin{aligned} K(j\omega) &= K_1(j\omega) K_2(j\omega) \dots K_n(j\omega) = R(\omega) e^{j\varphi(\omega)} = \\ &= R_1(\omega) R_2(\omega) \dots R_n(\omega) e^{j[\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega)]}, \end{aligned} \quad (\text{II-10})$$

où $K_1(j\omega)$, $K_2(j\omega)$, $\dots$, $K_n(j\omega)$;

$R_1(\omega)$, $R_2(\omega)$, $\dots$, $R_n(\omega)$;

$\varphi_1(\omega)$, $\varphi_2(\omega)$, $\dots$, $\varphi_n(\omega)$ sont les caractéristiques des circuits composants. Au produit des caractéristiques d'amplitude correspond la somme de leurs logarithmes. C'est pourquoi, pour l'étude des circuits électriques il est commode de se servir de caractéristiques logarithmiques d'amplitude et de caractéristiques logarithmiques de phase. Ces caractéristiques sont construites en fonction des logarithmes (à base dix) de la pulsation ($\log \omega$) et les logarithmes des caractéristiques d'amplitude sont exprimés en décibels (les décibels, lorsqu'ils servent à mesurer le rapport des tensions donnent une valeur vingt fois plus grande que le logarithme de ce rapport).

Signalons qu'à une variation de n fois subie par la pulsation ω correspond un intervalle égal à $\log n + \log \omega$, c'est-à-dire que l'argument est multiplié par $\log n$. Par conséquent, lorsque la fréquence croît de 10 fois, c'est-à-dire d'une *décade*, l'argument (l'intervalle sur l'axe des abscisses, à l'échelle adoptée) croît d'une unité, ce qui signifie qu'à ces gammes de fréquence correspondent des intervalles égaux.

Pour faciliter l'emploi des caractéristiques logarithmiques d'amplitude, on les remplace généralement par leurs asymptotes qui sont des lignes polygonales qui se coupent pour des valeurs déterminées de la pulsation, qui portent le nom de *pulsations de cassure* ou de coupure. Les erreurs commises dans ce cas sur les valeurs de la caractéristique logarithmique d'amplitude ne dépassent généralement pas 3,1 dB. Expliquons les notions introduites sur deux exemples.

Exemple 1. Considérons les caractéristiques de réponse harmonique du circuit donné dans l'exemple 1 du paragraphe précédent. En prenant le courant qui parcourt ce circuit pour grandeur de sortie, nous obtenons l'expression suivante de la fonction de transfert :

$$K(p) = \frac{I(p)}{U(p)} = \frac{1}{r + Lp} = \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{1 + \tau p}.$$

En remplaçant dans cette expression p par $j\omega$, nous obtenons la caractéristique d'amplitude et de phase sous formes algébrique et exponentielle :

$$\begin{aligned} K(j\omega) &= \frac{1}{r} \frac{1}{1 + j\tau\omega} = \frac{1}{r} \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2} - j \frac{1}{r} \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} = \\ &= \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} e^{-j \operatorname{arctg} \tau\omega}, \end{aligned}$$

où $U(\omega) = \frac{1}{r} \frac{1}{1 + \tau^2\omega^2}$ est la caractéristique réelle de réponse harmonique ;

$$V(\omega) = -\frac{1}{r} \frac{\tau\omega}{1 + \tau^2\omega^2} \text{ la caractéristique imaginaire ;}$$

$$R(\omega) = \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} \text{ la caractéristique d'amplitude ;}$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \tau\omega \text{ la caractéristique de phase.}$$

La fig. AII-3 schématise ces courbes caractéristiques pour un circuit de paramètres : $r = 10\Omega$, $\tau = 1$ s.

Ces caractéristiques permettent de déterminer, par exemple, les valeurs du courant dans le circuit aux différentes fréquences. A cet effet il suffit de multiplier la valeur efficace de la tension U par la valeur que la caractéristique d'amplitude prend à la fréquence donnée : $I = R(\omega) U$. En opérant de la même façon, on peut déterminer, à l'aide des caractéristiques réelle et imaginaire, la composante active et la composante réactive du courant. La caractéristique de phase donne le déphasage entre la tension et le courant aux différentes fréquences.

Par définition, la caractéristique logarithmique d'amplitude a pour expression :

$$20 \log R(\omega) = -20 \log r - 20 \log \sqrt{1 + \tau^2\omega^2}.$$

La courbe de cette fonction $20 \log R(\omega) = f(\omega)$ est représentée en trait mixte sur la fig. AII-4. Aux basses fréquences, lorsque $1 \gg \tau^2 \omega^2$, l'équation de l'asymptote a pour expression: $R(\omega) = -20 \log r$, alors qu'aux fréquences suffisamment élevées, lorsque $\tau^2 \omega^2 \gg 1$, cette équation devient: $R(\omega) = -20 \log r - 20 \log \tau \omega$. Le point de concours des droites déterminées par ces équations correspond à la pulsation de coupure ω_1 , pour laquelle $20 \log \tau \omega_1 = 0$ et $\omega_1 = \frac{1}{\tau}$ (fig. AII-4). Remarquons que la pente de la deuxième droite asymptotique est de -20 dB/décade. Dans les graphes des

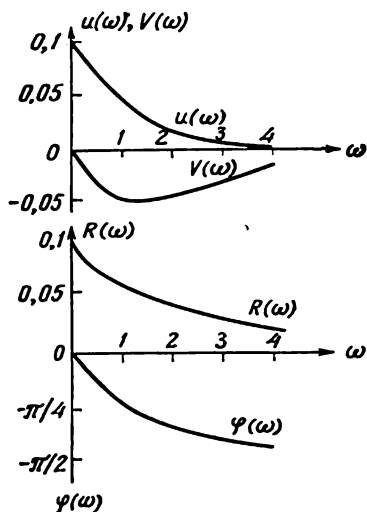


Fig. AII-3. Caractéristiques de réponse harmonique d'un circuit: $U(\omega)$, caractéristique réelle; $V(\omega)$, caractéristique imaginaire; $R(\omega)$, caractéristique d'amplitude; $\varphi(\omega)$, caractéristique de phase

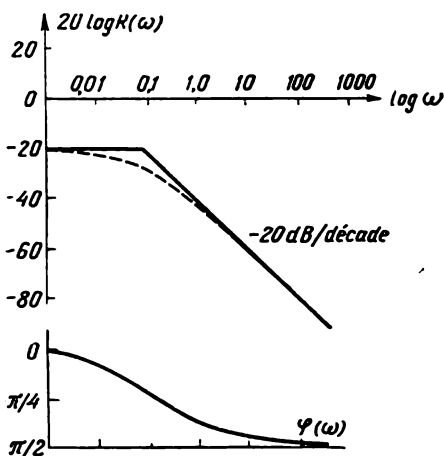


Fig. AII-4. Caractéristiques logarithmiques d'amplitude et de phase d'un circuit

caractéristiques logarithmiques d'amplitude on porte en abscisses les logarithmes de la pulsation ω , mais on marque généralement les fréquences elles-mêmes. Sur la même figure, en bas, est représentée la caractéristique logarithmique de phase.

Pour $\tau = 1,0$ s et $r = 10 \Omega$, les caractéristiques prennent les valeurs suivantes:

$$R(\omega) = \frac{1}{10} \frac{1}{\sqrt{1+\omega^2}}; \quad \varphi = \arctg \omega;$$

$$20 \log R(\omega) = -20 - 20 \log \sqrt{1+\tau^2 \omega^2}.$$

Les courbes représentées sur la fig. AII-3 et AII-4 sont construites approximativement pour ces valeurs des paramètres.

Exemple 2. Etudions les caractéristiques du circuit représenté sur la fig. AII-5, *a*, pour lequel la grandeur de sortie est constituée par la tension U_s obtenue aux bornes de la résistance de charge r_{ch} et la grandeur d'entrée par la tension U_e appliquée entre les bornes d'entrée. L'intensité du courant étant la même dans toutes les

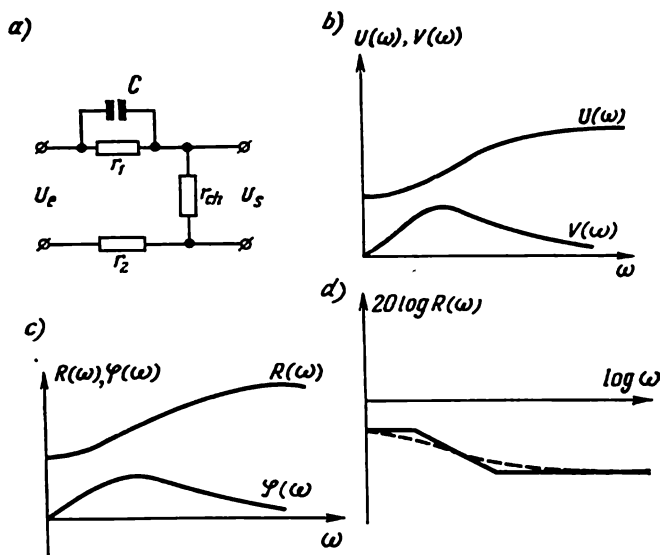


Fig. AII-5. Caractéristiques de réponse harmonique d'un circuit: *a*, schéma du circuit; *b*, caractéristiques réelle et imaginaire; *c*, caractéristiques d'amplitude et de phase; *d*, caractéristique logarithmique d'amplitude

portions du circuit, la fonction de transfert sera déterminée par le rapport de l'image de la résistance de sortie à celle de la résistance totale du circuit

$$K(p) = \frac{r_{ch}}{r_2 + r_{ch} + \frac{\frac{r_1}{Cp}}{r_1 + \frac{1}{Cp}}} = \frac{r_{ch}(1 + r_1 Cp)}{r_1 + r_2 + r_{ch} + (r_2 + r_{ch})rCp} = k \frac{1 + \tau_1 p}{1 + \tau_2 p};$$

où

$$\tau_1 = r_1 C; \quad \tau_2 = \frac{r_2 + r_{ch}}{r_1 + r_2 + r_{ch}} r_1 C; \quad k = \frac{r_{ch}}{r_1 + r_2 + r_{ch}} \quad \text{et} \quad \tau_1 > \tau_2.$$

Les diverses caractéristiques ont pour expression:

$$\text{caractéristique d'amplitude et de phase: } K(j\omega) = k \frac{1 + j\tau_1 \omega}{1 + j\tau_2 \omega};$$

$$\text{caractéristique réelle: } U(\omega) = k \frac{1 + \tau_1 \tau_2 \omega^2}{1 + \tau_2^2 \omega^2};$$

$$\text{caractéristique imaginaire: } V(\omega) = k \frac{\tau_1 \omega - \tau_2 \omega}{1 + \tau_2^2 \omega^2};$$

$$\text{caractéristique d'amplitude: } R(\omega) = k \sqrt{\frac{1 + \tau_1^2 \omega^2}{1 + \tau_2^2 \omega^2}};$$

$$\text{caractéristique de phase: } \varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = \arctg \frac{\tau_1 \omega - \tau_2 \omega}{1 + \tau_1 \tau_2 \omega^2}.$$

L'allure type de ces courbes est montrée sur les fig. AII-5, b et AII-5, c. Pour des valeurs concrètes des paramètres, ces courbes peuvent être construites point par point.

La caractéristique logarithmique d'amplitude a pour expression

$$20 \log R(\omega) = 20 \log k + 20 \log \sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2} - 20 \log \sqrt{1 + \tau_2^2 \omega^2}.$$

Aux fréquences basses, lorsque $1 \gg \tau_1^2 \omega^2$ et $1 \gg \tau_2^2 \omega^2$, l'équation de la caractéristique logarithmique d'amplitude: $20 \log R(\omega) = 20 \log k$, est celle d'une droite horizontale d'ordonnée nulle.

Aux fréquences pour lesquelles $1 \ll \tau_1^2 \omega^2$, l'équation $20 \log k + 20 \log \sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2} \approx 20 \log k + 20 \log \tau_1 \omega$ est celle d'une droite ayant une pente de +20 dB/décade, la pulsation de cassure pouvant être déterminée à partir de l'égalité $20 \log \tau_1 \omega_1 = 0$, c'est-à-dire $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}$.

Pour les fréquences telles que $1 \ll \tau_2^2 \omega^2$ et, à fortiori $1 \ll \tau_1^2 \omega^2$, on obtient l'équation $20 \log k + 20 \log \sqrt{1 + \tau_1^2 \omega^2} - 20 \log \sqrt{1 + \tau_2^2 \omega^2} \approx 20 \log k + 20 \log \tau_1 - 20 \log \tau_2$ d'une droite parallèle à l'axe des décibels nuls. La pulsation de cassure pour laquelle se coupent les droites dont les pentes sont de -20 dB/décade et 0 dB/décade peut être calculée à partir de l'égalité $20 \log k + 20 \log \tau_1 \omega_2 = 20 \log k + 20 \log \tau_1 \omega_2 - 20 \log \tau_2 \omega_2$ dont on déduit $\omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$.

On voit donc que la caractéristique logarithmique d'amplitude du circuit considéré est approchée par trois droites dont les pentes sont de 0 dB/décade, +20 dB/décade et -20 dB/décade. Les pulsations de cassure sont: $\omega_1 = \frac{1}{\tau_1}$ et $\omega_2 = \frac{1}{\tau_2}$. Sur la fig. AII-5, d la courbe idéalisée est représentée en traits pleins et la courbe réelle en traits interrompus. La courbe d'amplitude se situe au-dessous de l'axe des abscisses parce que le gain d'amplification de ce circuit, qui est égal au rapport de la tension de sortie à la tension d'entrée, est inférieur à l'unité sur toutes les fréquences. Les caractéristiques considérées traduisent sous une forme commode à exploiter la variation de la tension de sortie en fonction de la fréquence, ce qui est très important pour l'étude des circuits, pour le calcul des circuits électriques utilisés dans les systèmes de commande automatique et dans d'autres cas.

II-4. Procédés de calcul matriciel, représentations vectorielles et méthode des variables d'état

Dans le cas le plus simple, l'étude d'un circuit électrique se ramène à la résolution et à la discussion d'une seule équation. Le cas d'un circuit complexe dont les différentes branches sont parcourues par n courants nous amène à introduire la notion de vecteur $\vec{I}$ dans un espace à n dimensions, dont les composantes sont constituées par les courants $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots, \vec{I}_n$. Ce vecteur peut être représenté par une matrice sous forme d'un vecteur colonne ou d'un vecteur ligne :

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \mathbf{I} = [I_1, I_2, I_3, \dots, I_n] \quad (\text{II-11})$$

Si le courant I_1 passe par les résistances $r_1, r_2, r_3, \dots, r_n$, les tensions correspondantes seront déterminées par : $I_1 r_1, I_1 r_2, I_1 r_3, \dots, I_1 r_n$. Cette relation peut être également représentée par le produit du courant par la matrice ligne résistance

$$\mathbf{U} = I_1 [r_1, r_2, r_3, \dots, r_n] = [U_1, U_2, U_3, \dots, U_n].$$

Cette opération bien simple définit une application de l'espace unidimensionnel du courant I_1 dans l'espace à n dimensions des tensions.

Maintenant, supposons donné un circuit complexe comportant n mailles (expression 4-26). L'état de ce circuit peut être déterminé par n courants : $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \vec{I}_3, \dots, \vec{I}_n$. Avec les notations adoptées sur la fig. 4-17 et en vertu de l'expression (4-26), le courant I_1 traverse les résistances $r_{11}, r_{21}, r_{31}, \dots, r_{n1}$, le courant I_2 les résistances $r_{12}, r_{22}, r_{32}, \dots, r_{n2}$ et ainsi de suite. Chaque maille comporte une F.E.M. : $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$. Aussi, en multipliant le vecteur ligne des courants, qui détermine le vecteur $\mathbf{I}$ du courant de maille dans l'espace à n dimensions, par les résistances des mailles écrites sous la forme matricielle d'après l'expression précédente, obtient-on une matrice F.E.M. pour le vecteur de la F.E.M. $\mathbf{E}$ dans l'espace à n dimensions. Une telle multiplication ne peut être effectuée que si le nombre de colonnes de la première matrice est égal au nombre de lignes de la deuxième matrice. On peut donc écrire

$$\mathbf{E} = \mathbf{I} \mathbf{r} \quad (\text{II-12})$$

où $\mathbf{E}$ est le vecteur de la F.E.M., $\mathbf{I}$ le vecteur du courant de maille ; $\mathbf{r}$ la matrice résistance d'ordre (n, n) .

En écriture matricielle on a :

$$[E_1, E_2, E_3, \dots, E_n] = [I_1, I_2, I_3, \dots, I_n] \times \begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & \dots & r_{n1} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & \dots & r_{n2} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & \dots & r_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1n} & r_{2n} & r_{3n} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{II-13})$$

Le résultat de la multiplication est une matrice qui a autant de lignes que la première matrice et autant de colonnes que la seconde. Le terme situé à l'intersection de la i -ième ligne avec la k -ième colonne de la matrice produit est égal à la somme des produits des éléments respectifs de la ligne i de la première matrice par la colonne k de la deuxième matrice. Remarquons que dans la première matrice, les éléments de toutes les lignes, sauf la première, sont nuls.

La multiplication de ces matrices donne l'égalité suivante :

$$\begin{aligned} E = [E_1, E_2, E_3, \dots, E_n] &= [I_1 r_{11} + I_2 r_{12} + I_3 r_{13} + \dots + I_n r_{1n}, \\ I_1 r_{21} + I_2 r_{22} + I_3 r_{23} + \dots + I_n r_{2n}, & I_1 r_{32} + I_2 r_{32} + I_3 r_{33} + \dots + \\ + I_n r_{3n}, \dots, & I_1 r_{n1} + I_2 r_{n2} + I_3 r_{n3} + \dots + I_n r_{nn}]. \end{aligned} \quad (\text{II-14})$$

Nous avons obtenu une matrice F.E.M. qui détermine le vecteur ligne. Les matrices ne pouvant être égales l'une à l'autre qu'en cas d'égalité de leurs éléments, il découle de l'égalité (II-14) le système d'équations (4-26). Remarquons que l'écriture de ces équations sous la forme vectorielle-matricielle est très économique et concise.

Le produit de la matrice courant par la matrice résistance que nous venons de décrire définit une application de l'espace à des courants n dimensions en l'espace à n dimensions des F.E.M.

A partir d'une matrice F.E.M. donnée on peut obtenir pour le même exemple une matrice courant de maille en effectuant sur les matrices une opération analogue à la division. Pour réaliser une telle opération, il est nécessaire de multiplier la matrice F.E.M. (le vecteur ligne) par la matrice r^{-1} qui est l'inverse de la matrice résistance (II-13).

Pour obtenir la matrice inverse, il est nécessaire de transposer la matrice donnée, c'est-à-dire de permuter les lignes avec les colonnes de même indice: les éléments de la matrice inverse seront constitués par les cofacteurs de la matrice transposée pour chaque élément, divisés par le déterminant principal de la matrice primitive. Le cofacteur d'un élément d'indice ik est égal au produit par $(-1)^{i+k}$ du déterminant de la matrice obtenue, en éliminant la ligne i et la colonne k .

Il résulte de ce qui précède que la matrice résistance transposée (expression II-13) doit s'écrire sous la forme suivante:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{21} & r_{31} & \dots & r_{n1} \\ r_{12} & r_{22} & r_{32} & \dots & r_{n2} \\ r_{13} & r_{23} & r_{33} & \dots & r_{n3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{1n} & r_{2n} & r_{3n} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \dots & r_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

où le symbole T désigne la transposition.

La matrice inverse a pour expression:

$$\begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & \dots & r_{2n} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & \dots & r_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n2} & r_{n3} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \dots & \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} & \dots & \Delta_{2n} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} & \dots & \Delta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{n1} & \Delta_{n2} & \Delta_{n3} & \dots & \Delta_{nn} \end{bmatrix}$$

où l'indice « -1 » désigne la matrice inverse; Δ_{ik} est le cofacteur de l'élément de l'indice ik de la matrice transposée; Δ le déterminant de la matrice primitive.

On peut écrire la formule suivante pour le vecteur d'un courant à n dimensions:

$$I = E r^{-1}, \quad (II-15)$$

où r^{-1} est la matrice résistance inverse.

En partant de ces conclusions, on peut déterminer les courants de mailles pour des F.E.M. des mailles données sous forme du vecteur ligne:

$$\begin{aligned} [E_1, E_2, E_3, \dots, E_n] \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & \Delta_{13} & \dots & \Delta_{1n} \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & \Delta_{23} & \dots & \Delta_{2n} \\ \Delta_{31} & \Delta_{32} & \Delta_{33} & \dots & \Delta_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{n1} & \Delta_{n2} & \Delta_{n3} & \dots & \Delta_{nn} \end{bmatrix} = \\ = \left[\frac{\Delta_{11}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{21}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{31}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n1}}{\Delta} E_n, \right. \\ \frac{\Delta_{12}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{22}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{32}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n2}}{\Delta} E_n, \\ \frac{\Delta_{13}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{23}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{n3}}{\Delta} E_n, \dots, \\ \left. \frac{\Delta_{1n}}{\Delta} E_1 + \frac{\Delta_{2n}}{\Delta} E_2 + \frac{\Delta_{3n}}{\Delta} E_3 + \dots + \frac{\Delta_{nn}}{\Delta} E_n \right]. \end{aligned}$$

Nous avons obtenu une matrice dont les éléments sont les courants $I_1, I_2, I_3, \dots, I_n$. Le même résultat (expression 4-27) a été obtenu par des déductions plus compliquées. On peut donc conclure

que l'étude des circuits complexes peut être menée sous forme générale à l'aide du calcul vectoriel et du calcul matriciel.

Jusqu'ici nous avons représenté les vecteurs des courants et des tensions par des vecteurs lignes. Or, nous verrons par la suite qu'ils peuvent également être représentés par des vecteurs colonnes, à condition d'inverser l'ordre de multiplication des matrices (expressions II-12 et II-15). Les matrices résistances doivent être dans ce cas transposées.

L'une des plus importantes méthodes du calcul matriciel est la *méthode des variables d'état*. Elle s'avère très efficace pour l'étude du comportement des systèmes en régime transitoire et en régime

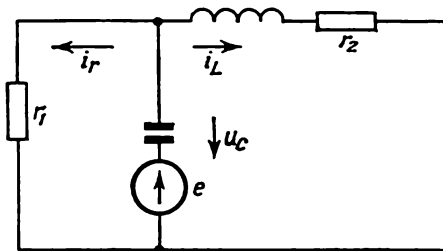


Fig. AII-6. Schéma d'un circuit comportant une source de F.E.M.

permanent. D'après cette méthode, un système d'équations différentielles de premier ordre qui décrit le régime d'un système est représenté sous la forme vectorielle-matricielle. Comme variables d'état, on choisit le plus souvent les courants dans les inductances et les tensions aux bornes des capacités étant donné que ces courants et tensions ne peuvent pas subir de variations de valeur finie pendant des intervalles de temps infiniment petits. Les dérivées de ces variables d'état figurent aux premiers membres des équations. La résolution des équations matricielles, c'est-à-dire la détermination de ces courants et tensions constitue ce qu'on appelle problème de calcul des circuits.

Composons en vertu des lois de Kirchhoff des équations pour un nœud et une maille comportant une inductance et une capacité comme il est indiqué sur la fig. AII-6. Ce système est soumis à l'action d'une F.E.M. e constante ou variable dans le temps. Les équations établies doivent servir à l'étude des régimes du circuit.

On a d'après la première lois de Kirchhoff :

$$\frac{U_C - e}{r_1} + i_2 + C \frac{dU_C}{dt} = 0,$$

et d'après la deuxième loi de Kirchhoff :

$$U_C - e - L \frac{di_L}{dt} - i_L r_2 = 0,$$

où U_C est la tension aux bornes du condensateur; e la F.E.M.; i et i_L les courants dans les mailles (voir fig. AII-6).

En dérivant ces équations, par rapport au temps, on obtient les deux équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dU_C}{dt} &= -\frac{U_C}{r_1 C} - \frac{i_L}{C} + \frac{e}{C}; \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{U_C}{L} - \frac{r_2}{L} i_L - \frac{e}{L}.\end{aligned}$$

Le régime du circuit étant déterminé par des variations libres d'une part et par des variations forcées dues à la F.E.M. e d'autre part, de second membre de l'équation matricielle correspondante doit être représenté par une somme de deux matrices, soit

$$\begin{bmatrix} \frac{dU_C}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{r_1 C}, & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L}, & -\frac{r_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C}, & 0 \\ -\frac{1}{L}, & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ 0 \end{bmatrix}.$$

La deuxième matrice du second membre est représentée sous sa forme générale. Comme elle contient des zéros on peut la mettre sous la forme plus simple :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} \end{bmatrix} e.$$

Si l'on suppose que le vecteur de variables d'état x dans l'espace à deux dimensions a pour composantes u_C et i_L , on peut écrire dans le cas général :

$$\dot{X} = Ax + Bv \quad (\text{II-16})$$

où x est une matrice colonne de variables d'état, d'ordre $(n, 1)$ dans le cas général; A une matrice d'ordre (n, n) ; v une matrice colonne de sollicitations dans le circuit (de sources de F.E.M. et de courants) d'ordre $(q, 1)$; B une matrice d'ordre (n, q) .

A partir de cette équation matricielle nous pouvons obtenir n équations de premier ordre reliant entre elles les variables d'état.

A son tour, un système de n équations différentielles linéaires de premier ordre permet d'obtenir une équation différentielle d'ordre n . Inversement, une équation différentielle d'ordre n peut être transformée de différentes manières en un système de n équations linéaires du premier ordre.

Supposons que nous avons obtenu pour la variable x l'équation suivante d'ordre n :

$$a_0 \frac{d^n x}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dx}{dt} + a_n x = F(t).$$

Le procédé le plus simple pour transformer une telle équation en un système de n équations linéaires du premier ordre consiste à introduire les variables suivantes :

$$x_1 = \frac{dx}{dt} ; \quad x_2 = \frac{dx_1}{dt} ; \quad \dots ; \quad x_{n-1} = \frac{dx_{n-2}}{dt} ;$$

$$x_n = \frac{dx_{n-1}}{dt} = -\frac{a_n}{a_0} x - \frac{a_{n-1}}{a_0} x_1 - \dots - \frac{a_1}{a_0} x_{n-1} + \frac{F(t)}{a_0} .$$

Mettons ces équations sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-2} \\ \dot{x}_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0, & 1, & 0, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 1, & \dots, & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & 0, & \dots, & 1 \\ a_n, & a_{n-1}, & \dots, & a_1 \\ a_0, & a_0, & \dots, & a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{n-2} \\ x_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} F(t).$$

Le principe d'établissement des équations matricielles consiste à représenter les équations d'un système (circuit) linéaire de manière que le vecteur des dérivées des variables d'état de ce système soit égal à la somme de deux produits : celui du vecteur d'état par la matrice des coefficients et celui du vecteur de sollicitations par la matrice des coefficients (expression II-16).

Dans la plupart des cas, l'étude d'un circuit a pour but de calculer les grandeurs de sortie qui déterminent la réponse de ce circuit à différentes sollicitations (courants, tensions sur certaines portions, puissances, etc.). Dans ces conditions, après avoir déterminé le vecteur d'état x du circuit, on obtient le vecteur y des grandeurs de sortie dans les circuits linéaires sous la forme :

$$y = Cx + Dv, \quad (\text{II-17})$$

où v est le vecteur des sollicitations subies par le circuit considéré ; C et D des matrices de coefficients.

La représentation des équations d'état des circuits sous forme matricielle offre l'avantage d'une écriture commode et suggestive. Les opérations effectuées sur les équations sont décrites d'une façon simple et économique. Les opérations sur les matrices que nous venons de décrire n'exigent qu'un calcul relativement simple qui peut être effectué soit à la main soit à l'aide de calculatrices numériques. Signalons que les méthodes de calcul matriciel sont également applicables à l'étude de systèmes non linéaires.

Ces méthodes s'avèrent particulièrement efficaces lorsqu'elles sont appliquées à l'étude des circuits électriques. Le calcul des

circuits par les méthodes traditionnelles exige soit la résolution d'équations d'ordre élevé, ce qui est assez compliqué, soit le recours à une calculatrice numérique qui fournit des courbes des régimes transitoire et permanent pour des paramètres donnés. Quant au calcul matriciel, il permet la résolution analytique des équations non par intégration, mais grâce à des opérations algébriques simples exécutées soit à la main soit sur des calculatrices numériques.

Si, par exemple, un circuit linéaire n'est le siège que de variations libres, l'expression (II-16) prend la forme $\dot{x} = Ax$. Cette égalité n'est vérifiée que lorsque

$$x = x(0) e^{\lambda t},$$

où $x(0)$ est le vecteur d'état initial du circuit (pour $t = 0$); e la base des logarithmes népériens.

En règle générale, cette solution détermine l'amortissement suivant une loi exponentielle de grandeurs qui sont les composantes du vecteur x , par exemple, des courants. Nous avons donc obtenu une solution analytique simple. Remarquons que la détermination de la fonction $e^{\lambda t}$ demande des calculs qui ne sont pas particulièrement simples et dont le but consiste à représenter cette fonction par une somme de matrices multipliées par $e^{\lambda_k t}$, où λ_k sont les valeurs propres de la matrice A et $k = 1, 2, 3, \dots, n$.

Pour déterminer les valeurs propres, il convient de composer le déterminant de la matrice $A - \lambda I$, I étant la matrice unité, c'est-à-dire

$$I = \begin{bmatrix} 1, & 0, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 1, & 0, & \dots, & 0 \\ 0, & 0, & 1, & \dots, & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0, & 0, & 0, & \dots, & 1 \end{bmatrix}.$$

La résolution de l'équation caractéristique, c'est-à-dire, de l'expression du déterminant, nous donne les valeurs propres de la matrice: $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_n$.

Pour chaque valeur propre λ_k on trouve à partir des équations $Av_k = \lambda_k v_k$ les vecteurs propres et à partir des équations $A^T u_k = \lambda_k u_k$, les vecteurs propres de la matrice transposée A^T .

Comme on peut le montrer, la solution décrivant le régime transitoire s'écrit alors vectoriellement:

$$x = (v_1 u_1^T e^{\lambda_1 t} + v_2 u_2^T e^{\lambda_2 t} + v_3 u_3^T e^{\lambda_3 t} + \dots + v_n u_n^T e^{\lambda_n t}) x(0).$$

Cette expression montre que chaque composante des vecteurs $v_k u_k^T x(0)$ varie suivant une loi exponentielle. On remarquera que nous avons obtenu cette solution à l'aide d'opérations simples sur les matrices, sans recourir à l'intégration.

Indiquons, sans la démontrer, la solution de l'équation (II-16) pour le cas où le circuit comporte des sources de F.E.M. et de courant ($\mathbf{v} \neq 0$) :

$$\mathbf{x} = e^{\mathbf{A}t} \mathbf{x}(0) + e^{\mathbf{A}t} \int_0^t e^{-\mathbf{A}\tau} \mathbf{B} \mathbf{v}(\tau) d\tau.$$

Ces expressions permettent d'automatiser de la façon la plus simple les calculs des circuits complexes comportant à l'entrée plusieurs sources de F.E.M. et de courants et de déterminer les grandeurs de sortie.

INDEX ALPHABÉTIQUE

A

Accident électrique, 625
 Admittance caractéristique, 162
 complexe, 153
 Aimant permanent, 209
 Aimantation, 33
 Alternateur asynchrone v. Machines
 asynchrones
 hydraulique, 181
 synchrone v. Machines synchro-
 nes
 tachymétrique, 564
 Amortissement, 163
 Ampère (théorème d'), 29
 Amplificateur magnétique, 566, 569
 — différentiel, 578
 — en pont, 579
 — monté en transformateur, 579
 tournant à flux transversal, 552
 Amplitude, 121
 Angle de déphasage, 137
 de pertes magnétiques, 212
 Antirésonance, 162
 Appareillage électrique, 487
 Appareils de mesure, 248
 — à induction, 264
 — à redresseurs, 268
 — à thermocouple, 267
 — électrodynamiques, 261
 — électrostatiques, 264
 — enregistreurs, 271
 — ferrodynamiques, 263
 — ferromagnétiques, 253
 — magnéto-électriques, 258
 Auto-induction, 29, 39
 Autotransformateur, 317,

B

Barrière de potentiel, 583
 Bloc de commande, 518
 Bouton-pous-oir, 493

C

Capacité, 16
 de la sphère, 16
 d'un condensateur cylindrique, 17
 d'un condensateur plan, 17
 Capteur, 511

Contact auxiliaire, 453
 Caractéristiques artificielles, 453
 des moteurs à courant continu,
 438
 mécaniques, 450
 tension-courant, 115
 Champ électrique, 7
 électromagnétique, 55
 magnétique, 27
 — tournant, 197
 Charge d'un condensateur, 229
 Circuit à noyau en acier, 219
 comportant une capacité pure,
 134
 — une inductance pure, 132
 — une résistance pure, 131
 — une résistance, une inductance
 et une capacité, 136
 magnétique, 204
 non linéaire à courant continu,
 114
 Coefficient de fuites magnétiques, 207
 d'enroulement, 336
 Combinateur, 501
 auxiliaire, 502
 Commande du mouvement des parti-
 cules chargées, 51
 en fonction de la F.E.M., 602
 — de la fréquence, 603
 — de la position d'un mobile, 605
 — du courant, 604
 — du temps, 604
 par action sur l'amplitude, 534
 — sur la phase, 534
 Commutateur, 491
 rotatif, 495
 universel, 494
 Commutatrice, 560
 Compensateur à courant continu, 283
 synchrone, 406
 Composantes harmoniques, 172
 Compteur d'impulsions, 517
 Condensateurs, 490
 Conductivité, 57
 Constante de propagation, 76
 de temps, 225
 diélectrique du vide, 15
 d'un appareil de mesure, 252
 magnétique, 31
 Contacts auxiliaires, 497
 Contacteur, 496

Continuité des lignes de courant, 58
 — de force magnétique, 30, 58
 Coulomb (formule de), 28
 Convertisseur, 511
 de fréquence, 597
 Coupe-circuit à fusible, 102
 Couplage en étoile, 185, 187
 en parallèle, 97, 149
 en série, 97, 144
 en triangle, 187
 mixte, 98, 154
 Couple synchronisant, 397
 Courant alternatif, 120
 de recombinaison, 584
 électrique, 56, 84
 non sinusoïdal, 171, 174
 Courbe de désaimantation, 209
 de première aimantation, 34
 Cycle d'hystérésis, 211

D

Décharge d'un condensateur, 232
 — aperiodique, 238, 239
 — oscillatoire, 238, 242
 Degré électrique, 328
 Démarrage des moteurs asynchrones, 357
 — à courant continu, 438
 — synchrones, 403
 Démarreur, 519
 Densité de courant, 56
 d'énergie, 65
 Déplacement électrique, 13
 Diagramme vectoriel, 126
 Diamagnétique (substance), 34
 Diélectriques, 20
 Diode semi-conductrice, 583
 Dipôles passifs, 93
 Dynamo tachymétrique, 563

E

Echauffement admissible, 475
 des machines électriques, 475
 Effet de peau, 82, 178
 — magnétique, 216
 physiologiques du courant électrique, 621
 Electro-aimant, 45, 206
 Energie du champ électrique, 18
 — magnétique, 42
 Enroulement de commande, 550
 Ensemble groupé de commande et de contrôle, 522
 Equivalent sinusoïdal, 175
 Erreur absolue, 252
 réduite, 252
 relative, 252

Excitatrice, 382
 Expression symbolique de la puissance, 144

F

Facteur de forme, 175
 de puissance, 140, 180
 de qualité, 160
 Ferromagnétique (substance), 34
 Filtre électrique, 176
 Flux du vecteur de déplacement électrique, 17, 55
 embrassé, 38
 magnétique, 29, 30
 — total, 38
 Fluxmètre, 292
 Force agissant sur un conducteur dans un champ magnétique, 47
 d'interaction entre deux fils parcourus par un courant, 46
 électromagnétique, 43
 électromotrice, 120
 magnétisante, 31
 magnétomotrice, 29, 31
 portante d'un électro-aimant, 45
 s'exerçant sur une charge électrique dans un champ magnétique, 50
 Formule de Coulomb, 28
 Foucault (courants de), 215
 Freinage avec récupération, 606
 magnétique, 509
 par contre-courant, 606
 rhéostatique, 607
 Fréquence, 121

G

Gain en courant, 577, 587
 en puissance, 548
 Galvanomètre, 260
 Gauss (théorème de), 12
 Génératrice tachymétrique synchrone, 564
 Gradient de potentiel, 12

H

Hall (effet), 517
 Hystérésis magnétique, 36

I

Impédance caractéristique, 72, 76, 80
 complexe, 139
 d'onde, 65, 160
 d'un circuit, 139

Inductance, 39
 mutuelle, 41
 Induction électromagnétique, 40
 magnétique, 30
 mutuelle, 29, 163
 Inertie électromagnétique, 40
 Intensité du champ électrique, 8
 — magnétique, 31
 Interrupteur à couteaux, 491
 à ouverture automatique, 499
 de fin de course, 502
 de position, 502
 rotatif, 495
 Inversion du sens de rotation des mo-
 teurs à courant continu, 444
 — — — asynchrones, 368

J

Jonction *p-n*, 583
 Joule (loi de), 88

L

Lignes de force électrique, 9
 de force magnétique, 29
 équipotentielles, 11
 Logomètre, 268
 Loi de commutation, 224
 de Coulomb, 10
 de courant total, 30, 60
 de Faraday, 36, 59
 de Joule, 88
 de Kirchhoff, 95, 96
 de l'induction électromagnétique,
 36, 58
 d'induction magnétique, 29
 d'Ohm pour les circuits à courant
 alternatif, 139
 — — — continu, 86

M

Machines amplificatrices, 547
 à courant continu, 409
 — — (principe de fonctionne-
 ment), 409
 — — (construction), 412
 — — (enroulements), 415
 — — (couple électromagnétique),
 418
 — — (réaction d'induit), 420
 — — (commutation), 424
 — — (modes d'excitation), 427,
 437
 — — (caractéristiques de fonc-
 tionnement), 429
 — — (marche en parallèle), 433
 — — (pertes et rendement), 445

Machines asynchrones, 324
 — (principe de fonctionnement),
 324
 — (glissement), 325
 — (enroulements), 326
 — (circuits équivalents), 346
 — (diagramme vectoriel), 348
 — (couple moteur), 349
 — (caractéristiques mécaniques),
 355
 — (pertes et rendement), 369
 — (réalisation), 377
 synchrones, 380
 — (principe de fonctionnement),
 380
 — (fonctionnement à vide), 382
 — (réaction d'induit), 384
 — (diagramme vectoriel), 387
 — (couple moteur), 390
 — (couplage sur un réseau),
 391
 — (marche en parallèle), 393
 — (caractéristiques de fonc-
 tionnement), 403
 — (pertes et rendement), 406
 — (réalisation), 407
 Magnétostriction, 34
 Maxwell (postulat de), 55
 Mesure de la puissance active, 279
 — réactive, 282
 des capacités, 290
 des coefficients de self-induction,
 291
 des grandeurs non électriques, 295
 — des résistances, 286
 magnétiques, 292
 Méthode des mailles indépendantes,
 105
 des nœuds, 112
 du couple équivalent, 481
 du générateur équivalent, 113
 symbolique, 127
 Mise à la terre de protection, 624
 au neutre, 624
 Moteur à courant continu, 425
 asynchrone v. Machines asynchro-
 nes
 diphasé, 532
 pas à pas, 560
 synchrone, 400
 — à fer tournant, 556
 Multiplicateur de fréquence, 220

N

Nombre d'encoches par pôle et par
 phase, 328
 de paires de pôles, 323

O

Ohm (lois d'), 86, 139
Ohmmètre, 287
Onde électromagnétique plane, 61
Oscillographe cathodique, 274
électromécanique, 273

P

Paramagnétique (substance), 34
Pas d'enroulement, 329
polaire, 328
Période, 121
Permittivité, 14
relative, 15
Pertes dans l'acier, 216
Phase, 121
initiale, 123
Phasemètre, 270
Polarisation des diélectriques, 13
Pont à courant alternatif, 290
— continu, 288
Postulat de Maxwell, 55
Potentiel, 10
Potentiomètre, 488
Poynting (vecteur de), 67
Profondeur de pénétration, 81
Propagation des ondes, 70
Puissance active, 140
apparente, 143
d'un système polyphasé, 195
électrique d'un circuit, 88
électromagnétique, 370
mécanique, 370
réactive, 143
synchronisante, 398
Pulsation, 123

Q

Quadripôles, 167

R

Rapport de transformation, 299
Réactance, 147
Réaction positive, 575
Redresseur à thyristors, 590
Réflexion des ondes, 78, 81
Réfraction des ondes, 73
Refroidissement des machines électriques et des transformateurs, 478
Réglage de la vitesse, 460
— des moteurs asynchrones triphasés, 465
Règle de la main droite, 38
— gauche, 49
de Mitkévitch, 39
Relais à armature basculante, 508
à induction, 507

à noyau plongeur, 508
de commande, 508
de courant, 511
de protection, 504
intermédiaire, 505
polarisé, 508
primaire, 505
secondaire, 505
temporisé, 511
thermique, 511

Réductance, 205
Résistance, 487
additionnelle, 277
dynamique, 116
électrique, 86
statique, 115
Résonance, 158
Rhéostat de démarrage, 457

S

Schéma de montage, 601
de principe, 600
développé, 600
Sélecteur pas à pas, 517
Self, 214
Selsyn, 537
Semi-conducteurs, 581
du type *n*, 583
du type *p*, 583
Sensibilité d'un appareil de mesure, 251
d'un convertisseur, 511
Service continu, 484
intermittent périodique, 484
temporaire, 485
Shunt, 277
Sonde bismuthique, 516
Soufflage d'arc, 497
Source de courant, 91
de F.E.M., 91
Sous-excitation, 394
Stabilisateur de tension, 219
Superposition (principe de), 107
Surexcitation, 394
Surfaces équipotentielles fermées, 11
Susceptibilité magnétique, 34
Symboles graphiques, 90, 528
Système thyristor-moteur à courant continu, 594
Systèmes polyphasés, 182
— (calcul), 189
— déséquilibrés, 196
— équilibrés, 195

T

Taux de distorsion, 175
Temps de réponse, 506

Tension composée, 185
 de contact, 622
 de pas, 623
 électrique, 10
 simple, 185
Théorème d'Ampère, 29
 de Gauss, 12
Thyristor, 585
Transducteur, 511
Transistor, 586
Transformateur, 297
 (principe de fonctionnement), 297
 (rapport de transformation), 299
 (fonctionnement en charge), 302
 (diagramme vectoriel), 304
 (schema équivalent), 307
 (pertes et rendement), 310
 (construction), 314
 (marche en parallèle), 313
 de mesure, 278
 rotatif, 543
 triphasé, 310
Transformation d'un couplage en triangle en couplage en étoile, 110
 du nombre de phases, 200

Transitoires (phénomènes), 222
Triangle de l'impédance, 145
 des courants, 149
 des puissances, 145
 des tensions, 144
Turbo-alternateur, 381

V

Valeur efficace, 123
 — d'un courant non sinusoïdal, 174
 — d'une F.E.M. non sinusoïdale, 173
 instantanée, 121
 moyenne, 124
Vecteur de Poynting, 67
Vitesse de propagation de l'onde électromagnétique, 65, 72

W

Ward-Léonard (système), 462
Wattmètre, 262

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

PRINCIPES DE LA THÉORIE DES CHAMPS ET DES PHÉNOMÈNES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Chapitre premier. Champ électrique	7
1-1. Définitions et notions fondamentales	7
1-2. Grandeurs fondamentales caractérisant un champ électrique . . .	8
1-3. Diélectriques dans un champ électrique	13
1-4. Capacité	16
1-5. Energie du champ électrique et forces s'exerçant sur les corps chargés	18
1-6. Quelques propriétés des diélectriques	20
1-7. Application des notions fondamentales sur le champ électrique . . .	21
Chapitre II. Champ magnétique	27
2-1. Définitions et notions fondamentales	27
2-2. Flux magnétique et induction magnétique	30
2-3. Loi du courant total (théorème d'Ampère)	30
2-4. Caractéristiques magnétiques des matériaux	32
2-5. Loi de l'induction électromagnétique	36
2-6. Inductance	39
2-7. Inductance mutuelle	41
2-8. Energie du champ magnétique	42
2-9. Forces électromagnétiques	43
2-10. Application de la théorie du champ magnétique	44
Chapitre III. Notions fondamentales sur le champ et les ondes électromagnétiques	54
3-1. Introduction	54
3-2. Equations fondamentales du champ électromagnétique	55
3-3. Onde électromagnétique plane se propageant dans un diélectrique . . .	61
3-4. Transport de l'énergie électrique par fils conducteurs	68
3-5. Propagation des ondes le long des lignes	70
3-6. Réflexion des ondes à la surface de séparation de deux milieux. Propagation des ondes dans un milieu conducteur	78

DEUXIÈME PARTIE

PRINCIPES DE LA THÉORIE ET DES MÉTHODES DE CALCUL DES CIRCUITS ÉLECTRIQUES ET MAGNÉTIQUES

Chapitre IV. Circuits à courant continu	84
4-1. Définitions et notions fondamentales	84
4-2. Energie et puissance d'un circuit	88
4-3. Le circuit électrique et ses caractéristiques	90
4-4. Calcul des circuits à courant continu	95
4-5. Méthodes de calcul des circuits complexes	103
4-6. Notions sur le calcul des circuits non linéaires à courant continu . . .	114
Chapitre V. Circuits à courant alternatif	120
5-1. Notions fondamentales sur le courant alternatif sinusoïdal	120

5-2. Valeurs efficaces et moyennes des F.E.M. périodiques et des courants	123
5-3. Représentation de Fresnel ou vectorielle	125
5-4. Quelques notions sur les nombres complexes. La méthode symbolique	127
5-5. Circuit à courant alternatif sinusoïdal	130
5-6. Puissance des circuits à courant alternatif	140
5-7. Montage en série des éléments d'un circuit. Triangles des tensions et de l'impédance	144
5-8. Couplage en parallèles des éléments d'un circuit. Triangles des courants et de l'admittance	149
5-9. Couplage mixte et calcul des circuits à courant alternatif	154
5-10. Résonance dans les circuits à courant alternatif	157
5-11. Circuits couplés	163
5-12. Notions élémentaires sur les quadripôles	167
5-13. Notions fondamentales sur les courants alternatifs périodiques non sinusoïdaux	171
5-14. Notions sur le calcul des circuits parcourus par des courants périodiques non sinusoïdaux	174
5-15. Filtres électriques et résonance dans les circuits à courant alternatif non sinusoïdal	176
5-16. Effet de peau	178
5-17. Facteur de puissance et son importance économique	180
Chapitre VI. Circuits polyphasés	182
6-1. Notions fondamentales sur les systèmes et circuits polyphasés	182
6-2. Montage en étoile et en triangle (en polygone)	185
6-3. Calcul des circuits triphasés	189
6-4. Puissance d'un système polyphasé	195
6-5. Le champ magnétique tournant	197
6-6. Transformation du nombre de phases	200
6-7. Avantages des systèmes polyphasés	202
Chapitre VII. Circuits magnétiques et bobines avec noyaux ferromagnétiques dans les circuits à courant alternatif	204
7-1. Circuit magnétique	204
7-2. Circuits magnétiques à aimants permanents	209
7-3. Bobine à noyau ferromagnétique dans un circuit à courant alternatif	211
7-4. Courants de Foucault dans les noyaux	215
7-5. Pertes dans l'acier des noyaux	216
7-6. Application pratique des circuits à noyaux en acier	219
Chapitre VIII. Phénomènes transitoires dans les circuits électriques	222
8-1. Notions fondamentales sur les phénomènes transitoires	222
8-2. Branchement d'un circuit comportant une résistance et une inductance sur une tension à courant continu	225
8-3. Ouverture d'un circuit comportant une résistance et une inductance	227
8-4. Charge et décharge d'un condensateur	229
8-5. Branchement d'un circuit comportant une résistance et une inductance sur une tension alternative sinusoïdale	233
8-6. Décharge d'un condensateur sur un circuit comportant une inductance	237

TROISIÈME PARTIE

MESURES ÉLECTRIQUES

Chapitre IX. Appareils de mesures électriques	246
9-1. Généralités sur les mesures électriques	246
9-2. Etalons des grandeurs électriques	247
9-3. Appareils de mesure. Classification	248
9-4. Appareils indicateurs. Généralités	249

9-5. Description des appareils de mesure électriques	253
9-6. Logomètres	268
9-7. Appareils enregistreurs	271
9-8. Oscillographes	272
Chapitre X. Mesures électriques	276
10-1. Mesures dans les circuits à courant continu	276
10-2. Mesures dans les circuits à courant alternatif	278
10-3. Mesures des F.E.M. au moyen de compensateurs	283
10-4. Mesure des résistances, inductances et capacités	286
10-5. Notions fondamentales sur les mesures magnétiques	292
10-6. Notions concises sur la mesure des grandeurs non électriques	295

QUATRIÈME PARTIE

MACHINES ÉLECTRIQUES

Chapitre XI. Transformateurs	297
11-1. Destination et principe de fonctionnement des transformateurs	297
11-2. Fonctionnement à vide d'un transformateur	300
11-3. Fonctionnement en charge	302
11-4. Caractéristique en charge d'un transformateur et chute de tension	305
11-5. Notions sur le schéma équivalent d'un transformateur	307
11-6. Court-circuit d'un transformateur	308
11-7. Pertes de puissance et rendement d'un transformateur	310
11-8. Transformateurs triphasés	311
11-9. Marche en parallèle des transformateurs	313
11-10. Construction des transformateurs	314
11-11. Autotransformateurs	317
11-12. Transformateurs de mesure	319
Chapitre XII. Machines asynchrones	324
12-1. Généralités. Principe de fonctionnement	324
12-2. Enroulements du stator et du rotor	326
12-3. Distribution spatiale du flux magnétique dans l'entrefer	333
12-4. Forces électromotrices développées dans les enroulements du stator et du rotor	335
12-5. Flux de fuites et réactances d'induction d'une machine asynchrone	337
12-6. Forces magnétomotrices dans le stator et dans le rotor d'une machine asynchrone	339
12-7. Courants dans les enroulements du stator et du rotor d'une machine asynchrone	344
12-8. Circuits équivalents d'une machine asynchrone	346
12-9. Diagramme vectoriel d'un moteur asynchrone	348
12-10. Couple moteur d'une machine asynchrone	349
12-11. Caractéristiques mécaniques d'une machine asynchrone	355
12-12. Démarrage des moteurs asynchrones à rotor en court-circuit et à rotor bobiné	357
12-13. Démarrage des moteurs asynchrones à double cage et à encoches profondes	363
12-14. Fonctionnement d'une machine asynchrone en générateur et en frein	366
12-15. Inversion du sens de rotation et freinage électrique des moteurs asynchrones	368
12-16. Pertes d'énergie et rendement des moteurs asynchrones	369
12-17. Caractéristiques de fonctionnement et facteur de puissance des moteurs asynchrones	372
12-18. Moteurs asynchrones monophasés	373
12-19. Réalisation pratique des moteurs asynchrones. Notions sur le réglage de la vitesse	377

Chapitre XIII. Machines synchrones	380
13-1. Généralités. Principe de fonctionnement	380
13-2. Fonctionnement à vide d'un alternateur synchrone	382
13-3. Réaction d'induit d'une machine synchrone	384
13-4. Diagramme vectoriel d'un alternateur synchrone	387
13-5. Couple moteur d'une machine synchrone	390
13-6. Couplage d'un alternateur synchrone sur un réseau	391
13-7. Fonctionnement des machines synchrones couplées sur un réseau	393
13-8. Machine synchrone fonctionnant en moteur	400
13-9. Mise en route et principales caractéristiques de fonctionnement des moteurs synchrones	403
13-10. Compensateurs synchrones	406
13-11. Pertes d'énergie et rendement des machines synchrones	406
13-12. Réalisation pratique des machines synchrones	407
Chapitre XIV. Machines à courant continu	409
14-1. Généralités. Principe de fonctionnement	409
14-2. Construction des machines à courant continu	412
14-3. Enroulement d'induit	415
14-4. F.E.M. produite dans l'enroulement d'induit. Couple électromagnétique	418
14-5. Réaction d'induit	420
14-6. Commutation et procédés de son amélioration	424
14-7. Génératrices à courant continu ou dynamos. Classification et mode d'excitation	427
14-8. Caractéristiques de fonctionnement des dynamos	429
14-9. Marche en parallèle des dynamos	433
14-10. Moteurs à courant continu	435
14-11. Modes d'excitation des moteurs à courant continu	437
14-12. Démarrage des moteurs à courant continu	438
14-13. Caractéristiques des moteurs à courant continu	441
14-14. Inversion du sens de rotation et freinage des moteurs à courant continu	444
14-15. Pertes et rendement des machines à courant continu	445
14-16. Applications des machines à courant continu. Réglage de la vitesse des moteurs	447

CINQUIÈME PARTIE

ENTRAÎNEMENT ÉLECTRIQUE ET ÉLÉMENTS DE SYSTÈMES DE COMMANDE AUTOMATIQUE

Chapitre XV. Bases théoriques de l'entraînement électrique	448
15-1. Notions et définitions fondamentales	448
15-2. Caractéristiques mécaniques des moteurs électriques	450
15-3. Notions sur le calcul et le choix des rhéostats de démarrage	457
15-4. Réglage de la vitesse des moteurs	460
15-5. Notions fondamentales sur le régime transitoire de l'ensemble moteur-organe entraîné	468
15-6. Échauffement des machines électriques	475
15-7. Choix d'un moteur électrique d'entraînement	479
15-8. Régimes de fonctionnement et services nominaux des moteurs électriques	483
Chapitre XVI. Appareillage électrique	487
16-1. Résistances et potentiomètres	487
16-2. Condensateurs	490
16-3. Interrupteurs et commutateurs à couteau	491
16-4. Boutons-poussoirs, commutateurs universels et interrupteurs rotatifs	493

16-5. Contacteurs électromagnétiques, disjoncteurs à coupure dans l'air et contacteurs temporisés	496
16-6. Combinateurs	501
16-7. Combinateurs auxiliaires	502
16-8. Interrupteurs (contacteurs) de position et de fin de course	502
16-9. Relais de protection	504
16-10. Relais de commande automatique	518
16-11. Convertisseurs, capteurs, transducteurs	521
16-12. Sélecteurs pas à pas et compteurs d'impulsions	527
16-13. Ensembles groupés de commande et de contrôle, blocs de commande, démarreurs	518
16-14. Éléments logiques sans contacts	523
16-15. Représentation graphique des installations	527
Chapitre XVII. Machines électriques spéciales	532
17-1. Moteurs diphasés à phase de commande	532
17-2. Selsyns	537
17-3. Transformateurs rotatifs	543
17-4. Machines amplificatrices	547
17-5. Moteurs synchrones à fer tournant	556
17-6. Commutatrices	560
17-7. Dynamos et alternateurs tachymétriques	563
17-8. Amplificateurs magnétiques	566
Chapitre XVIII. Redresseurs et convertisseurs à semi-conducteurs	581
18-1. Généralités	581
18-2. Diodes semi-conductrices	583
18-3. Transistors et thyristors	585
18-4. Redresseurs à thyristors avec charge du côté du courant continu	590
18-5. Notions sur les systèmes thyristor-moteur à courant continu	594
18-6. Notions sur les convertisseurs de fréquence à thyristors	597
Chapitre XIX. Commande des moteurs électriques d'entraînement	600
19-1. Types des schémas de commande automatique	600
19-2. Principe de commande automatique du démarrage des moteurs électriques	601
19-3. Principes de commande automatique du freinage des moteurs électriques	606
19-4. Commande des moteurs asynchrones	608
19-5. Commande des moteurs synchrones	611
19-6. Commande des moteurs à courant continu	613
19-7. Commande des moteurs électriques à l'aide d'amplificateurs	615
Annexe I. Notions fondamentales sur la sécurité de l'exploitation des installations électriques	621
Annexe II. Application du calcul opérationnel et matriciel à l'étude de circuits électriques complexes	627
II-1. Bases du calcul opérationnel	627
II-2. Quelques applications du calcul opérationnel	632
II-3. Notions sur les caractéristiques de réponse harmonique	637
II-4. Procédés de calcul matriciel, représentations vectorielles et méthode des variables d'état	644
Index alphabétique	652

À NOS LECTEURS

Les Editions Mir vous seraient très reconnaissantes de bien vouloir leur communiquer votre opinion sur le contenu de ce livre, sa traduction et présentation, ainsi que toute autre suggestion.

Ecrire à l'adresse : 1^{er} Rijski péréoulouk, 2,
Moscou, I-110, GSP, U.R.S.S.

DANS LA MÊME COLLECTION

Ouvrages parus:

LES CENTRALES NUCLÉAIRES

par Th Margoulova

400 pages $14,5 \times 22$ cm., avec 204 figures. Relié toile sous jaquette.

Le livre du professeur Th. Margoulova est le seul manuel dans le monde consacré aux centrales nucléaires. Ce manuel expose la théorie des centrales thermiques fonctionnant à combustible nucléaire et analyse les schémas de principe et les plans d'aménagement de toutes les centrales nucléaires construites en U.R.S.S. et de certaines autres centrales exploitées dans d'autres pays.

En outre, l'auteur passe en revue le développement des turbines, des générateurs à vapeur, des réacteurs et des équipements auxiliaires des centrales nucléaires. Le livre facilitera aux étudiants l'assimilation du cours ainsi que l'exécution des travaux de fin d'année et du projet pour l'obtention du diplôme. Cet ouvrage qui contient un grand nombre de dessins, de schémas et de plans d'aménagement des équipements principaux et auxiliaires, pourra également intéresser les bureaux d'études chargés de la construction des centrales nucléaires. L'un des mérites du manuel réside en ce que l'auteur se penche tout particulièrement sur les problèmes touchant à la sécurité, problèmes qui s'imposent toujours plus à l'attention au fur et à mesure que se développent les usines d'énergie atomique.

Destiné, avant tout, aux étudiants spécialistes d'énergie nucléaire, cet ouvrage peut aussi être utilisé par les ingénieurs prenant part à l'étude et à l'exploitation des centrales nucléaires.